MEASURES OF DISPERSION

DEFINITION OF MEASURES

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

❖ DEFINITION

- **According to Dr. Bowley, “Dispersion is the measure of the variation of the items.”**

- परिभाषा

- डॉ० बाउले के अनुसार, ‘परिक्षेपण मदों के विचरण का माप है। **(Dispersion is the measure of the variation of the items. – Dr. Bowley)**

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

- In the words of Spiegel, "The degree to which numerical data tend to spread about an average value is called the variation or dispersion of the data."
- स्पीगेल के अनुसार, 'संख्यात्मक आँकड़े एक माध्य मूल्य के दोनों और फैलने की जिस सीमा तक प्रवृत्ति रखते हैं उस सीमा को उन आँकड़ों का विचरण या परिक्षेपण कहते हैं।' (The degree to which numerical data tend to spread about an average value is called the variation or dispersion of the data – Spiegel)

MEASURES OF DISPERSION परिक्षेपण के माप

❖ **Objectives Related to the Measurement of Dispersion**

➢ **Following are some specific objectives related to the measurement of dispersion :**

(i) To know the variation of different values of the items from the average value of a series.

❖ परिक्षेपण के माप से संबंधित उद्देश्य

➢ परिक्षेपण के माप से संबंधित कुछ मुख्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं :

(1) श्रृंखला के औसत मूल्य से, मदों **(Items)** के विभिन्न मूल्यों की औसत दूरी ज्ञात करना।

(ii) To know about the composition of a series or the dispersal of values on either sides of the central tendency.

(2) श्रृंखला की बनावट के बारे में सूचना प्राप्त करना है अर्थात यह पता लगाना कि माध्य के दोनों ओर मूल्यों का बिखराव या फेलाव कितना है।

(iii) To know the range of values (i.e., difference between the highest and the lowest value).

(3) मद मूल्यों का सीमा विस्तार (अर्थात उच्च तथा निम्न मद मूल्यों में अंतर) ज्ञात करना।

(iv) To compare the disparity between two or more series in order to find out the degree of variation.

(4) दो या अधिक श्रृंखलाओं में पाई जाने वाली असमानता की तुलना करके यह निश्चय करना कि किसमें विचरण की मात्रा अधिक है।

(v) To know whether the central tendency truly represents the series or not.

(5) परिक्षेपण का एक उद्येश्य यह ज्ञात करना है कि माध्य श्रृंखला का सही प्रतिनिधित्व कर रहा है या नहीं।

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

- **Absolute and Relative Measures of Dispersion**
- **There are two measures of dispersion, as discussed under :**
- परिक्षेपण के निरपेक्ष तथा सापेक्ष माप
- परिक्षेपण के निम्नलिखित दो माप होते हैं :

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

❖ ABSOLUTE MEASURE

➢ **When dispersion of the series is expressed in terms of the original unit of the series, it is called absolute measure of dispersion. Thus, dispersion of price series would be expressed in terms of rupees; dispersion of weight series would be expressed in terms of kilograms; and so on.**

❖ निरपेक्ष माप

➢ परिक्षेपण का निरपेक्ष माप वह होता है जिसे उन्हीं इकाइयों में व्यक्त किया जाता है जिनमें मूल आँकड़े होते है। परिक्षेपण के निरपेक्ष माप को श्रृंखला की मौलिक इकाई **(Original Unit)** में ही व्यक्त किया जाता है अर्थात उन्ही इकाइयों में व्यक्त किया जाता है जिनमें मूल आँकड़े होते हैं। जैसे कीमत रुपयों में, लंबाई को मीटर में, वजन को किलोग्राम में व्यक्त किया जाता है।

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

- Absolute measure of dispersion is used when only one set of statistical distribution is under consideration. It cannot be used when comparison is involved across two or more sets of statistical series with different units of measurement (like ‘rupee’ in one case and ‘kilogram’ in the other).
- परिक्षेपण के निरपेक्ष माप का प्रयोग वहाँ उचित होता है जहाँ केवल किसी एक ही वितरण का वर्णन करना होता है। इसके द्वारा दो या दो से अधिक श्रृंखलाओं की तुलना नहीं की जा सकती।

Relative Measure

- The relative measure of dispersion expresses the variability of data in terms of some relative value or percentage. Thus, if one states that 26 percent of the people in India are below poverty line, one is referring to the relative variability of data.

सापेक्ष माप

- परिक्षेपण का सापेक्ष माप वह होता है जिसमें आँकड़े के अंतर को अनुपात या प्रतिशत के रुप में व्यक्त किया जाता है। उदाहरण के लिए, यदि यह कहा जाए कि भारत में 26 प्रतिशत व्यक्ति निर्धनता रेखा से नीचे हैं तो यह सापेक्ष माप होगा।

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

- **In such cases, absolute variability is divided by the mean value of the series or percentage of the absolute variability is determined. This measure of dispersion is used when one studies two or more series simultaneously. Relative measure of dispersion is known as Coefficient of Dispersion.**
- सापेक्ष माप को ज्ञात करने के लिए माध्य मूल्य को औसत से भाग कर दिया जाता है या उसका प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। सापेक्ष माप का प्रयोग वहाँ उचित होता है जहाँ दो या दो से अधिक श्रृंखलाओं की तुलना करनी हो। इसे परिक्षेपण गुणांक **(Coefficient of Dispersion)** भी कहा जाता है।

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

- **In such cases, absolute variability is divided by the mean value of the series or percentage of the absolute variability is determined. This measure of dispersion is used when one studies two or more series simultaneously. Relative measure of dispersion is known as Coefficient of Dispersion.**
- सापेक्ष माप को ज्ञात करने के लिए माध्य मूल्य को औसत से भाग कर दिया जाता है या उसका प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। सापेक्ष माप का प्रयोग वहाँ उचित होता है जहाँ दो या दो से अधिक श्रृंखलाओं की तुलना करनी हो। इसे परिक्षेपण गुणांक **(Coefficient of Dispersion)** भी कहा जाता है।

MEASURES OF DISPERSION परिक्षेपण के माप

- **Methods of Measuring Dispersion (परिक्षेपण ज्ञात करने की विधियाँ)**

- **Following are the methods of absolute and relative measures of dispersion :**

- परिक्षेपण के निरपेक्ष माप तथा सापेक्ष माप निम्नलिखित हैं :

MEASURES OF DISPERSION  परिक्षेपण के माप

निरपेक्ष माप (ABSOLUTE MEASURE)	सापेक्ष माप (RELATIVE MEASURE)
(1) परास **(Range)**	(1) परास गुणांक **(Coefficient of Range)**
(2) चतुर्थक विचलन, अंतर चतुर्थक परास **(Quartile Deviation; Inter Quartile Range)**	(2) चतुर्थक विचलन गुणांक **(Coefficient of Quartile Deviation)**
(3) माध्य विचलन **(Mean Deviation)**	(3) माध्य विचलन गुणांक **(Coefficient of Mean Deviation)**
(4) मानक विचलन **(Standard Deviation)**	(4) मानक विचलन गुणांक **(Coefficient of Standard Deviation)**

❖ Range (परास)

- Range is the difference between the highest value and the lowest value in a series.
- यह परिक्षेपण का सबसे सरलतम माप है। परास किसी श्रृंखला में अधिकतम (H) एवं न्यूनतम (L) मा... के बीच का अंतर है।

❖ Coefficient of Range (परास गुणांक)

- **Range is an absolute measure of dispersion. As such it cannot be used for comparisons. To make it comparable we find its coefficient. It is the ratio between (i) the difference between the highest and lowest values of the series and (ii) the sum of the lowest and highest values of the series.**

- परास परिक्षेपण का एक निरपेक्ष माप है जिसकी सहायता से श्रृंखलाओं की ठीक प्रकार से तुलना नहीं हो सकती। इसे तुलना योग्य बनाने के लिए सापेक्ष रुप में बदलना पड़ेगा। इसके लिए परास गुणांक **(Coefficient of Range)** निकाला जाता है। परास गुणांक श्रृंखला के सबसे बड़े मान **(H)** तथा सबसे छोटे मान **(L)** के अंतर **(H-L)** तथा इनके योग **(H+L)** का अनुपात है।

- **Inter Quartile Range and Quartile Deviation (QD) and Their Coefficient**
- (अंतर चतुर्थक परास एवं चतुर्थक विचलन तथा उनका गुणांक)

- **Inter Quartile Range** (अंतर चतुर्थक परास)
- **Difference between third Quartile (Q_3) and first Quartile (Q_1) of a series, is called Inter Quartile Range.**
- किसी श्रृंखला के तृतीय (Q_3) तथा प्रथम चतुर्थक (Q_1) के अंतर को अंतर चतुर्थक परास कहते हैं।
- **Formula** (सूत्र)

Inter Quartile Range (अंतर चतुर्थक परास) $= Q_3 - Q_1$

❖ Quartile Deviation (चतुर्थक विचलन)

- Quartile Deviation is Half of Inter Quartile Range.
- चतुर्थक विचलन अंतर चतुर्थक परास का आधा होता है।
- **Formula (सूत्र)**

चतुर्थक विचलन Quartile Deviation = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

It is also called Semi – inter Quartile Range.

इसे अर्द्ध अंतर चतुर्थक परास (Semi – inter Quartile Range) भी कहते हैं।

- **Coefficient of Quartile Deviation**
- **Coefficient of quartile deviation is calculated using the following formula :**
- **Formula**

$$\text{Coefficient of QD} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \div \frac{Q_3 + Q_1}{2}$$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

- **Given the following data, find out quartile deviation and the coefficient of quartile deviation.**

Wages (Rs)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Number of Workers	4	6	3	8	12	7

(Ans. QD = 6.87, Coefficient of QD = 0.4)

❖ **Mean Deviation (माध्य विचलन)**

➢ **"Mean Deviation is the Arithmetic Average of deviations of all the values taken from a statistical average (mean, median, or mode) of series. In taking deviation of values. Algebraic signs + and – are not taken into consideration, that is negative deviations are also treated as positive deviations."**

➢ श्रृंखला के किसी सांख्यिकीय औसत (समांतर माध्य, माध्यिका या बहुलक) से निकाले गए विभिन्न मूल्यों के विचलनों के समांतर माध्य को उसका माध्य विचलन कहा जाता है। मूल्यों के विचलन निकालते समय बीजगणितीय चिन्ह + तथा – को छोड़ दिया जाता है अर्थात ऋणात्मक विचलन भी धनात्मक मान लिए जाते हैं'।

- **Calculation of mean deviation involves the following steps :**

(i) We first of all find out mean, median or mode of a series.

- **माध्य विचलन निम्नलिखित ढंग से ज्ञात किया जा सकता है :**

(1)सबसे पहले श्रृंखला का समांतर माध्य, माध्यिका या बहुलक ज्ञात करें।

(ii) As a second step, we find out the deviations of different items from the (central value mean, median or mode of the series.)

These deviations are added up. While adding up these deviations positive (+) and negative (-) signs are ignored. All deviations are treated as positive.

(2) श्रृंखला के समांतर माध्य या माध्यिका या बहुलक की सहायता से विभिन्न मदों का विचलन प्राप्त किया जाता है। इन विचलनों को जोड़ लिया जाता है। इन विचलनों को जोड़ते समय (+) धनात्मक (**Positive**) तथा (–) ऋणात्मक (**Negative**) चिन्हों को ध्यान में नहीं रखा जाता। सभी विचलनों को धनात्मक मान लिया जाता है।

(iii) On both sides of the deviation, from the mean, are drawn two straight lines signifying that while calculating deviation negative signs have been ignored and all deviations have been treated as positive.

(3) माध्य से जो विचलन प्राप्त होते हैं उनके दोनों ओर दो सीधी खड़ी रेखाएँ बना दी जाती है जिनका अर्थ होता है कि विचलन की गणना करते समय ऋणात्मक चिन्हों पर ध्यान नहीं दिया गया है तथा सभी विचलन धनात्मक मान लिए गए हैं।

(iv) **Mean deviation is known by dividing the sum total of the deviation by the number of items.**

(4) विचलनों के योग को मदों की संख्या से भाग करके माध्य विचलन **(Mean Deviation)** ज्ञात कर लेते हैं।

FORMULA

if deviations are taken from median, the following formula is used:

$$MD_m = \frac{\Sigma|X - M|}{N} \text{ or } \frac{\Sigma|dm|}{N}$$

And, if deviations are taken from arithmetic average of the series, then

$$MD_{\bar{X}} = \frac{\Sigma|X - \bar{X}|}{N} \text{ Or } \frac{\Sigma|d\bar{x}|}{N}$$

(Here, MD = Mean deviation; $X - M$ = Deviation from the median; $X - \bar{X}$ = Deviation from the arithmetic average; N = Number of items.)

MEASURES OF DISPERSION

परिक्षेपण के माप

1. **Coefficient of MD from Mean** $= \frac{MD_{\bar{x}}}{\bar{X}} = \frac{\text{Mean Deviation}}{\text{Arithmetic Mean}}$

2. **Coefficient of MD from Median** $= \frac{MDm}{M} = \frac{\text{Mean Deviation}}{\text{Median}}$

3. **Coefficient of MD from Mode** $= \frac{MD_Z}{Z} = \frac{\text{Mean Deviation}}{\text{Mode}}$

Standard Deviation (मानक विचलन)

- **This is sometimes called as 'Root Mean Square Deviation'. This is generally denoted by (sigma) of the Greek language. Standard Deviation is the square root of the arithmetic mean of the squares of deviations of the items from their mean value.**

- मानक विचलन परिक्षेपण की एक अत्यंत संतोषजनक वैज्ञानिक विधि है इसका प्रयोग सबसे अधिक होता है। इसका प्रयोग सबसे पहले कार्ल पियरसन **(Karl Pearson)** ने किया था। इसे विचलन वर्ग माध्य मूल्य **(Root Mean Square Deviation)** भी कहा जाता है। इसे ग्रीक भाषा के अक्षर σ सिग्मा **(Sigma)** द्वारा व्यक्त किया जाता है। मानक विचलन समांतर माध्य से लिए गए विचलनों के वर्गों के माध्य का माध्य का वर्गमूल है।

(i) The value of its deviation is taken from arithmetic mean.

(ii) Plus and minus signs of the deviations taken from the mean are not ignored.

(1) इसके मूल्य के विचलन सदैव समांतर माध्य से ही निकाले जाते हैं।

(2) (+) तथा (–) चिन्हों को छोड़ा नहीं जाता।

❖ Combined Standard Deviation (सामूहिक मानक विचलन)

- Just as it is possible to calculate combined mean of two or more groups, similarly the combined standard deviation of two or more groups can be calculated. The combined standard deviation of two groups is denoted by σ_{12} and is computed as follows:
- जिस प्रकार दो या अधिक समूहों के लिए सामूहिक माध्य ज्ञात करना संभव होता है, उसी प्रकार दो या अधिक समूहों के लिए सामूहिक मानक विचलन (Combined Standard Deviation) ज्ञात किया जा सकता है। दो समूहों के लिए सामूहिक मानक विचलन निम्न सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात किया जा सकता है :

Formula (सूत्र)

$$\sigma_{12} = \sqrt{\frac{N_1 \sigma_1^2 + N_2 \sigma_2^2 + N_1 d_1^2 + N_2 d_2^2}{N_1 + N_2}}$$

Where, σ_{12} = Combined standard deviation;

σ_1 = Standard deviation of the first group;

σ_2 = Standard deviation of the second group;

$d_1 = \overline{X}_1 - \overline{X}_{12}$, $d_2 = \overline{X}_2 - \overline{X}_{12}$.

σ_{12} = दो समूहों का सामूहिक मानक विचलन

σ_1 = पहले समूह का मानक विचलन

σ_2 = दूसरे समूह का मानक विचलन

$d_1 = \overline{X}_1 - \overline{X}_{12}$, $d_2 = \overline{X}_2 - \overline{X}_{12}$.

- **The above formula can be extended to calculate the standard deviation of three or more groups. For example, combined standard deviation of three groups is given by :**
- इस सूत्र का प्रयोग तीन या अधिक समूहों की स्थिति में भी किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, तीन समूहों के लिए सामूहिक मानक विचलन अग्रलिखित सूत्र का प्रयोग करके ज्ञात किया जा सकता है :

$$\sigma_{123} = \sqrt{\frac{N_1 \sigma_1^2 + N_2 \sigma_2^2 + N_3 \sigma_3^2 + N_1 d_1^2 + N_2 d_2^2 + N_3 d_3^2}{N_1 + N_2 + N_3}}$$

Where (यहाँ) , $d_1 = \bar{X}_1 - \bar{X}_{123}$; $d_2 = \bar{X}_2 - \bar{X}_{123}$; $d_3 = \bar{X}_3 - \bar{X}_{123}$

❖ **Variance (प्रसरण)**

- **Variance is another measure of dispersion. The term variance was first used by R.A. Fisher in 1918. variance is the square of the standard deviation. Symbolically,**

- प्रसरण परिक्षेपण का एक अन्य माप है। प्रसरण शब्द का सबसे पहले प्रयोग आर.ए. फिशर **(R.A. Fisher)** ने सन् 1918 में किया था। प्रसरण मानक विचलन **(Standard Deviation)** का वर्ग है। सांकेतिक रुप से,

MEASURES OF DISPERSION | परिक्षेपण के माप

FORMULA

$$\text{Variance} = (SD)^2 = \sigma^2$$

Calculation of Variance (प्रसरण की गणना)

(i) Variance (प्रसरण) $= \dfrac{\Sigma f\left(X - \overline{X}\right)^2}{N}$ (Actual Mean Method) (वास्तविक माध्य विधि)

(ii) Variance (प्रसरण) $= \dfrac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma fd^2}{N}\right)$ (Assumed Mean Method) (कल्पित माध्य विधि)

(iii) Variance (प्रसरण) $= \left[\dfrac{\Sigma fd'^2}{N} - \left(\dfrac{\Sigma fd'}{N}\right)^2\right] \times C^2$ (Step – deviation Method) (पद – विचलन विधि)

MEASURES OF DISPERSION परिक्षेपण के माप

- **Coefficient of Variation (विचरण गुणंक)**

- **Coefficient of variation is 100 times the coefficient of dispersion based on standard deviation of a statistical series. It was first used by the famous statistician Karl Pearson. That is the reason why it is called Karl Pearson's Coefficient of Variation. In the words of Karl Pearson, "Coefficient of variation is the percentage variation the mean, the standard deviation being considered as the total variation in the mean."**

- **Coefficient of Variation (विचरण गुणंक)**

- विचरण गुणांक मानक विचलन का प्रतिशत रुप है। यह किसी श्रृंखला पर आधारित परिक्षेपण गुणांक का 100 गुना होता है। इसका प्रयोग सबसे पहले प्रसिद्ध वैज्ञानिक कार्ल पियरसन (**Karl Pearson**) ने किया था। यही कारण है कि इसे कार्ल पियरसन का विचरण गुणंक (**Karl Pearson's Coefficient of Variation**) कहा जाता है। कार्ल पियरसन के शब्दों में, 'विचरण गुणांक माध्य में होने वाला प्रतिशत विचरण है जबकि मानक विचलन का माध्य में होने वाला कुल विचरण माना जाता है।'

❖ Formula

Coefficient of variation or CV

$$= \frac{\sigma}{X} \times 100$$

= Coefficient of Standard Deviation x 100


THANKS
FOR
WATCHING