पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

4
CHAPTER

➢ सूत्र

1. यदि ℓ, b व h, एक घनाभ की क्रमशः लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई को प्रदर्शित करते है, तब -
   (i) घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(\ell b + bh + \ell h)$ वर्ग इकाई
   (ii) घनाभ का आयतन
   = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई $= \ell bh$ घन इकाई
   (iii) घनाभ का विकर्ण या सबसे लम्बी छड़
   $= \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$ इकाई
   (iv) एक कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल
   $= 2(\ell + b)\,h$ वर्ग इकाई

2. यदि एक घन की प्रत्येक कोर की लम्बाई 'a' इकाई है, तब-
   (i) घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6a^2$ वर्ग इकाई
   (ii) घन का आयतन $= a^3$ घन इकाई
   (iii) घन का विकर्ण $= \sqrt{3}\,a$ इकाई

3. यदि r व h एक लम्ब वृत्तीय बेलन की क्रमशः आधार की त्रिज्या व ऊँचाई को प्रदर्शित करते है, तब -
   (i) प्रत्येक सिरे का क्षेत्रफल $= \pi r^2$
   (ii) वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$ = परिधि × ऊँचाई
   (iii) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h + r)$ वर्ग इकाई
   (iv) आयतन $= \pi r^2 h$ = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

4. यदि R व r (R > r) एक खोखले लम्बवृत्तीय बेलन की क्रमशः बाह्य तथा अन्तः त्रिज्या को प्रदर्शित करते है, तब -
   (i) प्रत्येक सिरे का क्षेत्रफल $= \pi(R^2 - r^2)$
   (ii) खोखले बेलन की वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi(R + r)\,h$
   (iii) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi(R + r)(R + h - r)$
   (iv) द्रव्य का आयतन $= \pi h(R^2 - r^2)$

5. यदि r, h व ℓ एक लम्ब वृत्तीय शंकु की क्रमशः आधार की त्रिज्या, ऊँचाई व तिर्यक ऊँचाई को प्रदर्शित करते है, तब-
   (i) $\ell^2 = r^2 + h^2$
   (ii) वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r\ell$
   (iii) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r^2 + \pi r\ell$
   (iv) आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

6. हम जानते है कि त्रिज्या r के गोले के लिए
   (i) पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$
   (ii) आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

7. यदि एक शंकु के छिन्नक की ऊँचाई h, तिर्यक ऊँचाई ℓ तथा वृत्तीय आधार की त्रिज्याऐं r_1 व r_2 है, तब -
   (i) छिन्नक का आयतन $= \frac{\pi}{3}(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\,h$
   (ii) पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi(r_1 + r_2)\,\ell$
   (iii) सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi\{(r_1 + r_2)\,\ell + r_1^2 + r_2^2\}$
   (iv) छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$
   (v) उस शंकु की ऊँचाई जिसका छिन्नक एक भाग है $= \frac{hr_1}{r_1 - r_2}$
   (vi) उस शंकु की तिर्यक ऊँचाई जिसका छिन्नक एक भाग है $= \frac{\ell r_1}{r_1 - r_2}$
   (vii) छिन्नक का आयतन $= \frac{h}{3}\left\{A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}\right\}$,

जहाँ A_1 व A_2 छिन्नक के वृत्तीय आधारों के क्षेत्रफलों को प्रदर्शित करते है

❖ उदाहरण ❖

Ex.1 एक सर्कस टेन्ट जो बेलनाकार आकृति का है, जिसकी ऊँचाई 8 m है, जिस पर समान त्रिज्या 28 m का एक शंकु स्थित है। यदि टेन्ट की कुल ऊँचाई 13 m है, तो ज्ञात कीजिए :

(i) टेन्ट का सम्पूर्ण आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ii) ₹ 3.50 प्रति वर्ग मी. की दर से इसके आन्तरिक पृष्ठों पर पेन्ट कराने का खर्चा

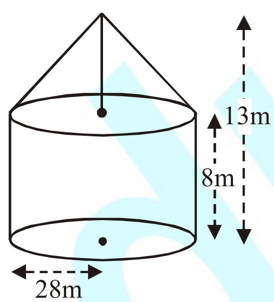
Sol. दिए गए कथनानुसार, सर्कस टेन्ट का रफ स्केच बनाया

(i) बेलनाकार भाग के लिए :

$r = 28$ व $h = 8$ m

$\therefore$ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 8 \text{ m}^2 = 1408 \text{ m}^2$



शंकुवाकार भाग के लिए :

$r = 28$ m व $h = 13$ m $- 8$ m $= 5$ m

$\therefore \ \ell^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow \ell^2 = 5^2 + 28^2 = 809$

$\Rightarrow \ \ell = \sqrt{809}$ m $= 28.4$ m

$\therefore$ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r\ell$

$= \frac{22}{7} \times 28 \times 28.4 \text{ m}^2 = 2499.2 \text{ m}^2$

$\therefore$ टेन्ट का सम्पूर्ण आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

= बेलनाकार भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

+ शंकुवाकार भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$1408 \text{ m}^2 + 2499.2 \text{ m}^2 = 3907.2 \text{ m}^2$

(ii) आन्तरिक पृष्ठों पर पेन्ट कराने का खर्चा

$= 3907.2 \times$ ₹ $3.50 =$ ₹ 13675.20

Ex.2 एक बेलन तथा शंकु के आधार के क्षेत्रफल समान है परन्तु बेलन का आयतन शंकु के आयतन का दुगुना है, उनकी ऊँचाईयों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

Sol. चूंकि, बेलन तथा शंकु के आधार के क्षेत्रफल समान है अतः उनकी त्रिज्याऐं भी बराबर होगी।

माना उनके आधार की त्रिज्या r तथा उनकी ऊँचाईयां क्रमशः h_1 व h_2 है।

स्पष्टतया, बेलन का आयतन $= \pi r^2 h_1$

तथा शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$

दिया है :

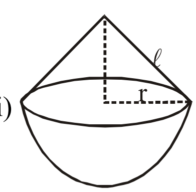
बेलन का आयतन = 2 × शंकु का आयतन

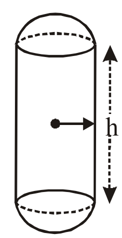
$\Rightarrow \ \pi r^2 h_1 = 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$

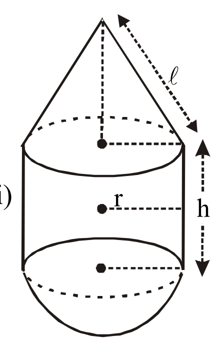
$\Rightarrow \ h_1 = \frac{2}{3}h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3}$

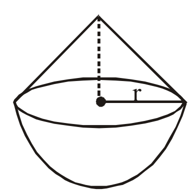
अर्थात् $h_1 : h_2 = 2 : 3$

Ex.3 नीचे दी गई प्रत्येक आकृति के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिए सूत्र ज्ञात कीजिए :

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


Sol. (i) अभीष्ट पृष्ठीय क्षेत्रफल

= अर्घगोले का वक्र पृष्ठीय क्षे० + शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षे०

$= 2\pi r^2 + \pi r\ell = \pi r\,(2r + \ell)$

(ii) अभीष्ट पृष्ठीय क्षेत्रफल

= 2 × अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2 \times 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r\,(2r + h)$

(iii) अभीष्ट पृष्ठीय क्षेत्रफल

= अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षे० + शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षे०

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh + \pi r\ell = \pi r\,(2r + 2h + \ell)$

(iv) यदि दिए गए शंकु की तिर्यक ऊँचाई ℓ है

$= \ell^2 = h^2 + r^2 \quad \Rightarrow \ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

तथा अभीष्ट पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r^2 + \pi r\ell = \pi r\,(2r + \ell)$

$= \pi r\left(2r + \sqrt{h^2 + r^2}\right)$

Ex.4 एक गोले की त्रिज्या में 25% की वृद्धि होती है तो इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में हुई प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए।

Sol. माना वास्तविक त्रिज्या r है।

अतः गोले का वास्तविक पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

बढ़ी हुई त्रिज्या = r + r का 25%

$= r + \frac{25}{100}r = \frac{5r}{4}$

अतः बढ़ा हुआ पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 4\pi\left(\frac{5r}{4}\right)^2 = \frac{25\pi r^2}{4}$

पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि

$= \frac{25\pi r^2}{4} - 4\pi r^2 = \frac{25\pi r^2 - 16\pi r^2}{4} = \frac{9\pi r^2}{4}$

तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि

$= \frac{\text{क्षेत्रफल में वृद्धि}}{\text{वास्तविक क्षेत्रफल}} \times 100\%$

$= \frac{\frac{9\pi r^2}{4}}{4\pi r^2} \times 100\% = \frac{9}{16} \times 100\%$

$= 56.25\%$

वैकल्पिक विधि :

माना वास्तविक त्रिज्या = 100

वास्तविक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi(100)^2 = 10000\pi$

बढ़ी हुई त्रिज्या = 100 + 100 का 25% = 125

अतः बढ़ा हुआ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi(125)^2$

$= 15625\pi$

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि $= 15625\pi - 10000\pi$

$= 5625\pi$

∴ वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि

$= \frac{\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में वृद्धि}}{\text{वास्तविक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल}} \times 100\%$

$= \frac{5625\pi}{1000\pi} \times 100\% = 56.25\%$

विलोमतया, यदि व्यास में 20% की कमी हो तो त्रिज्या भी 20% कम हो जाएगी।

Ex.5 तीन ठोस गोले जिनकी त्रिज्याऐं 1 cm, 6 cm व 8 cm है, पिघलते है एवं एकल गोले में ढाले जाते हैं इस प्रकार प्राप्त गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

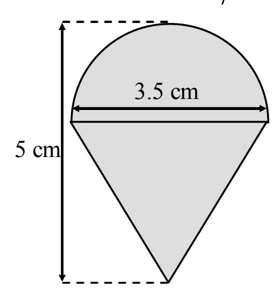
Sol. माना प्राप्त गोले की त्रिज्या = R cm

$\therefore \frac{4}{3} \times \pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(1)^3 + \frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3$.

$R^3 = 1 + 216 + 512 = 729$

$\therefore \quad R = (9^3)^{1/3} = 9$ cm **Ans.**

Ex.6 दी गई आकृति में एक शंकुवाकार लट्टू अर्धगोले से घिरा हुआ है। पूर्णतया लट्टू की ऊँचाई 5 cm है तथा लट्टू का व्यास 3.5 cm है तो इसके रंगीन भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लें)



Sol. लट्टू का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षे० = अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षे० + शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षे०

अब, अर्द्धगोलें का वक्रपृष्ठ $= \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2\pi r^2$

$$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2}\right) cm^2$$

तथा शंकु की ऊँचाई

= लट्टू की ऊँचाई – अर्धगोलीय भाग की ऊँचाई (त्रिज्या)

$$= \left(5 - \frac{3.5}{2}\right) cm = 3.25 \text{ cm}$$

अतः शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l)

$$= \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{3.5}{2}\right)^2 + (3.25)^2} \text{ cm}$$

= 3.7 cm (लगभग)

अतः शंकु की वृक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$$= \left(\frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 3.7\right) cm^2$$

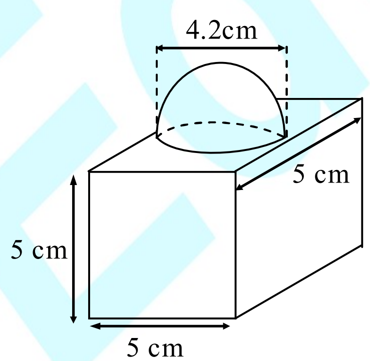
लट्टू का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2}\right) cm^2 + \left(\frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 3.7\right) cm^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} (3.5 + 3.7) cm^2$$

$$= \frac{11}{2} \times (3.5 + 3.7) \text{ cm}^2 = 39.6 \text{ cm}^2 \text{ (लगभग)}$$

Ex.7 चित्र में ब्लॉक दर्शाया गया है जो दो ठोसो से बना है, एक घन और एक अर्द्धगोला, ब्लॉक का आधार एक घन है जिसकी भुजाऐं 5 cm है ओर अर्द्धगोला ऊपर स्थिर है जिसका व्यास 4.2 cm है। ब्लॉक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ($\pi = \frac{22}{7}$ लें)



Sol. घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 × (भुजा)^2

= 6 × 5 × 5 cm^2 = 150 cm^2

नोट जहाँ अर्द्धगोला स्थित है। वह घन का भाग है। यह पृष्ठीय क्षेत्रफल में सम्मिलित नही होगा।

इसलिए, ब्लॉक का पृष्ठीय क्षेत्रफल

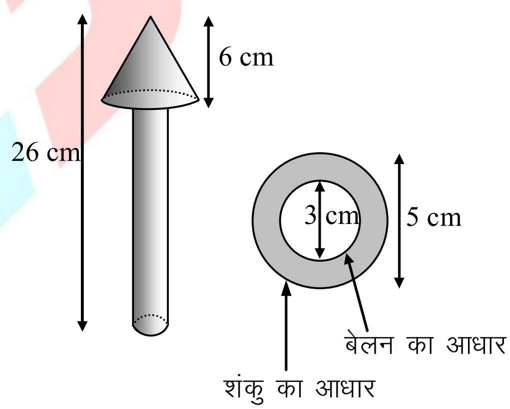
= घन का कुल पृष्ठीय क्षे० – अर्द्धगोले का आधार क्षे० + अर्द्ध गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 150 - \pi r^2 + 2\pi r^2 = (150 + \pi r^2) \text{ cm}^2$$

$$= 150 \text{ cm}^2 + \left(\frac{22}{7} \times \frac{4.2}{2} \times \frac{4.2}{2}\right) cm^2$$

$$= (150 + 13.86) \text{ cm}^2 = 163.86 \text{ cm}^2$$

Ex.8 एक शंकु के आकार का एक लकड़ी का एक खिलौना रॉकेट एक बेलन के शिखर पर स्थित है। जैसा चित्र में दर्शाया गया है। संपूर्ण रॉकेट की ऊँचाई 26 cm है, जबकि शंकुवाकार भाग की ऊँचाई 6 cm है। शंकुवाकार भाग के आधार का व्यास 5 cm है। जबकि बेलनाकार भाग का व्यास 3 cm है। यदि शंकुवाकार भाग पर नारंगी रंग तथा बेलनाकार भाग पर पीला रंग किया जाता है, तो रॉकेट पर किये गये प्रत्येक प्रकार के रंग का क्षेत्रफल ज्ञात करो (π = 3.14 लें)



Sol. शंकु की त्रिज्या r द्वारा, शंकु की तिर्यक ऊँचाई ℓ द्वारा, शंकु की ऊचाई h द्वारा, बेलन की त्रिज्या r' और बेलन की ऊँचाई h' द्वारा दर्शायी हो तब r = 2.5 cm, h = 6 cm, r' = 1.5 cm, h' = 26 – 6 = 20 cm और

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{2.5^2 + 6^2} \text{ cm} = 6.5 \text{ cm}$$

यहाँ शंकुवाकार भाग उसके वृत्ताकार आधार को बेलन के आधार पर स्थिर रखता है। परन्तु शंकु का आधार बेलन के आधार से बड़ा है। इसलिए शंकु के आधार का एक भाग (एक छल्ला) ही रंगीन होता है।

इसलिए नारंगी रंग का क्षेत्रफल

= शंकु के वक्र पृष्ठीय क्षे० + शंकु के आधार का क्षे०
– बेलन के आधार का क्षे०

$= \pi r l + \pi r^2 - \pi(r')^2$

$= \pi[(2.5 \times 6.5) + (2.5)^2 - (1.5)^2]$ cm^2

$= \pi[20.25]$ cm^2 $= 3.14 \times 20.25$ cm^2

$= 63.585$ cm^2

अब दिये गये पीले रंग का क्षेत्रफल

= बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन के एक आधार का क्षेत्रफल

$= 2\pi r'h' + \pi(r')^2$

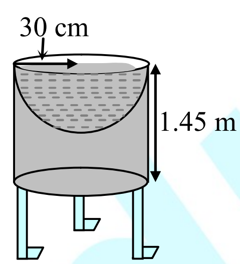
$= \pi r' (2h' + r')$

$= (3.14 \times 1.5)(2 \times 20 + 1.5)$ cm^2

$= 4.71 \times 41.5$ cm^2

$= 195.465$ cm^2

Ex.9 बगीचे में पक्षियों के नहाने के लिए एक बेलन के आकार का पात्र है। जिसका एक सिरा अर्द्धगोलाकार रूप में है (चित्र देखे) बेलन की ऊँचाई 1.45 m है, और उसकी त्रिज्या 30 cm है। पक्षियों के नहाने के स्थान का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लें)



Sol. माना h बेलन की ऊँचाई है और r, बेलन और अर्द्धगोले कि उभयनिष्ठ त्रिज्या है, तब पक्षी के नहाने के स्थान का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

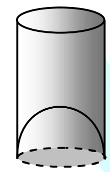
= बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
+ अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 (145 + 30)$ cm^2

$= 33000$ cm^2 $= 3.3$ m^2

Ex.10 एक जूस विक्रेता अपने ग्राहको को चित्रानुसार गिलास से जूस देता है। बेलनाकार गिलास का आन्तरिक व्यास 5 cm था, परन्तु गिलास का निचला भाग अर्द्धगोलाकार है। जिससे गिलास की धारिता कम हो जाती है। यदि एक गिलास की ऊँचाई 10 cm हो, तो गिलास की आभासी धारिता और उसकी वास्तविक धारिता ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$)



Sol. चूंकि गिलास का आन्तरिक व्यास = 5 cm

और ऊँचाई = 10 cm,

गिलास की आभासी धारिता $= \pi r^2 h$

$= 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10$ cm^3 $= 196.25$ cm^3

परन्तु गिलास की वास्तविक धारिता, गिलास के आधार पर अर्द्धगोले के आयतन के कारण कम होती है।

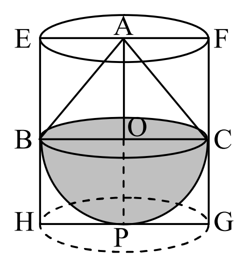
अर्थात् यह कमी है $\frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 2.5$ cm^3 $= 32.71$ cm^3

इसलिए गिलास की वास्तविक धारिता = गिलास की आभासी धारिता – अर्द्ध गोले का आयतन

$= (196.25 - 32.71)$ cm^3 $= 163.54$ cm^2

Ex.11 एक ठोस खिलौना एक अर्द्धगोले के आकार का है। जिस पर एक लम्बवृत्तीय शंकु स्थित है। इस शंकु की ऊँचाई 2 cm है। और आधार का व्यास 4 cm है। इस खिलोने का आयतन निर्धारित कीजिए। एक लम्ब वृत्तीय बेलन इस खिलोने के परिगत हो तो बेलन और खिलोने के आयतनों का अन्तर ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)



Sol. माना BPC अर्द्धगोला है और ABC शंकु है जो अर्द्धगोले के आधार पर स्थित है (चित्रानुसार)। अर्द्धगोले की (इसी तरह शंकु की) त्रिज्या BO = $\frac{1}{2} \times 4$ cm = 2 cm

इसलिए, खिलोने का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \left[\frac{2}{3} \times 3.14 \times (2)^3 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times (2)^2 \times 2\right] cm^3$

$= 25.12\ cm^3$

अब, माना कि लम्बवृत्तीय बेलन EFGH दिये गये ठोस को घेरे हुए है। लम्बवृतीय बेलन के आधार की त्रिज्या = HP = BO = 2 cm, और इसकी ऊँचाई

EH = AO + OP = (2 + 2) cm = 4 cm है।

इसलिए, अभिष्ट आयतन

= लम्बवृत्तीय बेलन का आयतन – खिलोने का आयतन

= $(3.14 \times 2^2 \times 4 - 25.12)\ cm^3 = 25.12\ cm^3$

= $25.12\ cm^3$

अतः दो आयतनो का अभीष्ट अन्तर = $25.12\ cm^3$ है

Ex.12 चिकनी मिट्टी से बनाये गये एक शंकु की ऊँचाई 24 cm तथा आधार की त्रिज्या 6 cm है। एक बच्चा इसे एक गोले के रूप में पुनः आकृति प्रदान करता है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Sol. शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24\ cm^3$

यदि गोले की त्रिज्या r हो, तो इसका आयतन $\frac{4}{3}\pi r^3$ होगा।

∵ शंकु के रूप में चिकनी मिट्टी का आयतन और शेष गोला समान है।

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24$$

$$r^3 = 3 \times 3 \times 24 = 3^3 \times 2^3$$

$$r = 3 \times 2 = 6$$

इस प्रकार गोले की त्रिज्या 6 cm है।

Ex.13 सेल्वी के घर की छत पर बेलन के आकार की एक टंकी है। इस टंकी में एक भूमिगत टंकी में भरे पानी को पंप द्वारा पहुँचा कर टंकी को भरा जाता है। यह भूमिगत टंकी एक घनाभ के आकार की है। जिसकी विमाएँ 1.57 m × 1.44 m × 95 cm है। छत की टंकी की त्रिज्या 60 cm है और ऊँचाई 95 cm है। यदि भूमिगत टंकी पानी से पूरी भरी हुई थी, तो उससे छत की टंकी को पुरा भरने के बाद भूमिगत टंकी में पानी कितनी ऊँचाई तक रह जाऐगा। छत की टंकी की धारिता की भूमिगत टंकी की धारिता से तुलना कीजिए (π = 3.14 लें)

Sol. छत की टंकी का आयतन, भूमिगत टंकी से निकले गए पानी के आयतन के बराबर है। अब छत की टंकी (बेलन) में पानी का आयतन = $\pi r^2 h$

$= 3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95\ m^3$

भूमिगत टंकी में पानी का आयतन जब वह पूरी भरी थी

$= l \times b \times h = 1.57 \times 1.44 \times 0.95\ m^3$

छत की टंकी को पानी से पुरा भरने के बाद भूमिगत टंकी में शेष बचे पानी का आयतन

$= (1.57 \times 1.44 \times 0.95) - (3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95)]\ m^3$

$= (1.57 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95 \times 2)\ m^3$

इसलिए, भूमिगत टंकी से शेष बचे पानी की ऊँचाई

$= \frac{\text{भूमिगत टंकी में बचे पानी का आयतन}}{\ell \times b}$

$= \frac{1.57 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95 \times 2}{1.57 \times 1.44}$ m

= 0.475 m = 47.5 cm

साथ ही, $\frac{\text{छत की टंकी की धारिता}}{\text{भूमिगत टंकी की धारिता}}$

$= \frac{3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95}{1.57 \times 1.44 \times 0.95} = \frac{1}{2}$

अतः छत की टंकी की धारिता भूमिगत टंकी की धारिता की आधी है।

Ex.14 1 cm व्यास और 8 cm लम्बाई की एक कॉपर छड़ में से एक समान मोटाई का 18 m लम्बा एक तार निकाला जाता है। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।

Sol. छड़ का आयतन = $\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8\ cm^3$

$= 2\pi\ cm^3$

समान आयतन के नये तार की लम्बाई

= 18 m = 1800 cm

यदि r, तार के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या (in cm) है

तो इसका आयतन $= \pi \times r^2 \times 1800 \text{ cm}^3$

इसी प्रकार, $\pi \times r^2 \times 1800 = 2\pi$

अर्थात् $r^2 = \dfrac{1}{900}$

अर्थात् $r = \dfrac{1}{30}$

इसलिए, अनुप्रस्थ काट का व्यास अर्थात् तार की मोटाई $\dfrac{1}{15}$ cm है। अर्थात् 0.67 mm (लगभग)