प्रायिकता

6
CHAPTER

सूची

- प्रायिकता की गणितीय परिभाषा

प्रायिकता की गणितीय परिभाषा

यदि किसी घटना A के लिए n परिपूर्ण, परस्पर अपवर्जी तथा समप्रायिक घटनाऐं हों, एवं m उनकी अनुकूल घटनाऐं हों, तब घटना A के घटित होने की प्रायिकता को अनुपात m/n से परिभाषित करते हैं एवं इसे P(A) से निरूपित किया जाता है, अतः

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$= \frac{\text{घटना A के पक्ष में अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{A की कुल समप्रायिक परिणामों की संख्या}}$$

नोट : स्पष्टतः $0 \le m \le n$ यदि किसी घटना A के घटित होने की निश्चितता की अवस्था में m = n होगा, अतः P (A) = 1

यदि A के घटित होने की असम्भवता की अवस्था में m = 0 होगा, अतः P (A) = 0 फलतः $0 \le P(A) \le 1$

इसी प्रकार यदि घटना A के घटित न होने की घटना को $\overline{A}$ से व्यक्त करें जिसका तात्पर्य है कि A घटित नहीं होती है, तब उपरोक्त स्थितियों m, n के लिए,

$$P(\overline{A}) = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n} = 1 - P(A)$$

$$\therefore \; P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

ताश के पत्ते :

(i) कुल पत्ते : 52 (26 लाल, 26 काले)

(ii) चार सूट : पान, हुकम, ईट, चिड़ी (प्रत्येक के 13 पत्ते)

(iii) दरबारी पत्ते : 12 (4 बादशाह, 4 बेगम, 4 गुलाम)

(iv) ऑनर पत्ते :16 (4 इक्का, 4 बादशाह, 4 बेगम, 4 गुलाम)

❖ उदाहरण ❖

Ex.1 दो पासे एक साथ फैंके जाते हैं, तो निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(i) दोनों पासों पर समान अंक आए।

(ii) दोनों पासों पर प्राप्त संख्याओं का अन्तर 1 हो।

Sol. दो पासों के फैंकने पर प्रतिदर्श समष्टि

s = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ×{1, 2, 3, 4, 5, 6}.

स्थितियों की कुल संख्या n (s) = 6 × 6 = 36

(i) माना कि E_1 = दोनों पासों पर समान संख्या आने की घटना

= {(1, 1) (2, 2) (3, 3) (4, 4) (5, 5) (6, 6) }

$\therefore \; n(E_1) = 6$

$$\therefore \; P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(s)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) E_2 = दोनों पासों पर प्राप्त संख्याओं का अन्तर 1 होने की घटना

= {(1, 2) (2, 1) (2, 3) (3, 2) (3, 4) (4, 3) (4, 5) (5, 4) (5, 6) (6, 5)}

$\therefore \; n(E_2) = 10$

$$\therefore \; p(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(s)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Ex.2 तीन सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, तो -

(i) ठीक दो चित आने की प्रायिकता ज्ञात करो

(ii) कम से कम दो पट आने की प्रायिकता ज्ञात करो

Sol. तीन सिक्कों को उछालने की प्रतिदर्श समष्टि

S = (H, T) × (H, T) × (H, T)

$\therefore$ कुल स्थितियों की संख्या n (s) = 2 × 2 × 2 = 8

(i) यहाँ E_1 = ठीक दो चित आने की घटना

= {HHT, HTH, THH}

$\therefore$ $n(E_1) = 3$ $\quad \therefore P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(s)} = \frac{3}{8}$

(ii) E_2 = {HTT, THT, TTH, TTT}

$\therefore$ $n(E_2) = 4$,

$\therefore$ $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(s)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Ex.3 एक साधारण छः फलकों वाला एक पासा फैंका जाता है, तो उस पर (a) 3 आने की प्रायिकता ज्ञात करो? (b) सम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करो ?

Sol.(a) पासे को फैंकने पर 6 संभावित घटनाऐं हैं तथा 3 आने की केवल एक ही घटना है

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता

$= \frac{\text{अनुकुल स्थितियों की संख्या}}{\text{कुल संभावित स्थितियों की संख्या}} = \frac{1}{6}$

(b) एक पासे को फैंकने पर कुल स्थितियों की संख्या = 6

सम संख्या 2, 4, 6 आने की स्थितियों की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ex.4 अच्छी तरह फैंटी हुई एक ताश की गड्डी जिसमें 52 पत्ते हैं, इसमें से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है, तो निकाले गये पत्ते के न तो लाल और न ही बेगम का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Sol. ताश की गड्डी में 26 लाल पत्ते (जिनमें 2 लाल बेगम शामिल है) होते है एवं उनमें 2 बेगम और भी हैं, इस प्रकार हमें 28 पत्तो पर विचार करके जिनका एक सैट अलग से रख देते हैं। अब हम शेष पत्तों

(52 – 28) = 24 में से 1 पत्ता निकालते है।

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{24}{52} = \frac{6}{13}$

Ex.5 एक पासे को फैंकने पर उस पर प्राप्त संख्या के 5 से छोटी संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Sol. पासे को फैंकने पर 5 से छोटी संख्याऐं 4 आती हैं, जो कि 1, 2, 3 तथा 4 होती है।

इस प्रकार अनुकूल स्थितियों की संख्या = 4

$\because$ एक पासे को फैंकने पर 1, 2, 3, 4, 5 या 6 आते है।

$\therefore$ कुल संभावित स्थितियों की संख्या = 6

$\therefore$ P(5 से छोटी संख्या आये) $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Ex.6 यदि किसी खेल को जीतने की प्रायिकता 0.3 है, तो इस खेल के हारने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

Sol. खेल के जीतने की प्रायिकता = 0.3

खेल के हारने की प्रायिकता = q (माना)

$\Rightarrow$ $0.3 + q = 1$

$\Rightarrow$ $q = 1 - 0.3$

$\Rightarrow$ $q = 0.7$

Ex.7 दो सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए, कि इन सिक्कों को उछालने पर

(i) दो चित आये

(ii) कम से कम एक चित आये

(iii) कोई चित न आये

Sol. मानाकि H चित आने को तथा T पट आने को दर्शाता है।

$\therefore$ दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर संभावित सभी स्थितियाँ निम्न हैः

(i) दो चित आने की प्रायिकता = P(HH)

$= \frac{\text{दो चित आने की घटना}}{\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{4}$

(ii) कम से कम एक चित आने की प्रायिकता

= P(HT या TH या HH)

$= \frac{\text{कम से कम एक चित आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{4}$

(iii) कोई चित न आने की प्रायिकता = P(TT)

$= \frac{\text{कोई चित न आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{4}$

Ex.8 तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर -

(i) सभी संभावित परिणाम ज्ञात कीजिए।

(ii) 3 चित, 2 चित, 1 चित तथा 0 चित आने की घटनाऐं ज्ञात करो।

(iii) 3 चित, 2 चित, 1 चित तथा कोई चित नहीं आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Sol. मानाकि H चित आने को एवं T पट आने को दर्शाता है। तीन सिक्को को एक साथ उछालने पर

(i) सभी संभावित परिणाम = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} ये 8 संभावित परिणाम है।

(ii) 3 चित आने की घटना = (HHH) = 1

2 चित आने की घटना = {HHT, HTH, THH} = 3

1 चित आने की घटना = {HTT, THT, TTH} = 3

0 चित आने की घटना = {TTT} =1

(iii) अब, 3 चित आने की प्रायिकता = P (HHH)

$$= \frac{\text{3 चित आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{8}$$

इसी प्रकार, दो चित आने की प्रायिकता

= P(HHT या THH या HTH)

$$= \frac{\text{2 चित आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{8}$$

एक चित आने की प्रायिकता

= P (HTT या THT या TTH)

$$= \frac{\text{1 चित आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{8}$$

कोई चित न आने की प्रायिकता = P (TTT)

$$= \frac{\text{कोई चित न आने की घटना}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{8}$$

Ex.9 अच्छी तरह फैंटी हुई 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है, तो इस पत्ते के

(i) इक्का होने

(ii) हुकम का '2' होने

(iii) काले सूट का '10' का होने की प्रायिकताऐं ज्ञात कीजिए।

Sol.(i) ताश की गड्डी में 4 इक्के होते हैं।

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$\because$ ताश की गड्डी में कुल पत्ते = 52.

$\therefore$ कुल संभावित परिणामों की संख्या = 52

$\therefore$ P(इक्का) = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) हुकम का '2' के पत्तों की संख्या = 1

अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 52

$\therefore$ P(हुकम का '2') = $\frac{1}{52}$

(iii) काले सूट के '10' के 2 पत्ते होते है (अर्थात् हुकम व चिड़ी)

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

कुल संभावित परिणामों की संख्या = 52

$\therefore$ P(काले सूट का '10' होना) = $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

Ex.10 एक थैले में 12 गेंदें है, जिनमे से x गेंद सफेद है

(i) यदि एक गेंद यादृच्छया निकाली जाये तो इस गेंद के सफेद होने की प्रायिकता क्या होगी ?

(ii) यदि थैले में 6 ओर गेंद रख दी जायें तो अब एक सफेद गेंद निकाले जाने की प्रायिकता का मान (i) की प्रायिकता का दुगुना हो तो x का मान ज्ञात करो।

Sol. गेंद का यादृच्छया निकाला जाना समप्रायिक परिणामों की निश्चितता को बतलाता है।

गेंदो की कुल संख्या = 12

$\therefore$ संभावित परिणामों की कुल संख्या = 12

$\therefore$ सफेद गेदों की संख्या = x

(i) कुल 12 परिणामों में से, अनुकूल परिणाम = x

$$\text{P(सफेद गेंद)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{x}{12}$$

(ii) यदि थैले में 6 और गेंदें रख दी जायें, तब सफेद गेंदों की कुल संख्या = x + 6

थैले में गेंदो की कुल संख्या = 12 + 6 = 18

$$\text{P (सफेद गेंद)} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$= \frac{x+6}{12+6}$

प्रश्नानुसार,

दूसरी स्थिति में सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता

= 2 × प्रथम स्थिति में सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता

$\Rightarrow \quad \frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right) \qquad \Rightarrow \quad \frac{x+6}{18} = \frac{x}{6}$

$\Rightarrow \quad 6x + 36 - 18x \qquad \Rightarrow \quad 12x = 36$

$\Rightarrow \quad x = 3$

अतः सफेद गेंदों की संख्या = 3

Ex.11 एक लीप वर्ष का यादृच्छया चयन करने पर उसमें 53 रविवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Sol. लीप वर्ष में दिनों की संख्या = 366 दिन

अब, 366 दिन = 52 सप्ताह व 2 दिन

शेष दो दिन निम्न प्रकार हो सकते है

(i) रविवार व सोमवार

(ii) सोमवार व मंगलवार

(iii) मंगलवार व बुधवार

(iv) बुधवार व गुरूवार

(v) गुरूवार व शुक्रवार

(vi) शुक्रवार व शनिवार

(vii) शनिवार व रविवार

लीप वर्ष में 53 रविवार होने के लिए अंतिम दो दिन या तो रविवार व सोमवार या शनिवार या रविवार होना चाहिए।

$\therefore$ इस प्रकार के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

कुल अनुकूल परिणामों की संख्या = 7

$\therefore$ P(लीप वर्ष में 53 रविवार होना) = $\frac{2}{7}$

Ex.12 तीन अनभिनत सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि :

(i) सभी पर चित आता है, (ii) दो चित आते है

(iii) एक चित आता है

(iv) कम से कम दो चित आते है

Sol. तीन सिक्कों को उछालने पर निम्न घटनाऐं घटित होती है।

HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT

$\therefore$ कुल घटित घटनाओं की संख्या = 8

(i) घटना "सभी पर चित आता है" इसके अनुकूल घटना HHH है अर्थात् HHH ही इसके पक्ष में परिणाम है।

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 1

अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{1}{8}$

(ii) घटना "दो चित आना" इसके पक्ष में घटित होने वाली घटनाऐं HHT, THH, HTH हैं।

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{3}{8}$

(iii) घटना "एक चित आना" के पक्ष में HTT, THT, TTH घटनाऐं घटित हो सकती हैं

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{3}{8}$

(iv) घटना ''कम से कम दो चित आना'' के पक्ष में घटित होने वाली घटनाऐं HHH, HHT, HTH व THH है।

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 4

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Ex.13 17 पत्तों जिन पर 1, 2, 3 ... 17 लिखा हुआ है, को एक बक्से में अच्छी तरह से फैंट कर रखा जाता है। एक व्यक्ति इस बक्से में से एक पत्ता निकालता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पत्ते पर प्राप्त संख्या

(i) विषम है।

(ii) अभाज्य है।

(iii) 3 से विभाज्य है।

(iv) 3 व 2 से विभाज्य है।

Sol. बक्से में रखे 17 पत्तों में से एक पत्ता निकालने के तरीकों की संख्या 17 है।

$\therefore$ घटनाओं की कुल संख्या = 17

(i) 9 विषम संख्या वाले पत्ते 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 है, तब इन 9 पत्तों में से एक पत्ता निकालने के तरीकों की संख्या 9 है।

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 9

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{9}{17}$

(ii) 7 अभाज्य संख्या वाले पत्ते 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 है, तब इन 7 पत्तों में से एक पत्ता निकालने के तरीकों की संख्या 7 है।

$\therefore$ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 7

अतः P (अभाज्य संख्या आना) = $\frac{7}{17}$

(iii) मानाकि A उस घटना को बतलाता है, जो 3 से विभाज्य संख्या वाले पत्तों को दर्शाता है। स्पष्टतः घटना A घटित होती है, यदि हमें 3, 6, 9, 12, 15 वाले पत्ते मिलते है।

∴ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 5

अतः P (3 से विभाज्य संख्या वाले पत्ते) = $\frac{5}{17}$

(iv) यदि कोई संख्या 3 व 2 दोनों से विभाज्य है, तो इसका तात्पर्य है कि वह 6 का गुणज है। पत्तों जिन पर 1, 2, 3 ..., 17 अंकित है, में से केवल 2 ही पत्ते 3 व 2 दोनों से विभाज्य हैं अर्थात् 6 से विभाज्य होंगे। ये पत्ते 6 व 12 अंक वाले है।

∴ अनुकूल घटनाऐं = 2

अतः P (3 व 2 दोनों से विभाज्य पत्ते) = $\frac{2}{17}$

Ex.14 एक थैले में 5 लाल गेंद, 8 सफेद गेंद, 4 हरी गेंद तथा 7 काली गेंद हैं। यदि एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती हो, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद :

(i) काली है (ii) लाल है (iii) हरी नहीं है

Sol. थैले में गेंदो की कुल संख्या = 5 + 8 + 4 + 7 = 24

∴ प्रारम्भिक घटनाओं की कुल संख्या = 24

(i) थैले में 7 काली गेंद है

∴ प्रारम्भिक घटनाओं की अनुकूल संख्या = 7

अतः P (काली गेंद आना) = $\frac{7}{24}$

(ii) थैले में 5 लाल गेंद है

∴ प्रारम्भिक घटनाओं के अनुकूल संख्या = 5

अतः P (लाल गेंद आना) = $\frac{5}{24}$

(iii) हमारे पास 5 + 8 + 7 = 20 गेंद ऐसी हैं, जो हरी नहीं है।

∴ प्रारम्भिक घटनाओं के अनुकूल संख्या = 20

अतः P (हरी गेंद नहीं आना) = $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

Ex.15 संख्याओं 1 से 25 में से यादृच्छया चुनी गई एक संख्या के अभाज्य संख्या नहीं होने की प्रायिकता ज्ञात करो जबकि दी गई प्रत्येक संख्या समप्रायिक रूप से चुनी जाती हो ?

Sol. कुल संख्याऐं (1, 2, 3, 4, ... 25) = 25

25 संख्याओं में से अभाज्य संख्याऐं = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

इस प्रकार शेष संख्या जो अभाज्य नहीं है = 25−9 = 16

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 25

अनुकूल परिणामों की संख्या = 16

$$P = \frac{\text{अनुकुल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित कुल परिणामों की संख्या}}$$

P (अभाज्य नहीं है) = $\frac{16}{25}$

Ex.16 बच्चों के एक खिलौना बैंक में सौ 50 पैसे के सिक्के, पचास 1 रूपये के सिक्के, बीस 2 रूपये के सिक्के तथा दस 5 रूपये के सिक्के हैं। यदि खिलौना बैंक को ऊपरी तरफ से नीचे घुमाने पर एक ही प्रकार के सिक्कों के बाहर निकलने की समप्रायिक घटनाऐं हों तो प्रायिकता ज्ञात करो कि निकला हुआ सिक्का

(i) 50 पैसे का सिक्का है

(ii) 5 रूपये का सिक्का नहीं है

Sol. 50 पैसे के सिक्कों की संख्या = 100

1 रूपये के सिक्कों की संख्या = 50

2 रूपये के सिक्कों की संख्या = 20

5 रूपये के सिक्कों की संख्या = 10

(i) 50 पैसे के सिक्के के निकलने की अनुकूल परिणामों की संख्या = 100

सिक्कों की कुल संख्या = 100+50+20+10 = 180

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 180

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\ (50\ p) = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

(ii) 5 रूपये का सिक्का नहीं निकलने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 180 – 10 = 170

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\ (\text{5 रूपये का सिक्का नहीं होने}) = \frac{170}{180} = \frac{17}{18}$$

Ex.17 (i) 20 बल्बों के एक ढ़ेर में 4 बल्ब खराब है। यादृच्छया एक बल्ब उस ढ़ेर में से निकाला जाता है, तो निकाले गये इस बल्ब के खराब बल्ब होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

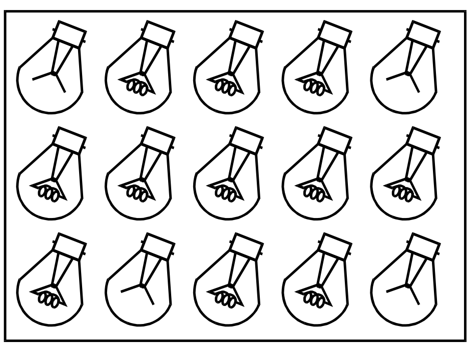
(ii) मानलो कि (i) में निकाला गया बल्ब खराब नही है एवं इसे वापिस नहीं रखा गया है, अब शेष बल्बो में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है, तो इस बल्ब के खराब नहीं होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

Sol. (i) बल्बों की कुल संख्या = 20

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 20

खराब बल्बों के अनुकूल परिणामों की कुल संख्या = 4

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$



$$P\ (\text{खराब बल्ब}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(ii) निकाला गया बल्ब यदि खराब नहीं हो तब बिना प्रतिस्थापन के बाद बल्बों की कुल संख्या = 19

खराब बल्बो की संख्या = 4

वे बल्ब जो खराब नहीं है, उनकी संख्या = 19 – 4 = 15

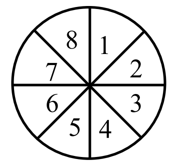
खराब बल्ब नहीं होने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 19

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\ (\text{खराब नहीं होने}) = \frac{15}{19}$$

Ex.18 अंको के एक घूमते हुए चक्र पर तीर फैंक कर मारने वाले एक खेल में चित्रानुसार चक्र किसी एक अंक 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (चित्र देखें) पर आकर रूकता है यदि ये समप्रायिक परिणाम हों, तो इसकी क्या प्रायिकता होगी कि यह चक्र, तीर मारने पर



(i) 8 अंक पर रूकेगा

(ii) विषम अंक पर रूकेगा

(iii) 2 से बड़े अंक पर रूकेगा

(iv) 9 से छोटे अंक पर रूकेगा

Sol. खेल में संभावित परिणामों की कुल संख्या = 8

(i) 8 पर तीर के रूकने की संख्या = 1

8 के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\ (8) = \frac{1}{8}$$

(ii) खेल में विषम अंको वाली संख्याऐं 1, 3, 5, 7 = 4

विषम संख्या के अनुकूल परिणामो की संख्या = 4

$$P = (\text{विषम संख्या}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iii) 2 से बड़ी संख्या = 6

2 से बड़ी संख्या के आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$P = (\text{2 से बड़ी संख्या}) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(iv) 9 से छोटी संख्या = 8

9 से छोटी संख्या आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

$$P\ (\text{9 से छोटी संख्या}) = \frac{8}{8} = 1$$

Ex.19 3 छात्रों के एक समूह में 2 छात्रों का जन्मदिन एक साथ नहीं आने की प्रायिकता 0.992 है, तो इन 2 छात्रों का जन्मदिन एक साथ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ?

Sol. 3 छात्रों के एक समूह में से 2 छात्रों का जन्म दिन एक साथ नहीं आने की प्रायिकता = 0.992

3 छात्रों के एक समूह में से इन 2 छात्रों का जन्मदिन एक साथ आने की प्रायिकता

$[\therefore p + q = 1] = 1 - 0.992 = 0.008$

Ex.20 अच्छी तरह फैंटी गई 52 पत्तों की ताश की एक गड्डी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है, तो निकाले गये पत्ते के न तो लाल रंग का पत्ता और न ही बेगम का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात करो ?

Sol. 2 लाल बेगम के पत्तों सहित लाल पत्तों की संख्या = 26

काली बेगमों की संख्या = 2

अतः 2 लाल बेगम व 2 काली बेगम सहित लाल पत्तों की संख्या = 26 + 2 = 28

उन पत्तों की संख्या जिसमें न तो लाल पत्ता और न ही बेगम का पत्ता हो = 52 – 28 = 24

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\,(\text{न तो लाल पत्ता न ही बेगम का पत्ता}) = \frac{24}{52} = \frac{6}{13}$$

Ex.21 अच्छी तरह फैंटी गई ताश की एक गड्डी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है, तो निकाले गये पत्ते के :

(i) दरबारी पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) लाल दरबारी पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Sol. यादृच्छया पत्तों का निकाला जाना यह सुनिश्चित करता है कि घटनाऐं समप्रायिक घटनाऐं है।

(i) दरबारी पत्तों की संख्या (दरबारी पत्तों से तात्पर्य बादशाह, बेगम व गुलाम से है) = 3 × 4 = 12

ताश की गड्डी में पत्तों की संख्या = 52

∴ संभावित परिणामों की कुल संख्या = 52

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\,(\text{दरबारी पत्ता निकलना}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(ii) लाल दरबारी पत्तों की संख्या 2 × 3 = 6

लाल दरबारी पत्ते निकलने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\,(\text{लाल दरबारी पत्ता निकालना}) = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

Ex.22 दो पासे एक साथ फैंके जाते हैं, तो इन दो पासों पर प्राप्त संख्याओं के योग की घटनाओं के संगत प्रायिकता, नीचे दर्शाई गई सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

2 पासों पर आये अंको का योग	प्रायिकता
2	$\frac{1}{36}$
3	
4	
5	
6	
7	
8	$\frac{5}{36}$
9	
10	
11	
12	$\frac{1}{36}$

Sol. संभावित परिणामों की कुल संख्या = 6 × 6 = 36

(i) योग (2) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = (1,1) = 1

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$\Rightarrow P\,(\text{योग } 2) = \frac{1}{36}$$

(ii) योग (3) आने के अनुकूल परिणाम (1, 2), (2, 1) = 2 हैं, जिनकी संख्या

$$P\,(\text{योग } 3) = \frac{2}{36}$$

(iii) योग (4) आने के अनुकूल परिणामों में {2, 2), (1, 3), (3, 1)} आते है,

अतः योग (4) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$P \text{ (योग 4)} = \frac{3}{36}$$

(iv) योग (5) आने के अनुकूल परिणाम {(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)} है,

इस प्रकार योग (5) आने के अनुकूल परिणाम = 4

$$P \text{ (योग 5)} = \frac{4}{36}$$

(v) योग (6) आने के अनुकूल परिणाम {(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)} है।

इस प्रकार योग (6) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$P \text{ (योग 6)} = \frac{5}{36}$$

(vi) योग (7) आने के अनुकूल परिणाम {(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)} हैं,

योग (7) आने की जिनकी अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$P \text{ (योग 7)} = \frac{6}{36}$$

(vii) योग (8) आने के अनुकूल परिणाम {(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)} है,

इस प्रकार योग (8) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$P \text{ (योग 8)} = \frac{5}{36}$$

(viii) योग (9) आने के अनुकूल परिणाम {(3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4)} हैं

इस प्रकार योग (9) के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$P \text{ (योग 9)} = \frac{4}{36}$$

(ix) योग (10) आने के अनुकूल परिणाम {(4, 6), (6, 4), (5, 5)} है।

अतः योग (10) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या= 3

$$P \text{ (योग 10)} = \frac{3}{36}$$

(x) योग (11) आने के अनुकूल परिणाम {(6, 5), (5, 6)} हैं

इस तरह योग (11) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

$$P \text{ (योग 11)} = \frac{2}{36}$$

(xi) योग (12) आने के अनुकूल परिणाम (6, 6) हैं

इसलिए योग (12) आने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$P \text{ (योग 12)} = \frac{1}{36}$$

2 पासों पर योग	प्रायिकता
2	$\frac{1}{36}$
3	$\frac{2}{36}$
4	$\frac{3}{36}$
5	$\frac{4}{36}$
6	$\frac{5}{36}$
7	$\frac{6}{36}$
8	$\frac{5}{36}$
9	$\frac{4}{36}$
10	$\frac{3}{36}$
11	$\frac{2}{36}$
12	$\frac{1}{36}$

Ex.23 दो ग्राहक अब्बास और शहला एक विशेष दुकान पर खरीददारी करने एक ही सप्ताह (मंगलवार से शनिवार) में जाते हैं। प्रत्येक उस दुकान पर खरीददारी करने

किसी भी दिन समप्रायिक रूप से जा सकता है, तो दोनों के उस दुकान पर जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जबकि वे दोनों

(i) एक ही दिन एक ही समय पर जाते हों ?

(ii) अलग–अलग दिनों में जाते हों ?

(iii) क्रमागत दिनो में जाते हों ?

Sol. दो ग्राहक अब्बास और शहला एक दुकान पर खरीददारी करने मंगलवार से शनिवार के दिनों में जाते है। तो उनके द्वारा दुकान पर जाने के तरीकों की संख्या = 5 × 5 = 25

(i) वे सप्ताह के सभी दिनों मंगलवार से शनिवार में दुकान पर खरीददारी करने जा सकते है।

तो उनके द्वारा उस दुकान पर एक ही दिन, एक ही समय पर जाने के अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\text{ (एक ही दिन पर दुकान जाने)} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

(ii) उनके द्वारा अलग–अलग दिनों में दुकान पर जाने के अनुकूल परिणाम = 25 – 5 = 20 दिन

$$P = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$P\text{ (अलग–अलग दिनों में दुकान पर जाना)} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

(iii) उन दोनों के द्वारा क्रमागत दिनों में दुकान पर जाने के अनुकूल परिणाम निम्न सारणी से स्पष्ट होते है

अब्बास	T	W	Th	F
शहला	W	Th	F	S

शहला	T	W	Th	F
अब्बास	W	Th	F	S

कुल अनुकूल परिणाम = 4 + 4 = 8 दिन

अनुकूल परिणामों की संख्या = 8

P (क्रमागत दिनों में दुकान पर जाना)

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{8}{25}$$

Ex.24 एक संदूक में 12 गेंद हैं, जिनमें x काली गेंद है।

(i) यदि संदूक में से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाती हो, तो इस गेंद के काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए?

(ii) यदि संदूक में 6 और अतिरिक्त सफेद गेंद रख दी जायें तो संदूक से एक काली गेंद निकलने की प्रायिकता (i) की प्रायिकता की दुगुनी हो जाती है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

Sol. गेंदों का यादृच्छया निकालना एक समप्रायिक घटना है।

गेंदों की कुल संख्या = 12

∴ संभावित परिणामों की कुल संख्या = 12

काली गेंदों की संख्या = x

(i) कुल 12 परिणामों में से अनुकूल परिणाम = x

P (काली गेंद)

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{x}{12}$$

(ii) यदि संदूक में 6 और अतिरिक्त काली गेंद रख दी जायें, तब काली गेंदो की कुल संख्या = x + 6

संदूक में गेंदो की कुल संख्या = 12 + 6 = 18

$$P\text{ (काली गेंद)} = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}}$$

$$= \frac{x+6}{12+6}$$

प्रश्नानुसार,

दूसरी अवस्था में, काली गेंद निकालने की प्रायिकता = 2 × प्रथम अवस्था में, काली गेंद निकालने की प्रायिकता

$$\Rightarrow \frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right) \Rightarrow \frac{x+6}{18} = \frac{x}{6}$$

$$\Rightarrow 6x + 36 = 18x \quad \Rightarrow 12x = 36$$

$$\Rightarrow x = 3$$

अतः काली गेंदो की संख्या = 3

Ex.25 एक संदूक में 20 गेंद हैं, जिन पर 1, 2, 3, 4, ... 20 अंकित है, इस संदूक में से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाती है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जबकि इस गेंद पर आने की वाली संख्या

(i) एक विषम संख्या है (ii) 2 या 3 से विभाज्य है

(iii) अभाज्य है (iv) 10 से विभाज्य नहीं है

Sol. संभावित परिणामों की कुल संख्या = 20

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

(i) प्रथम 20 संख्याओं में विषम संख्याओं की संख्या = 10

विषम संख्याओं के अनुकूल परिणाम = 10

$$P(\text{विषम संख्या}) = \frac{\text{विषम संख्या के अनुकूल परिणाम}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

(ii) 2 या 3 से विभाज्य होने वाली संख्याऐं 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 है।

2 या 3 से विभाज्य संख्याओं के अनुकूल परिणामों की संख्या = 13

P (2 या 3 से विभाज्य सख्याऐं)

$$= \frac{\text{2 या 3 से विभाज्य संख्या के अनुकूल परिणाम}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{13}{20}$$

(iii) प्रथम 20 संख्याओं में से अभाज्य संख्याऐं 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 हैं।

अभाज्य संख्याओं के अनुकूल परिणाम = 8

P(अभाज्य संख्या)

$$= \frac{\text{अभाज्य संख्या के अनुकूल परिणाम}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

(iv) 10 से विभाज्य नहीं होने वाली संख्याऐं 1, 2, ... 9, 11, ...19 है, जिनके अनुकूल परिणाम = 18

P(10 से विभाज्य नहीं)

$$= \frac{\text{10 से विभाज्य नहीं के अनुकूल परिणाम}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$