

त्रिभुजों की सर्वांगसमता

5

CHAPTER

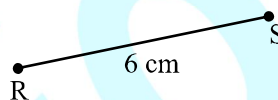
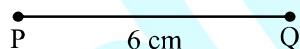
सूची

- सर्वांगसम आकृतियाँ
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता
- त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए कसौटी

➤ सर्वांगसम आकृतियाँ

दो आकृतियाँ/वस्तुएँ सर्वांगसम कहलाती हैं यदि वे आकृति तथा आकार में ठीक समान हो। दो सर्वांगसम आकृतियों के मध्य सम्बन्ध को सर्वांगसमता कहते हैं। हम 'सर्वांगसम' के लिए चिन्ह $\cong$ का प्रयोग करते हैं।

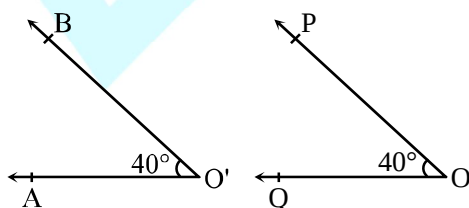
1. **रेखाखण्डों में सर्वांगसमता** : दो रेखा खण्ड सर्वांगसम हैं, यदि वे समान लम्बाई रखते हैं।



इस प्रकार, रेखाखण्ड $PQ \cong$ रेखाखण्ड RS

चूँकि $PQ = RS = 6 \text{ cm}$

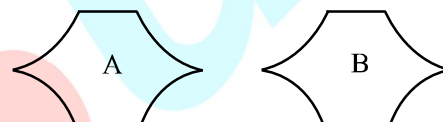
2. **कोणों की सर्वांगसमता** : दो कोण सर्वांगसम हैं यदि वे समान माप रखते हैं।



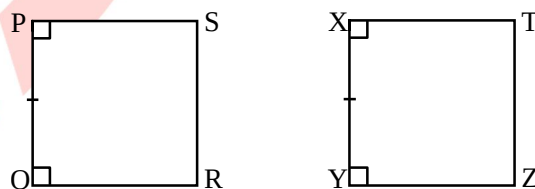
इस प्रकार, $\angle AOB \cong \angle POQ$,

चूँकि $m \angle AOB = m \angle POQ = 40^\circ$.

3. **समतल आकृतियों की सर्वांगसमता** : दो समतल आकृतियाँ A तथा B सर्वांगसम होती हैं यदि वे एक दूसरे पर अध्यारोपित हैं। इसे हम इस प्रकार लिख सकते हैं कि आकृति $A \cong$ आकृति B

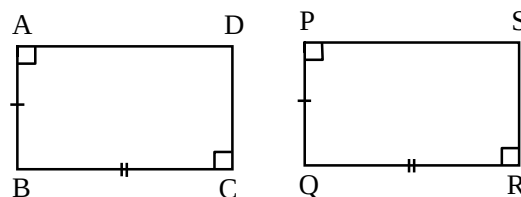


4. **वर्गों की सर्वांगसमता** : दो वर्ग सर्वांगसम हैं यदि वे भुजा की लम्बाई समान रखते हैं।



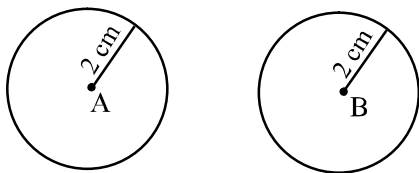
वर्ग $PQRS \cong$ वर्ग $XYZT$ चूँकि $PQ = XY$

5. **आयतों की सर्वांगसमता** : दो आयतों को सर्वांगसम कहा जाता है यदि वे समान लम्बाई तथा चौड़ाई रखते हैं।



आयत $ABCD \cong$ आयत $PQRS$ चूँकि $AB = PQ$ तथा $BC = QR$.

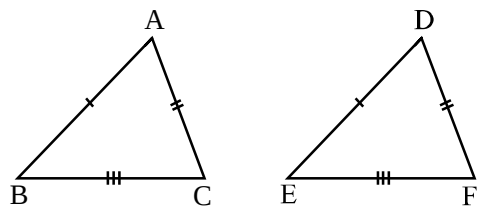
6. **वृत्तों की सर्वांगसमता** : दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं यदि वे समान त्रिज्या रखते हैं।



वृत्त $A \cong$ वृत्त B , चूंकि A की त्रिज्या = B की त्रिज्या = 2 cm

त्रिभुजों की सर्वांगसमता

दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि वे एक दूसरे की प्रतिलिपियाँ हैं तथा जब अध्यारोपित करते हैं तो वे एक दूसरे को ठीक रूप से ढक लेते हैं।



$\triangle ABC$ तथा $\triangle DEF$ समान आकार तथा आकृति रखते हैं। वे सर्वांगसम हैं। इसलिये हम इसे $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ के द्वारा व्यक्त कर सकते हैं। इसका अर्थ है कि, जब हम $\triangle DEF$ को $\triangle ABC$ पर रखते हैं, D , A के ऊपर आयेगा; E , B के ऊपर आयेगा तथा F , C के ऊपर आयेगा; $\overline{DE}$, $\overline{AB}$ के ऊपर; $\overline{EF}$, $\overline{BC}$ के ऊपर तथा $\overline{DF}$, $\overline{AC}$ के ऊपर भी होती है।

संगत कोण हैं : $\angle A$ तथा $\angle D$, $\angle B$ तथा $\angle E$, $\angle C$ तथा $\angle F$

संगत शीर्ष हैं : A तथा D , B तथा E , C तथा F

संगत भुजाएँ हैं : $\overline{AB}$ तथा $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ तथा $\overline{EF}$, $\overline{AC}$ तथा $\overline{DF}$

अतः त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिये छः मिलाने वाले भाग तीन भुजाएँ तथा तीन कोण हैं।

❖ उदाहरण ❖

Ex.1 त्रिभुजों XYZ तथा MLN के शीर्षों, भुजाओं तथा कोणों के मध्य संगतता लिखो, यदि $\triangle XYZ \cong \triangle MLN$ हैं।

Sol. अक्षरों के क्रम से, हम पाते हैं कि

$$X \leftrightarrow M, Y \leftrightarrow L \text{ तथा } Z \leftrightarrow N$$

$$\therefore XY = ML, YZ = LN, XZ = MN$$

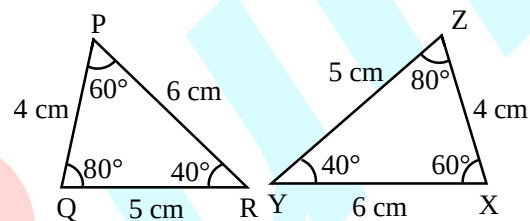
यह भी $\angle X = \angle M$, $\angle Y = \angle L$ तथा $\angle Z = \angle N$

Ex.2 निम्नलिखित त्रिभुज युग्मों में, त्रिभुजों के मध्य संगतता ज्ञात कीजिये ताकि वे सर्वांगसम हैं।

$\triangle PQR$ में : $PQ = 4$ cm, $QR = 5$ cm, $PR = 6$ cm, $\angle P = 60^\circ$, $\angle Q = 80^\circ$, $\angle R = 40^\circ$.

$\triangle XYZ$ में : $XY = 6$ cm, $ZY = 5$ cm, $XZ = 4$ cm, $\angle X = 60^\circ$, $\angle Y = 40^\circ$, $\angle Z = 80^\circ$

Sol. हम त्रिभुज खींचते हैं तथा उनके संगत भागों के माप लिखते हैं



उपरोक्त चित्र से, हम पाते हैं कि

$$PQ = XZ, QR = YZ, PR = XY$$

$$\text{तथा } \angle P = \angle X, \angle Q = \angle Z, \angle R = \angle Y$$

$$\therefore P \leftrightarrow X, Q \leftrightarrow Z \text{ तथा } R \leftrightarrow Y$$

$$\text{अतः } \triangle PQR \cong \triangle XZY$$

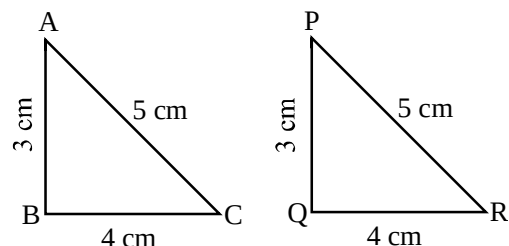
त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिये कसौटी

1. SSS सर्वांगसमता की कसौटी (शर्त)

दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं, यदि एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की संगत तीन भुजाओं के समान हैं।

❖ उदाहरण ❖

Ex.3 दो त्रिभुज ABC तथा PQR इस प्रकार खींचे गए हैं कि $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm तथा $AC = 5$ cm हैं। $PR = 5$ cm, $QR = 4$ cm तथा $PQ = 3$ cm हैं



अध्यारोपण की विधि से त्रिभुज की सर्वांगसमता का परीक्षण करें। त्रिभुजों के छः संगत अवयवों की समानता के द्वारा भी सर्वांगसमता सत्यापित करें।

Sol. $\triangle ABC$ की एक प्रतिलिपी ट्रेस करते हैं तथा इसको $\triangle PQR$ के ऊपर आरोपित करते हैं। हम पाते हैं कि त्रिभुज एक दूसरे को ठीक तरह से ढक लेते हैं, ताकि $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$ तथा $C \leftrightarrow R$ अर्थात् $\triangle ABC \cong \triangle PQR$.

त्रिभुजों के कोणों को भी मापते हैं तथा आंकड़ों को निम्नलिखित सारणी में भरते हैं :

त्रिभुज ABC	त्रिभुज PQR	अन्तर
$\angle A =$	$\angle P =$	$\angle A - \angle P =$
$\angle B = 90^\circ$	$\angle Q = 90^\circ$	$\angle B - \angle Q = 0$

हम पाते हैं कि सभी स्थितियों में अन्तर या तो शून्य है या शून्य के बहुत नजदीक है, जो शून्य के जैसे व्यवहार करता है।

अतः हम पाते हैं $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$

क्योंकि $\triangle ABC$ की (दी गई) सभी भुजाएँ तथा (मापे गये) सभी कोण, त्रिभुज PQR की संगत भुजाओं तथा कोणों के बराबर हैं।

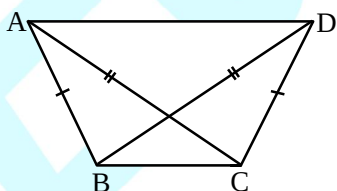
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle PQR$

Ex.4 ABC तथा DBC उभयनिष्ठ आधार BC पर खींचे गए दो त्रिभुज इस प्रकार हैं कि BC के समान ओर $AB = DC$ तथा $DB = AC$ है (चित्र में देखें)

क्या $\triangle ADB$ तथा $\triangle DAC$ सर्वांगसम है ?

यदि हाँ, तो संगत भाग बताओं। सर्वांगसमता सिद्ध करने के लिए कौनसी शर्त का उपयोग करते हो ?

Sol. $\triangle ADB$ तथा $\triangle DAC$ में, हम पाते हैं कि



$AB = DC$ (दिया है)

$BD = CA$ (दिया है)

तथा $AD = AD$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle DAC$

$A \leftrightarrow D$, $D \leftrightarrow A$ तथा $B \leftrightarrow C$ भी

चूँकि तीन संगत समान भाग त्रिभुजों की भुजाएँ हैं, अतः सर्वांगसमता की SSS शर्त के उपयोग से सर्वांगसमता सिद्ध होती है।

2. सर्वांगसमता की SAS कसौटी (शर्त)

जब एक त्रिभुज की दो भुजाएँ तथा बनाया गया कोण अन्य त्रिभुज की संगत दो भुजाओं तथा बनाये गये कोण के बराबर हैं, तो दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं। यह सर्वांगसमता की शर्त भुजा-कोण-भुजा सर्वांगसमता से जानी जाती है। लघु रूप में हम SAS शर्त लिखते हैं।

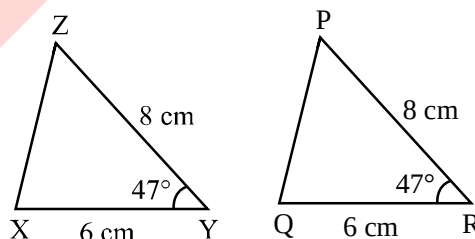
❖ उदाहरण ❖

Ex.5 नीचे दो त्रिभुजों के कुछ भागों के माप दिये गए हैं। दी गई सूचना के प्रयोग से परीक्षण कीजिए कि त्रिभुज सर्वांगसम हैं या नहीं,

$\triangle XYZ$ में : $XY = 6 \text{ cm}$, $YZ = 8 \text{ cm}$, $\angle Y = 47^\circ$

$\triangle PQR$ में : $QR = 6 \text{ cm}$, $PR = 8 \text{ cm}$, $\angle R = 47^\circ$

Sol. उनकी सर्वांगसमता का परीक्षण करने के पहले हम त्रिभुजों के कच्चे चित्र बनाते हैं।



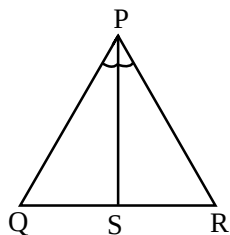
स्पष्टतया, यहाँ $XY = QR = 6 \text{ cm}$, $ZY = PR = 8 \text{ cm}$ तथा $\angle Y = \angle R = 47^\circ$ (बनाया गया कोण)। इस प्रकार SAS सर्वांगसमता कसौटी से $\triangle XYZ \cong \triangle QRP$

Ex.6 त्रिभुज PQR समद्विबाहु है जिसमें $PQ = PR$ है। रेखाखण्ड PS, $\angle P$ को समद्विभाजित करता है तथा भुजा QR को बिन्दु S पर मिलता है।

(i) क्या $\triangle PSQ \cong \triangle PSR$ है ?

(ii) क्या हम कह सकते हैं कि $QS = SR$?

Sol. $\triangle PSR$ तथा $\triangle PSQ$ में, समान भागों के तीन युग्म (दो भुजाएँ तथा एक कोण) नीचे दिये गये हैं :



$PQ = PR$ (दिया है)

$PS = PS$ (उभयनिष्ठ)

तथा $\angle QPS = \angle RPS$ (PS , $\angle P$ का अर्द्धक)

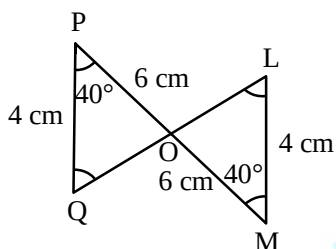
इसलिये (i) हाँ, $\triangle PSQ \cong \triangle PSR$

(ii) हाँ, $QS = SR$ (सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजायें)

Ex.7 संलग्न चित्र में, सिद्ध कीजिये कि

$$\triangle POQ \cong \triangle MOL$$

Sol. $\triangle POQ$ तथा $\triangle MOL$ में हम पाते हैं



$$\angle P = \angle M = 40^\circ$$

$$PO = OM = 6 \text{ cm}$$

तथा $PQ = ML = 4 \text{ cm}$ (दिया है)

इस प्रकार SAS सर्वांगसमता कसौटी से

$$\triangle POQ \cong \triangle MOL$$

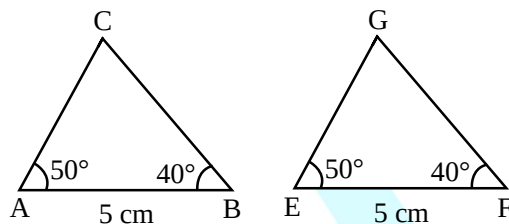
3. ASA सर्वांगसमता कसौटी (शर्त)

दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं, यदि एक त्रिभुज के दो कोण तथा सम्मिलित भुजा दूसरे त्रिभुज के संगत कोणों तथा अन्य की भुजा के समान हैं।

❖ उदाहरण ❖

Ex.8 निम्नलिखित त्रिभुजों के युग्मित चित्र में, कुछ भागों के माप दिये गये हैं। सत्यापित कीजिये कि दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं।

Sol.



त्रिभुज, $\triangle ABC$ तथा $\triangle EFG$ में

दिया है, $AB = EF = 5 \text{ cm}$

$$\angle A = \angle E = 50^\circ$$

$$\angle B = \angle F = 40^\circ$$

इसलिये ASA सर्वांगसमता शर्त से

$$\triangle ABC \cong \triangle EFG$$

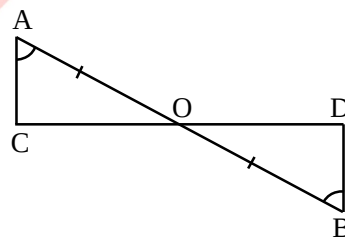
Ex.9 चित्र में, $AO = BO$ तथा $\angle A = \angle B$

(i) क्या $\angle AOC = \angle BOD$ है? क्यों?

(ii) क्या सर्वांगसमता की ASA शर्त से $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ है?

(iii) भाग (ii) के उत्तर में उपयोग में लिये गये कथन लिखिये।

(iv) क्या $\angle ACO = \angle BDO$ हैं?



Sol. (i) हाँ, $\angle AOC = \angle BOD$ [शीर्षाभिमुख कोण]

(ii) $\triangle AOC$ तथा $\triangle BOD$ में, हम पाते हैं

$$\angle AOC = \angle BOD \quad [\text{शीर्षाभिमुख कोण}]$$

$$AO = BO \quad [\text{दिया है}]$$

$$\angle OAC = \angle OBD \quad [\text{दिया है}]$$

इसलिए ASA सर्वांगसमता शर्त से हम पाते हैं

$$\triangle AOC \cong \triangle BOD$$

(iii) $AO = BO$, $\angle A = \angle B$ तथा $\angle AOC = \angle BOD$

(iv) हाँ, चूँकि $\triangle AOC \cong \triangle BOD$

4. RHS सर्वांगसमता कसौटी (शर्त)

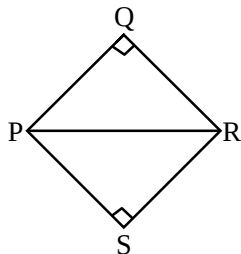
दो समकोण त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं, यदि एक त्रिभुज का कर्ण तथा एक भुजा क्रमशः दूसरे त्रिभुज के कर्ण तथा एक भुजा के बराबर है।

❖ उदाहरण ❖

Ex.10 चित्र में, $PQ = PS$, $PQ \perp QR$ तथा $PS \perp RS$ है

- (i) क्या $\triangle PQR \cong \triangle PSR$ है? क्यों?
(ii) क्या $QR = RS$ है? क्यों?

Sol.



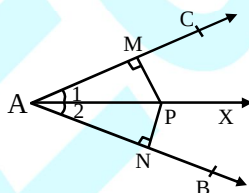
$\triangle PQR$ तथा $\triangle PSR$ में, हम पाते हैं

$$\begin{aligned} PQ &= PS && \text{(दिया है)} \\ \angle PQR &= \angle PSR && \text{(दोनों समकोण है)} \\ PR &= PR && \text{(उभयनिष्ठ भुजा)} \end{aligned}$$

- (i) $\therefore$ RHS सर्वांगसमता शर्त से, हम पाते हैं $PQR \cong \triangle PSR$
(ii) हाँ, $QR = RS$, क्योंकि ये सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग हैं।

Ex.11 $\angle BAC$ का अर्धक AX है। AX पर कोई बिन्दु P है। सिद्ध कीजिए कि P से AB तथा AC पर खींचे गये लम्ब बराबर है।

Sol. दिया है : एक कोण BAC , AX के द्वारा समद्विभाजित होता है। AX पर स्थित एक बिन्दु P से PM तथा PN क्रमशः AB तथा AC पर खींचे गए लम्ब है।



सिद्ध करना है : $PM = PN$

उपपत्ति : $\triangle AMP$ तथा $\triangle ANP$ में

$$\angle M = \angle N \quad [\text{प्रत्येक } 90^\circ]$$

$$\angle 1 = \angle 2 \quad [\angle BAC \text{ का अर्धक } AX \text{ है}]$$

$$AP = AP$$

[उभयनिष्ठ]

$$\triangle AMP \cong \triangle ANP \quad [AAS \text{ सर्वांगसमता शर्त से}]$$

$$PM = PN \quad [\text{सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग}]$$

Ex.12 निम्नलिखित कथनों को पूर्ण कीजिये:

- (i) दो रेखा खण्ड सर्वांगसम होते हैं यदि _____.
(ii) दो सर्वांगसम कोणों में, एक का माप 70° है, दूसरे का माप _____ है।
(iii) जब हम $\angle A = \angle B$ लिखते हैं, वस्तुतः हमारा अर्थ _____ है।
(iv) दो वृत्त C_1 तथा C_2 सर्वांगसम हैं, तब उनकी त्रिज्याएँ _____ होगी।

Sol.

- (i) दो रेखा खण्ड सर्वांगसम हैं यदि वे समान लम्बाई रखते हैं।
(ii) दो सर्वांगसम कोणों में एक का माप 70° है, दूसरे का माप 70° होगा।
(iii) जब हम $\angle A = \angle B$, लिखते हैं, हमारा वस्तुतः अर्थ $m \angle A = m \angle B$ है।
(iv) दो वृत्त C_1 तथा C_2 सर्वांगसम हैं, तब उनकी त्रिज्याएँ समान होगी।

Ex.13 यदि संगतता $ABC \leftrightarrow FED$ के अन्तर्गत $\triangle ABC \cong \triangle FED$ है, तब त्रिभुजों के सभी संगत सर्वांगसम भाग लिखिये।

Sol.

चूँकि $\triangle ABC \cong \triangle FED$

इसलिए $\angle A \leftrightarrow \angle F$, $\angle B \leftrightarrow \angle E$, $\angle C \leftrightarrow \angle D$.

$$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}, \overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}, \overline{AC} \leftrightarrow \overline{FD}.$$

Ex.14 यदि $\triangle DEF \cong \triangle BCA$ है, तब $\triangle BCA$ के भाग निम्न के संगत लिखिए।

$$(i) \angle E \quad (ii) \overline{EF} \quad (iii) \angle F \quad (iv) \overline{DF}$$

Sol.

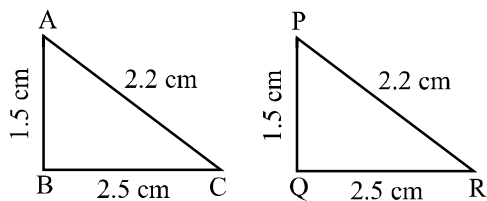
यदि $\triangle DEF \cong \triangle BCA$ है, तब $D \leftrightarrow B$, $E \leftrightarrow C$, $F \leftrightarrow A$

$$(i) \angle E = \angle C \quad (ii) \overline{EF} = \overline{CA}$$

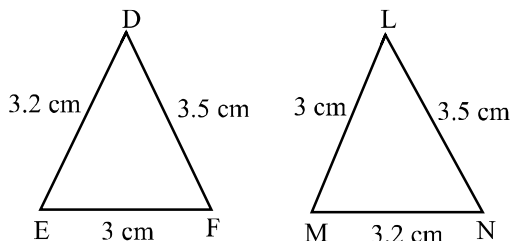
$$(iii) \angle F = \angle A \quad (iv) \overline{DF} = \overline{BA}$$

Ex.15 नीचे दिये गये चित्र में त्रिभुजों की भुजाओं की लम्बाई दर्शाई गई है। SSS सर्वांगसमता नियम के उपयोग से

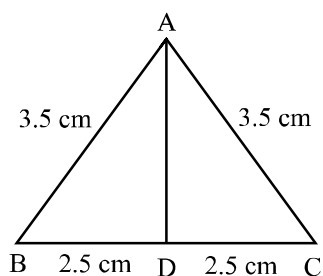
बताओं त्रिभुजों के कौनसे युग्म सर्वांगसम है। सर्वांगसम त्रिभुजों की स्थिति में परिणाम सांकेतिक रूप में लिखें।



(i)



(ii)



(iii)

Sol. (i) ΔABC तथा ΔPQR में

$$AB = PQ = 1.5 \text{ cm}$$

$$BC = QR = 2.5 \text{ cm}$$

$$CA = RP = 2.2 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR \quad (\text{SSS से})$$

(ii) $DE \neq LM$, $EF \neq MN$

इसलिए, $\Delta DEF \not\cong \Delta LMN$.

(iii) ΔADB तथा ΔADC में

$$AD = AD \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

$$AB = AC = 3.5 \text{ cm}$$

$$BD = CD = 2.5 \text{ cm}$$

$$\Delta ADB \cong \Delta ADC \quad (\text{SSS द्वारा})$$

Ex.16 चित्र में, $AB = AC$ तथा $\overline{BC}$ का मध्य बिन्दु D है।

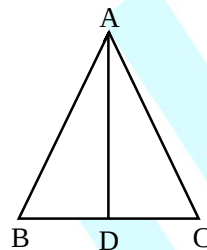
(i) ΔADB तथा ΔADC में समान भागों के तीन युग्म बताओं।

(ii) क्या $\Delta ADB = \Delta ADC$ है ? कारण दें।

(iii) क्या $\angle B = \angle C$ है ? क्यों ?

Sol.

(i) ΔADB तथा ΔADC में



$$AB = AC \quad (\text{दिया है})$$

$$AD = AD \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

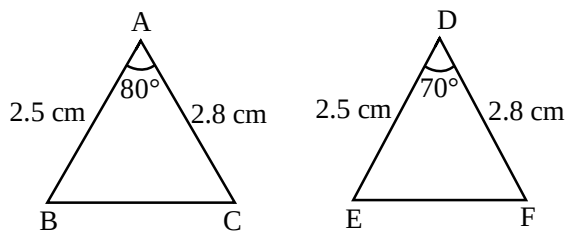
$$BD = DC \quad (\because D, BC \text{ का मध्य बिन्दु है})$$

$$(ii) \Delta ADB \cong \Delta ADC \quad (\text{SSS गुणधर्म से})$$

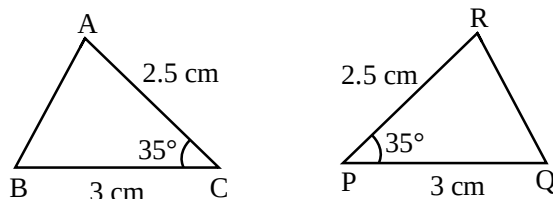
$$(iii) \text{हाँ, } \angle B = \angle C$$

(सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भागों से)

Ex.17 चित्र में, त्रिभुजों के कुछ भागों के माप दर्शाये गये हैं। SAS सर्वांगसमता के नियम के उपयोग से, प्रत्येक स्थिति में सर्वांगसम त्रिभुजों के युग्म बताओं यदि कोई है। सर्वांगसम त्रिभुजों की स्थिति में, उनको सांकेतिक रूप में लिखें।



(i)



(ii)

Sol. (i) ΔABC तथा ΔDEF में

चूँकि $AB = DE = 2.5 \text{ cm}$ ($\because 80^\circ \neq 70^\circ$)

$$\angle A \neq \angle D$$

$$AC = DF = 2.8 \text{ cm}$$

इसलिए, $\triangle ABC \not\cong \triangle DEF$

(ii) $\triangle ACB$ तथा $\triangle RPQ$ में

$$AC = RP = 2.5 \text{ cm}$$

$$\angle C = \angle P = 35^\circ$$

$$CB = PQ = 3 \text{ cm}$$

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle RPQ$ (SAS द्वारा)

Ex.18 चित्र में, $\overline{AB}$ तथा $\overline{CD}$ एक दूसरे को O पर समद्विभाजित करते हैं।

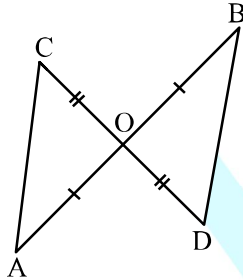
(i) दो त्रिभुजों $\triangle AOC$ तथा $\triangle BOD$ में समान भागों के तीन युग्म बताओं।

(ii) निम्नलिखित में से कौनसे कथन सही है

(a) $\triangle AOC \cong \triangle DOB$

(b) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$?

Sol.



(i) $AO = OB$

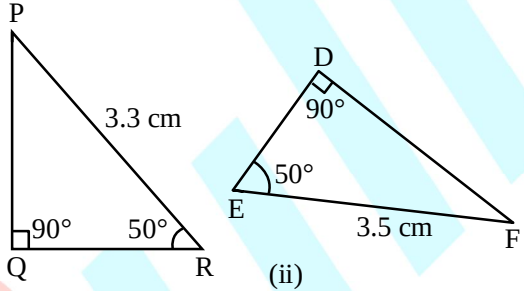
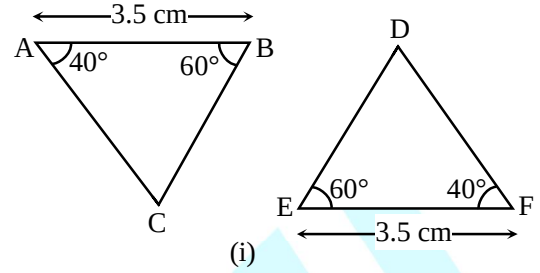
$CO = OD$

$\angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

(ii) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ (SAS द्वारा)

अतः (b) सही है।

Ex.19 चित्र में कुछ भागों के माप दर्शाये गये हैं। ASA सर्वांगसमता नियम के उपयोग से बताओं त्रिभुजों के कौनसे युग्म सर्वांगसम हैं। सर्वांगसमता की स्थिति में, परिणाम सांकेतिक रूप में लिखें।



Sol. (i) $\triangle ABC$ तथा $\triangle FED$ में

$\angle A = \angle F$ (प्रत्येक 40°)

$AB = EF$ (प्रत्येक 3.5 cm)

तथा $\angle B = \angle E$ (प्रत्येक 60°)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED$ (ASA द्वारा)

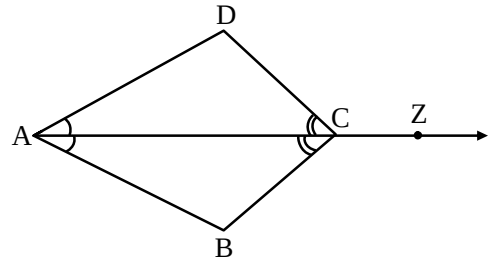
(ii) $\triangle PQR \not\cong \triangle DEF$

चूँकि $\angle Q = \angle D = 90^\circ$

$\angle E = \angle R = 50^\circ$

$PR \neq EF$ ($\because 3.3 \text{ cm} \neq 3.5 \text{ cm}$)

Ex.20 चित्र में, किरण AZ, $\angle DAB$ तथा $\angle DCB$ को समद्विभाजित करती है



(i) $\triangle BAC$ तथा $\triangle DAC$ में समान भागों के तीन युग्म बताओं।

(ii) क्या $\triangle BAC \cong \triangle DAC$ है ? कारण दीजिए।

(iii) क्या $AB = AD$ है ? अपने उत्तर को सत्यापित करें।

(iv) क्या $CD = CB$ है ? कारण दीजिए।

Sol. (i) $\triangle BAC$ तथा $\triangle DAC$ में

$$\angle BAC = \angle DAC [\because AZ, \angle DAB \text{ का अर्द्धक है}]$$

$$AC = AC \quad (\text{उभयनिष्ठ है})$$

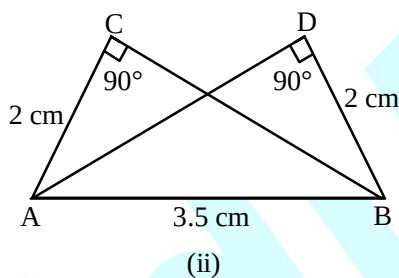
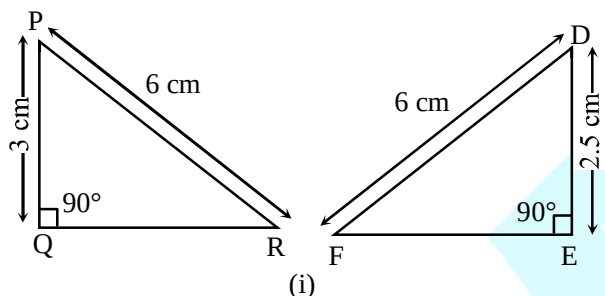
$$\angle BCA = \angle DCA [\because AZ, \angle DCB \text{ का अर्द्धक है}]$$

(ii) हाँ, $\triangle BAC \cong \triangle DAC$ (ASA से)

(iii) हाँ, $AB = AD$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

(iv) हाँ, $CD = CB$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

Ex.21 चित्र में त्रिभुजों के कुछ भागों के माप दिये गये हैं। सर्वांगसमता नियम के प्रयोग से बताओं कौनसे त्रिभुज युग्म सर्वांगसम है। सर्वांगसम त्रिभुजों की स्थिति में परिणाम सांकतिक रूप में लिखें।



Sol. (i) $\triangle PQR$ तथा $\triangle DEF$ में

$$\text{चूँकि } PR = DF = 6 \text{ cm}$$

$$\angle Q = \angle E = 90^\circ$$

$$\text{किन्तु } PQ \neq DE \quad (\text{चूँकि } 3 \text{ cm} \neq 2.5 \text{ cm})$$

इसलिए, $\triangle PQR \not\cong \triangle DEF$

(ii) $\triangle CAB$ तथा $\triangle DBA$ में

$$\angle C = \angle D = 90^\circ \text{ प्रत्येक}$$

$$AB = AB = 3.5 \text{ cm}$$

$$CA = DB = 2 \text{ cm}$$

$$\triangle CAB \cong \triangle DBA$$

(RHS से)

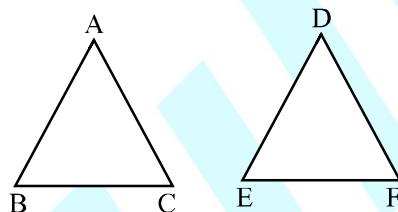
Ex.22 निम्नलिखित में तुम कौनसी सर्वांगसमता कसौटी का उपयोग करोगे?

(a) दिया है $AC = DF$

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

इसलिए, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

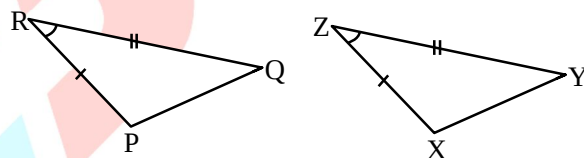


(b) दिया है $RP = ZX$

$$\angle PRQ = \angle XZY$$

$$RQ = ZY$$

इसलिए, $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

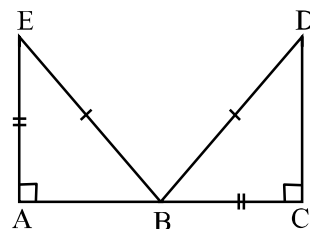


(c) दिया है $EB = DB$

$$AE = BC$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

इसलिए, $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



Sol.

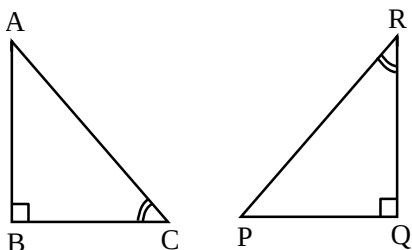
(a) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS से)

(b) $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ (SAS से)

(c) $\triangle EAB \cong \triangle DCB$ (RHS से)

Ex.23 यदि $\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ सर्वांगसम हो, संगत भागों के एक अतिरिक्त युग्म का नाम लिखें। तुम कौनसी कसौटी का उपयोग करते हो ?

Sol. सिद्ध करना है $\triangle ABC \cong \triangle PQR$,



हमें संगत भागों के एक अतिरिक्त युग्म की आवश्यकता है जो है

$$BC = QR$$

चूँकि, यदि $\angle ABC = \angle PQR$ (प्रत्येक 90°)

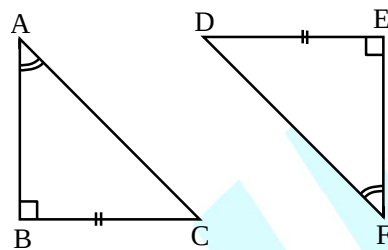
$$BC = QR$$

$$\angle ACB = \angle PRQ \quad (\text{दिया है})$$

$$\triangle ABC \cong \triangle PQR \quad (\text{ASA से})$$

Ex.24 $\triangle ABC \cong \triangle FED$ है क्यों ? स्पष्ट कीजिये।

Sol. $\triangle ABC$ तथा $\triangle FED$ में



$$\angle A = \angle F \quad (\text{दिया है})$$

$$\angle B = \angle E \quad (\text{प्रत्येक } 90^\circ) \quad (\text{दिया है})$$

$$\Rightarrow \angle C = \angle D \quad \dots(i)$$

(तीसरा $\angle C =$ तीसरा $\angle D$)

इसलिए, अब $\angle B = \angle E = 90^\circ$

$$BC = FE \quad (\text{दिया है})$$

$$\angle C = \angle D \quad [(i) \text{ से}]$$

$$\triangle ABC \cong \triangle FED \quad (\text{ASA से})$$

याद रखने योग्य महत्वपूर्ण बिन्दु

1. दो आकृतियाँ सर्वांगसम होती हैं यदि वे समान आकृति तथा आकार रखती हैं।
2. दो रेखाखण्ड माना $\overline{AB}$ तथा $\overline{CD}$ सर्वांगसम होते हैं यदि वे समान लम्बाई रखते हैं, इसे हम $AB \cong CD$ के द्वारा लिखते हैं।
3. दो वर्ग सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी भुजाओं के माप समान हैं।
4. दो आयत सर्वांगसम होते हैं यदि वे समान लम्बाई तथा चौड़ाई रखते हैं।
5. दो वृत्त सर्वांगसम होते हैं यदि वे समान त्रिज्या रखते हैं।
6. दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ तथा तीन कोण दूसरे त्रिभुज की संगत भुजाओं तथा कोणों के बराबर हों।
7. दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की संगत तीन भुजाओं के बराबर हों (SSS सर्वांगसमता शर्त)
8. दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज की दो भुजाएँ तथा सम्मिलित कोण दूसरे त्रिभुज की संगत भुजाओं तथा सम्मिलित कोण के बराबर हों (SAS सर्वांगसमता शर्त)। 'त्रिभुज' को ' Δ ' के द्वारा व्यक्त किया जा सकता है।

9. दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज के दो कोण तथा सम्मिलित भुजा दूसरे त्रिभुज के संगत कोणों तथा सम्मिलित भुजा के बराबर हो (ASA सर्वांगसमता शर्त)
10. दो समकोण त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि एक त्रिभुज का कर्ण तथा एक भुजा दूसरे त्रिभुज के कर्ण तथा संगत भुजा के बराबर हो।
11. दो सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल समान होते हैं परन्तु समान क्षेत्रफलों वाली आकृतियाँ सर्वांगसम नहीं हो सकती हैं।
12. दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की कोण-कोण-कोण (AAA) कोई शर्त नहीं है।
13. समान संगत कोणों के दो त्रिभुजों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है। ऐसी संगतता में, एक त्रिभुज दूसरे त्रिभुज का बड़ा रूप हो सकता है। (वे सर्वांगसम होंगे केवल यदि वे एक दूसरे की ठीक कॉपी हैं)