# समान्तर श्रेढ़ी

## ➤ परिभाषा

जब किसी क्रम या श्रेणी के पद किसी निश्चित नियम के अन्तर्गत व्यवस्थित होते हैं, तो यह एक श्रेणी बनाते हैं। श्रेणी को 5 भागों में बाँटा गया है -

(i) समान्तर श्रेढ़ी (A.P.)

(ii) गुणोत्तर श्रेढ़ी (G.P.)

(iii) समान्तर गुणोत्तर श्रेढ़ी (A.G.P.)

(iv) हरात्मक श्रेढ़ी (H.P.)

(v) विभिन्न श्रेढ़ी

## ➤ समान्तर श्रेढ़ी

समान्तर श्रेढ़ी वह श्रेणी है जिसमें किन्हीं भी दो क्रमागत पदों का अन्तर सदैव अचर रहता है। इस अचर अन्तर को सार्वअन्तर कहते हैं।

यदि ‘a’ प्रथम पद एवं ‘d’ सार्वअन्तर हो तब स॰श्रे॰ निम्न होगी

$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + ......$

**Note:** यदि a,b,c स॰श्रे॰ में हों, तब AP $\Leftrightarrow 2b = a + c$

### एक स॰श्रे॰ का व्यापक पद

एक स॰श्रे॰ का व्यापक पद (n वाँ पद) निम्न सूत्र से दिया जाता है

$$T_n = a + (n - 1)\, d$$

**Note :**

(i) व्यापक पद को $\ell$ (अंतिम पद) से भी निरूपित किया जाता है

(ii) n (पदों की संख्या) सदैव प्राकृत संख्या होती है

(iii) सार्वअन्तर शून्य, धनात्मक या ऋणात्मक हो सकता हैं,

$d = 0 \Rightarrow$ तब स॰श्रे॰ के सभी पद समान होते है

Eg. 2, 2, 2, 2, ……… $d = 0$

$d =$ धनात्मक $\Rightarrow$ वर्धमान स॰श्रे॰

Eg. $\frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \frac{9}{2}, \ldots\ldots\ldots \quad d = +\frac{1}{2}$

$d =$ ऋणात्मक $\Rightarrow$ ह्रासमान स॰श्रे॰

Eg. 57, 52, 47, 42, 37, …….. $d = -\frac{1}{2}$

### स॰श्रे॰ का अन्त से rवाँ पद

यदि एक स॰श्रे॰ के पदों की संख्या n हो, तब अन्त से $T_r$वाँ पद = शूरूआत से $T_n - (r - 1)d = (n - r + 1)$वाँ पद या हम अंतिम पद को प्रथम पद व सार्वअन्तर ‘d’ के दी गई स॰श्रे॰ के विपरीत चिन्ह से लिखे।

Eg. : एक स॰श्रें॰ का अन्त से 26वाँ पद ज्ञात कीजिए जबकि दी गई स॰श्रे॰ 7, 15, 23……., 767 है, जिसमें 96 पद हैं।

**हल विधि : I**

अन्त से rवाँ पद निम्न सूत्र से दिया जाता है

$= T_n - (r - 1)\, d$

या $= (n - r + 1)^{th}$ शूरूआत से जहाँ n पदों की कुल संख्या हैं

$m = 96, n = 26$

$\therefore$ अन्त से $T_{26} = T_{(96 - 26 + 1)}$ शूरूआत से

$= T_{71}$ शूरूआत से

$= a + 70d$

$= 7 + 70\,(8) = 7 + 560 = 567$

**विधि : II**

$d = 15 - 7 = 8$

$\therefore$ अन्त से, $a = 767$ एवं $d = -8$

$\therefore T_{26} = a + 25d = 767 + 25\,(-8)$

$= 767 - 200$

$= 567$

## एक स॰श्रे॰ के n पदों का योग

एक स॰श्रे॰ के प्रथम n पदों का योग निम्न सूत्र से दिया जाता है

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ या $S_n = \frac{n}{2}[a + T_n]$

**Note :**

(i) यदि n पदों का योग $S_n$ दिया गया हो तब व्यापक पद $T_n = S_n - S_{n-1}$ जहाँ $S_{n-1}$ स॰श्रे॰ के (n – 1) पदों के योग को दर्शाता है।

(ii) जब स॰श्रे॰ का nवाँ पद 'n' में रेखीय हो

Eg. : $a_n = 2 - n$, $a_n = 5n + 2$........

एवं हम सार्वअन्तर 'd' को $a_n$ या $T_n$ से पा सकते हैं, जो कि निम्न होगा: d = n का गुणांक

$a_n = 2 - n$ के लिए, $\therefore d = -1$

सत्यापन : n = 1, 2, 3, 4,......... रखने पर

हम पाते हैं कि स॰श्रे॰ : 1, 0, –1, –2,........

$\therefore d = 0 - 1 = -1$

तथा $a_n = 5n + 2$ के लिए

$d = 5$ .

(iii) जब स॰श्रे॰ के n पदों का योग सदैव 'n' में द्विघात हो :

Eg. : $S_n = 2n^2 + 3n$.

Eg. : $S_n = \frac{n}{4}(n + 1)$

हम 'd' का मान $S_n$ से प्राप्त कर सकते हैं

d = 2 ($n^2$ का गुणांक)

उदाहरण के लिए : $2n^2 + 3n$, $d = 2(2) = 4$

सत्यापन $S_n = 2n^2 + 3n$

n = 1 पर $S_1 = 2 + 3 = 5$ = प्रथम पद

n = 2 पर $S_2 = 2(2)^2 + 3(2)$

$= 8 + 6 = 14 \neq$ द्वितीय पद

= प्रथम दो पदों का योग

$\therefore$ द्वितीय पद $= S_2 - S_1 = 14 - 5 = 9$

$\therefore d = a_2 - a_1 = 9 - 5 = 4$

Eg. : $S_n = \frac{n}{4}(n + 1)$

$$S_n = \frac{n^2}{4} + \frac{n}{4}$$

$$\therefore d = 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

### ❖ उदाहरण ❖

**Ex.1** यदि एक श्रेणी का nवाँ पद n में रेखीय व्यंजक हो, तो सिद्ध करो कि यह श्रेणी एक समान्तर श्रेणी है।

**Sol.** मानाकि दी गई श्रेणी का nवाँ पद निम्न है

$T_n = an + b$, जहाँ a व b अचर हैं।

तब, $T_{n-1} = a(n-1) + b = [(an + b) - a]$

$\therefore (T_n - T_{n-1}) = (an + b) - [(an + b) - a] = a$,

जो कि अचर है, अतः दी गई श्रेणी एक स॰श्रे॰ है।

**Ex.2** नीचे परिभाषित श्रेणी के प्रथम तीन पद लिखिये।-

(i) $a_n = 3n + 2$ (ii) $a_n = n^2 + 1$

**Sol.** (i) हम जानते हैं कि,

$a_n = 3n + 2$

n = 1, 2 व 3 रखने पर, हम पाते हैं कि

$a_1 = 3 \times 1 + 2 = 3 + 2 = 5$,

$a_2 = 3 \times 2 + 2 = 6 + 2 = 8$,

$a_3 = 3 \times 3 + 2 = 9 + 2 = 11$

इस प्रकार $a_n = 3n + 2$ द्वारा परिभाषित श्रेणी के अभीष्ट पहले तीन पद 5, 8, व 11 हैं।

(ii) हम जानते हैं कि,

$a_n = n^2 + 1$

n = 1, 2, व 3 रखने पर हम पाते हैं कि

$a_1 = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

$a_2 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

$a_3 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

इस प्रकार $a_n = n^2 + 1$ द्वारा परिभाषित श्रेणी के प्रथम तीन पद 2, 5 व 10 हैं।

**Ex.3** $a_n = (-1)^{n-1} . 2^n$ द्वारा परिभाषित श्रेणी के प्रथम पाँच पद ज्ञात कीजिए

**Sol.** $a_n = (-1)^{n-1} \times 2^n$

$n = 1, 2, 3, 4,$ व 5 रखने पर हम पाते हैं कि

$a_1 = (-1)^{1-1} \times 2^1 = (-1)^0 \times 2 = 2$

$a_2 = (-1)^{2-1} \times 2^2 = (-1)^1 \times 4 = -4$

$a_3 = (-1)^{3-1} \times 2^3 = (-1)^2 \times 8 \times 8$

$a_4 = (-1)^{4-1} \times 2^4 = (-1)^3 \times 16 = -16$

$a_5 = (-1)^{5-1} \times 2^5 = (-1)^4 \times 32 = 32$

इस प्रकार श्रेणी के प्रथम पाँच पद 2, –4, 8, –16, 32 हैं।

**Ex.4** एक श्रेणी का nवाँ पद 3n – 2 है, क्या यह स॰श्रे॰ है? यदि ऐसा है, तो इसका 10वाँ पद ज्ञात कीजिए

**Sol.** हम जानते हैं कि $a_n = 3n - 2$

स्पष्टतः $a_n$ , n में रेखीय व्यंजक है, अतः दी गई श्रेणी एक स॰श्रे॰ है जिसका सार्वअन्तर 3 है।

n = 10 रखने पर, हम पाते हैं कि

$a_{10} = 3 \times 10 - 2 = 28$

**टिप्पणी :** उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि एक श्रेणी, एक स॰श्रे॰ नहीं होती यदि इसका nवाँ पद n में रेखीय व्यंजक नहीं हो।

**Ex.5** एक स॰श्रे॰ 9, 13, 17, 21, 25, ......... का 12वाँ, 24वाँ तथा nवाँ पद ज्ञात कीजिए।

**Sol.** हम जानते हैं कि,

a = प्रथम पद = 9 एवं,

d = सार्वअन्तर = 4

[$\because$ 13 – 9 = 4, 17 – 13 = 4, 21 – 7 = 4 आदि]

हम जानते हैं कि एक स॰श्रे॰ का nवाँ पद जिसका प्रथम पद a है तथा सार्वअन्तर d है, निम्न प्रकार से दिया जाता है

$a_n = a + (n - 1) d$

अतः, $a_{12} = a + (12 - 1) d$

$= a + 11d = 9 + 11 \times 4 = 53$

$a_{24} = a + (24 - 1) d$

$= a + 23 d = 9 + 23 \times 4 = 101$

एवं, $a_n = a + (n - 1) d$

$= 9 + (n - 1) \times 4 = 4n + 5$

$a_{12} = 53$, $a_{24} = 101$ एवं $a_n = 4n + 5$

**Ex.6** श्रेणी –1, 3, 7, 11, ..... , का कौनसा पद 95 हैं ?

**Sol.** स्पष्टतः दी गई श्रेणी एक स॰श्रे॰ हैं, जहाँ

a = प्रथम पद = –1 एवं,

d = सार्वअन्तर = 4

मानाकि दी गई स॰श्रे॰ का nवाँ पद 95 है। तब,

$a_n = 95$

$\Rightarrow a + (n - 1) d = 95$

$\Rightarrow -1 + (n - 1) \times 4 = 95$

$\Rightarrow -1 + 4n - 4 = 95 \quad \Rightarrow 4n - 5 = 95$

$\Rightarrow 4n = 100 \quad \Rightarrow n = 25$

इस प्रकार, दी गई श्रेणी का 25वाँ पद 95 है।

**Ex.7** श्रेणी 4, 9 , 14, 19, ...... का कौनसा पद 124 है ?

**Sol.** स्पष्टतः दी गई श्रेणी स॰श्रे॰ है जिसका प्रथम पद a = 4 है तथा सार्वअन्तर d = 5 है।

मानाकि दी गई श्रेणी का nवाँ पद 124 हैं तब, $a_n = 124$

$a + (n - 1) d = 124 \Rightarrow 4 + (n - 1) \times 5 = 124$

$\Rightarrow n = 25$

अतः दी गई श्रेणी का 25वाँ पद 124 है।

**Ex.8** एक स. श्रे. का 10 वाँ पद 52 है तथा 16 वाँ पद 82 है, तो इसका 32 वाँ पद तथा व्यापक पद ज्ञात कीजिए।

**Sol.** दी गई समान्तर श्रेणी का प्रथम पद a है तथा सार्वअन्तर d हो, तथा मानलो कि स. श्रे. $a_1$, $a_2$, $a_3$, ..... $a_n$, ...... है।

यह दिया गया है कि $a_{10} = 52$ एवं $a_{16} = 82$

$\Rightarrow a + (10 - 1) d = 52$ एवं $a + (16 - 1) d = 82$

$\Rightarrow a + 9d = 52$ ....(i)

एवं $a + 15d = 82$ ....(ii)

समीकरण (ii) को (i) से घटाने पर

$-6d = -30 \Rightarrow d = 5$

d = 5 समीकरण (i) में रखने पर

$a + 45 = 52$

$\Rightarrow a = 7$

$\therefore a_{32} = a + (32 - 1) d = 7 + 31 \times 5 = 162$

एवं $a_n = a + (n - 1) d = 7 (n - 1) \times 5 = 5n + 2.$

इस प्रकार $a_{32} = 162$ एवं $a_n = 5n + 2.$

**Ex.9** एक स. श्रे. का व्यापक पद ज्ञात कीजिए, जिसका 7 वाँ पद –1 है तथा 16 वाँ पद 17 है

**Sol.** मानलो कि दी गई स.श्रे. का प्रथम पद a तथा सार्वअन्तर d है, एवं स.श्रे. $a_1, a_2, a_3, ......a_n, ......$ है

दिया गया है कि $a_7 = -1$ एवं $a_{16} = 17$

$a + (7 - 1) d = -1$ एवं $a + (16 - 1) d = 17$

$\Rightarrow\ a + 6d = -1$ ....(i)

एवं $a + 15d = 17$ ....(ii)

समीकरण (i) को (ii) से घटाने पर

$9d = 18 \quad \Rightarrow \quad d = 2$

d = 2 समीकरण (i) में रखने पर

$a + 12 = -1 \quad \Rightarrow \quad a = -13$

अब, व्यापक पद = $a_n$

$= a + (n - 1) d = -13 + (n - 1) \times 2 = 2n - 15$

**Ex.10** यदि एक स. श्रे. के पाँचवे पद का पाँच गुना, 8वें पद के आठ गुने के बराबर हो, तो प्रदर्शित करो कि इसका 13वाँ पद शून्य है।

**Sol.** माना कि $a_1, a_2, a_3, ..... , a_n, ....$ एक स. श्रे. है जिसका प्रथम पद = a तथा सार्वअन्तर = d

यह दिया गया है कि $5a_5 = 8a_8$

$\Rightarrow\ 5(a + 4d) = 8 (a + 7d)$

$\Rightarrow\ 5a + 20d = 8a + 56d \Rightarrow\ 3a + 36d = 0$

$\Rightarrow\ 3(a + 12d) = 0 \quad \Rightarrow\ a + 12d = 0$

$\Rightarrow\ a + (13 - 1) d = 0 \quad \Rightarrow\ a_{13} = 0$

**Ex.11** यदि एक स. श्रे. का m वाँ पद 1/n हो तथा nवाँ पद 1/m हो तो सिद्ध करो कि इसका (mn)वाँ पद 1 है।

**Sol.** मानाकि दी गई स. श्रे. का प्रथम पद व सार्वअन्तर क्रमशः a व d है।

तब

$\frac{1}{n}$ = mवाँ पद $\quad \Rightarrow \frac{1}{n} = a + (m - 1) d$ ....(i)

$\frac{1}{m}$ = nवाँ पद $\quad \Rightarrow \frac{1}{m} = a + (n - 1) d$ ....(ii)

समीकरण (ii) को (i) से घटाने पर

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = (m - n) d$$

$$\Rightarrow \frac{m-n}{mn} = (m - n) d$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{mn}$$

$d = \frac{1}{mn}$ समीकरण (i) में रखने पर

$$\frac{1}{n} = a + \frac{(m-1)}{mn} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{mn}$$

$\therefore$ (mn)वाँ पद $= a + (mn - 1) d$

$$= \frac{1}{mn} + (mn - 1)\frac{1}{mn} = 1$$

**Ex.12** एक स. श्रे. का m वाँ पद का m गुना इसके nवें पद के n गुना के तुल्य हो, तो प्रदर्शित करो कि स. श्रे. का (m + n) वाँ पद शून्य है।

**Sol.** माना कि दी गई स. श्रे. का प्रथम पद व सार्वअन्तर क्रमशः a व d है, तब mवें पद का m गुना = nवें पद के n गुना

$\Rightarrow\ ma_m = na_n$

$\Rightarrow\ m\{a + (m - 1) d\} = n \{a + (n - 1) d\}$

$\Rightarrow\ m\{a + (m - 1) d\} - n\{a + (n - 1) d\} = 0$

$\Rightarrow\ a(m - n) + \{m (m - 1) - n(n - 1)\} d = 0$

$\Rightarrow\ a(m - n) + (m - n) (m + n - 1) d = 0$

$\Rightarrow\ (m - n) \{a + (m + n - 1) d\} = 0$

$\Rightarrow\ a + (m + n - 1) d = 0$

$\Rightarrow\ a_{m+n} = 0$

अतः दी गई स. श्रे. का (m + n) वाँ पद शून्य है

**Ex.13** यदि एक स. श्रे. का pवाँ पद q हो तथा q वाँ पद p हो, तो सिद्ध करो कि इसका n वाँ पद (p + q – n) है।

**Sol** माना कि दी गई स.श्रे. का प्रथम पद व सार्वअन्तर क्रमशः a तथा d है, तब

pवाँ पद $= q \Rightarrow a + (p - 1) d = q$ ....(i)

qवाँ पद $= p \Rightarrow a + (q - 1) d = p$ ....(ii)

समीकरण (ii) के समीकरण (i) से घटाने पर

$(p - q) d = (q - p) \Rightarrow d = -1$

d = – 1 समीकरण (i) में रखने पर

$a = (p + q - 1)$

nवाँ पद $= a + (n - 1) d$

$= (p + q - 1) + (n - 1) \times (-1) = (p + q - n)$

**Ex.14** यदि एक स. श्रे. का pवाँ, qवाँ तथा rवाँ पद क्रमशः a, b, c हो, तब प्रदर्शित करो कि

(i) $a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$

(ii) $(a - b) r + (b - c) p + (c - a) q = 0$

**Sol.** मानलो कि दी गई स.श्रे. का प्रथम पद A व सार्वअन्तर D है, तब,

$a =$ pवाँ पद $\Rightarrow a = A + (p - 1) D$ ....(i)

$b =$ qवाँ पद $\Rightarrow b = A + (q - 1) D$ ....(ii)

$c =$ rवाँ पद $\Rightarrow c = A + (r - 1) D$ ....(iii)

(i) : हम जानते हैं कि

$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q)$

$= \{A + (p - 1) D\} (q - r)$

$+ \{A + (q - 1)\} (r - p)$

$+ \{A + (r - 1) D\} (p - q)$

[समीकरण (i), (ii) व (iii) के प्रयोग से]

$= A \{(q - r) + (r - p) + (p - q)\}$

$+ D \{(p - 1)(q - r) + (q - 1)(r - p)$

$+ (r - 1)(p - q)\}$

$= A \{(q - r) + (r - p) + (p - q)\}$

$+ D\{(p - 1)(q - r) + (q - 1)(r - p)$

$+ (r - 1)(p - q)\}$

$= A . 0 + D \{p (q - r) + q (r - p)$

$+ r (p - q) - (q - r) - (r - p) - (p - q)\}$

$= A . 0 + D . 0 = 0$

(ii) : समीकरण (ii) को (i) से तथा (iii) को (ii) से एवं (i) को (iii) से घटाने पर

$a - b = (p - q) D$, $(b - c) = (q - r) D$ एवं $c - a = (r - p) D$

$\therefore \ (a - b) r + (b - c) p + (c - a) q$

$= (p - q) Dr + (q - r) Dp + (r - p) Dq$

$= D \{(p - q) r + (q - r) p + (r - p) q\}$

$= D \times 0 = 0$

**Ex.15** स. श्रे. . 4, 9, 14, ........, 254 का अन्त से 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

**Sol.** हम जानते हैं कि

$l =$ अंतिम पद $= 254$ एवं

$d =$ सार्वअन्तर $= 5$,

अन्त से 10वाँ पद $= l - (10 - 1) d$

$= l - 9d = 254 - 9 \times 5 = 209.$

## ➤ समान्तर माध्य (A.M.)

यदि एक स.श्रे. के तीन या अधिक पद हों, तब प्रथम पद व अंतिम पद के मध्य स्थित पद उनके मध्य समान्तर माध्य कहलाता है।

दी गई दो संख्याओं a व b के मध्य समान्तर माध्य A हो, तब a, A, b स.श्रे. में होती है

अर्थात् $A - a = b - A \Rightarrow A = \frac{a + b}{2}$

**Note :**

n धनात्मक संख्याओं $a_1, a_2 ......a_n$ का समान्तर माध्य निम्न सूत्र से दिया जाता है :

$$A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + .....a_n}{n}$$

**दी गई दो संख्याओं के मध्य n समान्तर माध्य ज्ञात करना :**

यदि दो संख्याओं 'a' व 'b' के मध्य हमें n समान्तर माध्य $A_1, A_2, .....A_n$ प्रविष्ट करने हों तब $a, A_1, A_2, A_3....A_n, b$ स.श्रे. में होते हैं। इस प्रकार इस श्रेणी में पदों की संख्या $(n + 2)$ होगी, जिसका अंतिम पद b तथा प्रथम पद a होता है।

$a + (n + 2 - 1) d = b$

$d = \frac{b - a}{n + 1}$

$A_1 = a + d$, $A_2 = a + 2d, ....A_n = a + nd$ or $A_n = b - d$

**Note :**

(i) a तथा b के मध्य n समान्तर माध्यों का योग, a तथा b के मध्य एक समान्तर माध्य का n गुना होता है, अर्थात् $\sum_{r=1}^{n} A_r = nA$ जहाँ

$$A = \frac{a + b}{2}$$

(ii) दो संख्याओं के मध्य

$$= \frac{\text{m समान्तर माध्यों का योग}}{\text{n समान्तर माध्यों का योग}} = \frac{m}{n}$$

## ➢ समान्तर श्रेणी में पदों को मानना

(i) जब पदों की संख्या विषम हो तब हम तीन पद: $a - d, a, a + d$ मानते हैं, तथा पाँच पद $-2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ मानते हैं।

इनमें हम मध्य पद 'a' तथा सार्वअन्तर 'd' लेते हैं।

(ii) जब पदों की संख्या सम हो, तब हम 4 पद :

$a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ लेते हैं, एवं

6 पद = $a - 5d, a - 3d, a - d, a + d, a + 3d, a + 5d$ लेते हैं।

इनमें हम '$a - d, a + d$' को मध्य पद तथा सार्वअन्तर '2d' लेते हैं।

**Note :**

(i) यदि किसी श्रेणी के पदों की संख्या विषम हो, तब केवल एक मध्य पद विद्यमान होता है, जो कि $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{वाँ}}$ पद होती है, जहाँ n विषम है।

(ii) यदि किसी श्रेणी के पदों की संख्या सम हो, तब दो मध्य पद होते हैं, जो कि $(n/2)^{\text{वाँ}}$ तथा $\left\{\left(\frac{n}{2}\right)+1\right\}^{\text{वाँ}}$ पद होता है, जहाँ n सम है

## ➢ स.श्रे. के कुछ गुणधर्म

(i) यदि दी गई किसी स.श्रे. के प्रत्येक पद को किसी अशून्य अचर संख्या से बढ़ाया, घटाया, गुणा किया या भाग किया जाये तो इस प्रकार से प्राप्त श्रेणी भी स.श्रे. होती है।

(ii) एक स.श्रे. में, प्रारम्भ तथा अंत से समान दूरी वाले पदों का योग अचर होता है तथा प्रथम व अंतिम पद के योग के तुल्य होता है।

(iii) एक स.श्रे. का कोई पद (प्रथम पद को छोड़कर) पद से समान दूरी वाले पदों के योग के आधे के तुल्य होता है

$$a_n = \frac{1}{2}(a_{n-k} + a_{n+k}),\ k < n$$

(iv) एक परिमित स.श्रे. में, पदों की संख्या विषम हो, तब इसका मध्य पद, पहले तथा अंतिम पद का समान्तर माध्य होता है एवं इसका योग, मध्य पद तथा पदों की संख्या के गुणनफल के तुल्य होता है।

## ➢ कुछ महत्त्वपूर्ण परिणाम

(i) प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^{n} r = \frac{n(n+1)}{2}$$

(ii) प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग

$$\Rightarrow \sum_{r=1}^{n} (2r-1) = n^2$$

(iii) प्रथम n सम प्राकृत संख्याओं का योग

$$= \sum_{r=1}^{n} 2r = n(n+1)$$

(iv) प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग

$$= \sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(v) प्रथम n प्राकृत संख्याओं के घनों का योग

$$= \sum_{r=1}^{n} r^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

(vi) यदि एक स.श्रे. का $p^{\text{वाँ}}$ पद q हो तथा $q^{\text{वाँ}}$ पद p हो, तब $m^{\text{वाँ}}$ पद $= p + q - m$

(vii) यदि एक स.श्रे. के p पदों का योग q हो तथा q पदों का योग p हो, तब इसके $(p+q)$ पदों का योग : **−(p+q)** होता है।

(viii) यदि एक स.श्रे. के p पदों का योग, इसके q पदों के योग के तुल्य हो, तब इसके $(p + q)$ पदों का योग शून्य होता है।

### ❖ उदाहरण ❖

**Ex.16** एक स.श्रे. की तीन संख्याओं का योग –3 है तथा उनका गुणनफल 8 है, तब संख्याऐं ज्ञात कीजिए।

**Sol.** माना कि संख्याऐं $(a - d), a, (a + d)$ हैं, तब

योग $= -3 \Rightarrow (a - d) + a (a + d) = -3$

$\Rightarrow$ $3a = -3 \Rightarrow a = -1$

गुणनफल = 8

$\Rightarrow$ $(a - d)(a)(a + d) = 8$

$\Rightarrow$ $a(a^2 - d^2) = 8$

$\Rightarrow$ $(-1)(1 - d^2) = 8$

$\Rightarrow$ $d^2 = 9$ $\Rightarrow$ $d = \pm 3$

यदि $d = 3$ हो तब संख्याऐं –4, –1, 2.

यदि $d = -3$ तब संख्याऐं 2, – 1, –4.

इस प्रकार संख्याऐं –4, –1, 2, या 2, – 1, – 4 है।

**Ex.17** एक स.श्रे. की चार संख्याऐं ज्ञात कीजिए जिनका योग 20 है तथा जिनके वर्गों का योग 120 है।

**Sol.** मानाकि संख्याऐं $(a - 3d)$, $(a - d)$, $(a + d)$, $(a + 3d)$ हैं, तब

योग = 20

$\Rightarrow (a - 3d) + (a - d) + (a + d) + (a + 3d) = 20$

$\Rightarrow$ $4a = 20$ $\Rightarrow$ $a = 5$

वर्गों का योग = 120

$(a - 3d)^2 + (a - d)^2 + (a + d)^2 + (a + 3d)^2 = 120$

$\Rightarrow$ $4a^2 + 20d^2 = 120$

$\Rightarrow$ $a^2 + 5d^2 = 30$

$\Rightarrow$ $25 + 5d^2 = 30$ $[\because a = 5]$

$\Rightarrow$ $5d^2 = 5$ $\Rightarrow$ $d = \pm 1$

यदि $d = 1$ हो तब संख्याऐं 2, 4, 6, 8 हैं। यदि $d = -1$ हो तब संख्याऐं 8, 6, 4, 2 हैं।

इस प्रकार, संख्याऐं 2, 4, 6, 8 या 8, 6, 4, 2 हैं।

**Ex.18** 32 को चार भागों में इस प्रकार बांटिये कि वे स.श्रे. में हों, एवं सिरे वाली संख्याओं का गुणनफल तथा मध्य की संख्याओं के गुणनफल में अनुपात 7 : 15 हो ?

**Sol.** मानाकि चार भाग $(a - 3d)$, $(a - d)$, $(a + d)$ तथा $(a + 3d)$ हैं, तब

योग = 32

$\Rightarrow (a - 3d) + (a - d) + (a + d) + (a + 3d) = 32$

$\Rightarrow$ $4a = 32$ $\Rightarrow$ $a = 8$

चूंकि दिया गया है कि $\dfrac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \dfrac{7}{15}$

$\Rightarrow$ $\dfrac{a^2 - 9d^2}{a^2 - d^2} = \dfrac{7}{15}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{64 - 9d^2}{64 - d^2} = \dfrac{7}{15}$

$\Rightarrow$ $128d^2 = 512$

$\Rightarrow$ $d^2 = 4$ $\Rightarrow$ $d = \pm 2$

इस प्रकार चार भाग $a - d$, $a - d$, $a + d$ व $a + 3d$ हैं, अर्थात् 2, 6, 10 व 14

**Ex.19** स.श्रे. 1, 4, 7, 10, ...... के 20 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

**Sol.** मानाकि a प्रथम पद एवं d सार्व अन्तर है, तब $a = 1$ एवं $d = 3$, अब हमें स.श्रे. के 20 पदों का योग ज्ञात करना है

$a = 1, d = 3, n = 20$ निम्न सूत्र में रखिये

$S_n = \dfrac{n}{2}\,[2a + (n - 1)\,d]$

$S_{20} = \dfrac{20}{2}\,[2 \times 1 + (20 - 1) \times 3] = 10 \times 59 = 590$

**Ex.20** एक स.श्रे. के प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका दूसरा पद 2 तथा सातवाँ पद है 22 है।

**Sol.** मानाकि स. श्रे. का प्रथम a तथा सार्व अन्तर d है, तब,

$a_2 = 2$ एवं $a_7 = 22$

$\Rightarrow$ $a + d = 2$ एवं $a + 6d = 22$

इन दोनों समीकरणों को हल करने पर

$S_n = \dfrac{n}{2}\,[2a + (n - 1)\,d]$

$\therefore$ $S_{30} = \dfrac{30}{2}\,[2 \times (-2) + (30 - 1) \times 4]$

$\Rightarrow$ $15(-4 + 116) = 15 \times 112 = 1680$

अतः प्रथम 30 पदों का योग 1680 है।

**Ex.21** 250 व 1000 के मध्य की उन सभी प्राकृत संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए, जो 3 से पूर्णतया विभाजित हों ?

**Sol.** स्पष्टतः 250 व 1000 के मध्य 3 से विभाजित संख्याऐं 252, 255, 258, ...., 999 हैं। जो कि एक स. श्रे. है। जिसका प्रथम पद $a = 252$,

सार्व अन्तर = 3 तथा अंतिम पद = 999. माना कि इस स.श्रे. के n पद हैं, तब

$\Rightarrow$ $a_n = 999$

$\Rightarrow$ $a + (n - 1)d = 999$

$\Rightarrow$ $252 + (n-1) \times 3 = 999$ $\Rightarrow$ $n = 250$

$\therefore$ अभीष्ट योग $= S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$= \frac{250}{2}[252 + 999] = 156375$

**Ex.22** श्रेणी 54, 51, 48, .... के कितने पदों का योग 513 है ? दोहरे उत्तर का स्पष्टीकरण दीजिए ।

**Sol.** $\because$ $a = 54, d = -3$ तथा $S_n = 513$

$\Rightarrow$ $\frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 513$

$\Rightarrow$ $\frac{n}{2}[108 + (n-1) \times -3] = 513$

$\Rightarrow$ $n^2 - 37n + 342 = 0$

$\Rightarrow$ $(n-18)(n-19) = 0$ $\Rightarrow$ $n = 18$ or $19$

$\because$ सार्वअन्तर ऋणात्मक है, इसलिए 19वाँ पद $a_{19} = 54 + (19-1) \times -3 = 0.$

इस प्रकार 18 पदों का योग, 19 पदों का योग 513 है।

**Ex.23** एक स. श्रे. का mवाँ पद $\frac{1}{n}$ है तथा nवाँ पद $\frac{1}{m}$ हो, तो प्रदर्शित करों कि mn पदों का योग $\frac{1}{2}(mn+1)$ है।

**Sol.** मानाकि प्रथम पद a है तथा सार्वअन्तर d है, तब

$a_m = \frac{1}{n} \Rightarrow a + (m-1)d = \frac{1}{n}$ ...(i)

तथा $a_n = \frac{1}{m} \Rightarrow a + (n-1)d = \frac{1}{m}$ ...(ii)

(ii) को (i) से घटाने पर

$(m-n)d = \frac{1}{n} - \frac{1}{m}$

$\Rightarrow$ $(m-n)d = \frac{m-n}{mn}$ $\Rightarrow$ $d = \frac{1}{mn}$

समीकरण (i) में $d = \frac{1}{mn}$ रखने पर

$a + (m-1)\frac{1}{mn} = \frac{1}{n}$

$\Rightarrow$ $a + \frac{1}{n} - \frac{1}{mn} = \frac{1}{n} \Rightarrow a = \frac{1}{mn}$

अब, $S_{mn} = \frac{mn}{2}\{2a + (mn-1) \times d\}$

$\Rightarrow$ $S_{mn} = \frac{mn}{2}\left[\frac{2}{mn} + (mn-1) \times \frac{1}{mn}\right]$

$\Rightarrow$ $S_{mn} = \frac{1}{2}(mn+1)$

**Ex.24** एक स.श्रे. के m पदों का योग, उसके n पदों के योग के तुल्य हो, तो प्रदर्शित करों कि (m + n) पदों का योग शून्य होता है।

**Sol.** मानाकि स. श्रे. का प्रथम पद a है तथा सार्व अन्तर d है, तब

$S_m = S_n$

$\Rightarrow$ $\frac{m}{2}[2a + (m-1)d] = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$\Rightarrow$ $2a(m-n) + \{m(m-1) - n(n-1)\}d = 0$

$\Rightarrow$ $2a(m-n) + \{(m^2 - n^2) - (m-n)\}d = 0$

$\Rightarrow$ $(m-n)[2a + (m+n-1)d] = 0$

$\Rightarrow$ $2a + (m+n-1)d = 0$

$\Rightarrow$ $2a + (m+n-1)d = 0$ $[\because m - n \neq 0]$ ....(i)

अब, $S_{m+n} = \frac{m+n}{2}\{2a + (m+n-1)d\}$

$S_{m+n} = \frac{m+n}{2} \times 0 = 0$ [समी. (i) के प्रयोग से]

**Ex.25** एक स. श्रे. के n, 2n, 3n पदों के योग क्रमशः $S_1, S_2, S_3$ है, तो सिद्ध करो कि $S_3 = 3(S_2 - S_1)$.

**Sol.** मानाकि स.श्रे. का प्रथम पद a एवं सार्वअन्तर d है, तब,

$S_1 = n$ पदों का योग

$\Rightarrow$ $S_1 = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ ....(i)

$S_2 = 2n$ पदों का योग

$\Rightarrow$ $S_2 = \frac{2n}{2}[2a + (2n-1)d]$ ....(ii)

एवं, $S_3$ = 3n पदों का योग

$$\Rightarrow S_3 = \frac{3n}{2}[2a + (3n - 1) d] \quad ....(iii)$$

अब, $S_2 - S_1$

$$= \frac{2n}{2}[2a + (2n - 1) d] - \frac{n}{2}[2a + (n - 1) d]$$

$$S_2 - S_1 = \frac{n}{2}[2\{2a + (2n - 1)d\} - \{2a + (n - 1)d\}]$$

$$= \frac{n}{2}[2a + (3n - 1) d]$$

$$\therefore \quad 3(S_2 - S_1) = \frac{3n}{2}[2a + (3n - 1) d] = S_3$$

[(iii) के द्वारा]

अतः, $S_3 = 3(S_2 - S_1)$

**Ex.26** तीन समान्तर श्रेणियों के n पदों के योग $S_1$, $S_2$ व $S_3$ है। प्रत्येक का पहला पद इकाई है तथा उनके सार्वअन्तर क्रमशः 1, 2 व 3 है, तो सिद्ध करो कि $S_1 + S_3 = 2S_2$.

**Sol.** हम जानते है कि,

$S_1$ = स. श्रे. के n पदों का योग जिसका प्रथम पद 1 तथा सार्वअन्तर 1 है।

$$= \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1) 1] = \frac{n}{2}[n + 1]$$

$S_2$ = स.श्रे. के n पदों का योग जिसका प्रथम पद 1 तथा सार्वअन्तर 2 है

$$= \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1) \times 2] = n^2$$

$S_3$ = स. श्रे. के n पदों का योग जिसका प्रथम पद 1 तथा सार्वअन्तर 3 है

$$= \frac{n}{2}[2 \times 1 + (n - 1) \times 3] = \frac{n}{2}(3n - 1)$$

अब, $S_1 + S_3 = \frac{n}{2}(n + 1) + \frac{n}{2}(3n - 1)$

$= 2n^2$ तथा $S_2 = n^2$

अतः $S_1 + S_3 = 2S_2$

**Ex.27** एक स. श्रे. के प्रथम p, q, r पदों का योग क्रमशः a, b, c हो प्रदर्शित करो कि –

$$\frac{a}{p}(q - r) + \frac{b}{q}(r - p) + \frac{b}{r}(p - q) = 0$$

**Sol.** मानलो कि स.श्रे. का प्रथम पद A व सार्वअन्तर D है

a = p पदों का योग $\Rightarrow a = \frac{p}{2}[2A + (q - 1) D]$

$$\Rightarrow \frac{2a}{p} = [2A + (p - 1) D] \quad ....(i)$$

b = q पदों का योग

$$\Rightarrow b = \frac{q}{2}[2A + (q - 1) D]$$

$$\Rightarrow \frac{2b}{q} = [2A + (q - 1) D] \quad ....(ii)$$

एवं, c = r पदों का योग

$$\Rightarrow c = \frac{r}{2}[2A + (r - 1) D]$$

$$\Rightarrow \frac{2c}{r} = [2A + (r - 1) D] \quad ....(iii)$$

समीकरण (i), (ii) व (iii) को क्रमशः (q – r), (r – p) व (p – q) से गुणा करके जोड़ने पर

$$\frac{2a}{p}(q - r) + \frac{2b}{q}(r - p) + \frac{2c}{r}(p - q)$$

$$= [2A + (p - 1) D] (q - r) + [2A + (q - 1) D] (r - p) + [(2A + (r - 1) D] (p - q)$$

$$= 2A (q - r + r - p + p - q) + D [(p - 1) (q - r) + (q - 1)(r - p) + (r - 1) (p - q)]$$

$$= 2A \times 0 + D \times 0 = 0$$

**Ex.28** दो समान्तर श्रेणियों के n पदों के योग का अनुपात (7n + 1) : (4n + 27) हो, तब उनके mवें पदों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol.** मान लो कि दो समान्तर श्रेणियों के प्रथम पद $a_1$, $a_2$ है तथा सार्वअन्तर $d_1$, $d_2$ हैं, तब उनके n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1) d_1], \text{ एवं}$$

$$S_n' = \frac{n}{2}[2a_2 + (n - 1) d_2]$$

$$\therefore \quad \frac{S_n}{S_n'} = \frac{\frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d_1]}{\frac{n}{2}[2a_2 + (n-1)d_2]} = \frac{2a_1 + (n-1)d_1}{2a_2 + (n-1)d_2}$$

दिया गया है कि

$$\frac{S_n}{S_n'} = \frac{7n+1}{4n+27}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2a_1 + (n-1)d_1}{2a_2 + (n-1)d_2} = \frac{7n+1}{4n+27} \qquad ....(i)$$

दो स.श्रे. के m वें पदों के अनुपात ज्ञात करने हेतु समीकरण (i) में n को (2m – 1) से प्रतिस्थापित करने पर

$$\therefore \quad \frac{2a_1 + (2m-2)d_1}{2a_2 + (2m-2)d_2} = \frac{7(2m-1)+1}{4(2m-1)+27}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a_1 + (m-1)d_1}{a_2 + (m-1)d_2} = \frac{14m-6}{8m+23}$$

अतः दो स. श्रेणियों के mवें पदों का अनुपात (14m – 6) : (8m + 23) है।

**Ex.29** एक स. श्रे. के m तथा n पदों के योग में अनुपात $m^2 : n^2$ है। प्रदर्शित करो कि mवें तथा nवें पदों में अनुपात (2m – 1) : (2n – 1) है।

**Sol.** मानाकि स.श्रे. का प्रथम पद a है तथा सार्वअन्तर d है, तब m पदों का योग व n पदों का योग निम्न सूत्र से ज्ञात करते हैं।

$$S_m = \frac{m}{2}\ [2a + (m-1)\,d], \text{ एवं}$$

$$S_n = \frac{n}{2}\ [2a + (n-1)\,d]$$

तब,

$$\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{m}{2}[2a + (m-1)d]}{\frac{n}{2}[2a + (n-1)d]} = \frac{m^2}{n^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2a + (m-1)d}{2a + (n-1)d} = \frac{m}{n}$$

$\Rightarrow$ [2a + (m – 1) d] n = {2a + (n – 1) d} m

$\Rightarrow$ 2a (n – m) = d {(n – 1) m – (m – 1) n}

$\Rightarrow$ 2a (n – m) = d (n – m)

$\Rightarrow$ d = 2a

अब, $\frac{T_m}{T_n} = \frac{a + (m-1)d}{a + (n-1)d}$

$$= \frac{a + (m-1)2a}{a + (n-1)2a} = \frac{2m-1}{2n-1}$$

**Ex.30** यदि 1/2 व 3 के मध्य 4 समान्तर माध्य प्रविष्ट किये जाये, तो तीसरा समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

**Sol.** यहाँ $d = \frac{3 - \frac{1}{2}}{4+1} = \frac{1}{2}$

$\therefore\ A_3 = a + 3d \Rightarrow \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{2} = 2$

**Ex.31** 2 तथा 38 के मध्य n समान्तर माध्य प्रविष्ट किये जाते हैं। यदि तीसरा समान्तर माध्य 14 हो तो n का मान ज्ञात कीजिए।

**Sol.** यहाँ 2 + 3d = 14

$\Rightarrow$ d = 4

$\therefore\ 4 = \frac{38-2}{n+1}$

$\Rightarrow$ 4n + 4 = 36 $\Rightarrow$ n = 8

**Ex.32** चार संख्याऐं स.श्रे. में है। यदि उनका योग 20 हो तथा उनके वर्गो का योग 120 हो तो मध्य पद ज्ञात कीजिए।

**Sol.** माना कि संख्याऐं a – 3d, a – d, a + d, a + 3d

दिया है कि a – 3d + a – d + a + d + a + 3d = 20

$\Rightarrow$ 4a = 20 $\Rightarrow$ a = 5

एवं $(a-3d)^2 + (a-d)^2 + (a+d)^2 + (a+3d)^2 = 120$

$4a^2 + 20\,d^2 = 120$

$4 \times 5^2 + 20\,d^2 = 120$

$d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm 1$

अतः संख्याऐं 2, 4, 6, 8 है।

**Ex.33** उस समान्तर श्रेणी का सार्वअन्तर ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम पद 5 है तथा इसके प्रथम चार पदों का योग अगले चार पदों के योग के आधे के तुल्य है।

**Sol.** प्रश्नानुसार

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{1}{2}(a_5 + a_6 + a_7 + a_8)$$

$\Rightarrow\ 2[a_1 + a_2 + a_3 + a_4] = a_5 + a_6 + a_7 + a_8$

$\Rightarrow\ 2[a_1 + a_2 + a_3 + a_4] + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$

$= [a_1 + a_2 + a_3 + a_4] + (a_5 + a_6 + a_7 + a_8)$

(दोनों तरफ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ जोड़ने पर)

$\Rightarrow\ 3(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = a_1 + .... + a_8$

$\Rightarrow \quad 3S_4 = S_8$

$\Rightarrow \quad 3\left[\frac{4}{2}(2\times5+(4-1)\ d\right] = \left[\frac{8}{2}(2\times5+(8-1)\ d\right]$

$\Rightarrow \quad 3[10 + 3d] = 2[10 + 7d]$

$\Rightarrow \quad 30 + 9d = 20 + 14d$

$\Rightarrow \quad 5d = 10 \quad \Rightarrow d = 2$

**Ex.34** यदि एक स.श्रे. का nवाँ पद (2n + 1) हो, तो इसके पहले तीन पदों का योग ज्ञात कीजिए।

**Sol.** $\because a_n = 2n + 1$

$a_1 = 2(1) + 1 = 3$

$a_2 = 2(2) + 1 = 5$

$a_3 = 2(3) + 1 = 7$

$\therefore \ a_1 + a_2 + a_3 = 3 + 5 + 7 = 15$

**Ex.35** श्रेणीक्रम $20, 19\frac{1}{4}, 18\frac{1}{2}, 17\frac{3}{4}, \ldots\ldots$ का कौनसा पद, पहला ऋणात्मक पद है ?

**Sol.** दी गई श्रेणीक्रम समान्तर श्रेणी है, जिसका प्रथम पद $a = 20$ है तथा सार्वअन्तर $d = -\frac{3}{4}$ है।

मानलो कि $a_n$ पहला ऋणात्मक पद है

तब $a_n < 0$

$\Rightarrow a + (n-1)\ d < 0$

$\Rightarrow 20 + (n-1)\left(-\frac{3}{4}\right) < 0$

$\Rightarrow 20 < (n-1)\ \frac{3}{4}$

$\Rightarrow 80 < 3\ (n-1)$

$\Rightarrow 80 < 3n - 3$

$\Rightarrow 83 < 3n$

$\Rightarrow n > \frac{83}{3}$

या $n > 27\frac{2}{3}$

$\because$ 28 वह प्राकृत संख्या है, जो $27\frac{2}{3}$ से बड़ी है।

$\therefore n = 28$

# याद रखने योग्य महत्त्वपूर्ण बिन्दु

**1.** संख्याओं का क्रम जो कुछ निश्चित नियम के अनुसार व्यवस्थित हो, को ''श्रेणीक्रम'' कहते हैं।

**उदाहरण के लिए :**

(a) 3, 7, 11, 15 .........

(b) 2, 4, 8, 16 ........

**2.** श्रेणी की प्रत्येक संख्या, श्रेणी का पद कहलाता है । एक श्रेणी परिमित या अपरिमित कहलाती है यदि उनके पदों की संख्या परिमित या अपरिमित हो।

**3.** यदि श्रेणीक्रम के पद योग चिन्ह (+) से जुड़े हुए हों तो हमें एक श्रेणी प्राप्त होती है।

**उदाहरण के लिए :**

3 + 7 + 11 + 15 + .....

**4.** यदि एक श्रेणी के पदों में आंकिक मान में अचर वृद्धि या कमी होती है, तो इस श्रेणी को हम "श्रेढ़ी" बोलते हैं।

**5.** एक श्रेणी, समान्तर श्रेणी कहलाती है यदि प्रथम पद के बाद वाला प्रत्येक पद व आगे वाले पद का अन्तर एक समान अचर हो, तब अचर अन्तर को सार्वअन्तर कहते हैं।

**उदाहरण के लिए : -**

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ........ एक स. श्रे. है, जिसका सार्वअन्तर 2 है

**6.** समान्तर श्रेणी का व्यापक पद

$a + (n-1)d = a_n$

**7.** स.श्रे. के n पदों का योग

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right] = \frac{n}{2}(a + a_n)$$

**8.** nवाँ पद $(a_n)$ = n पदों का योग – (n–1) पदों का योग

अर्थात् $a_n = S_n - S_{n-1}$

**9.** nवाँ पद 'n' में रखीय होता है तथा d = n का गुणांक

**10.** यदि n पदों का योग 'n' में द्विघात हो तब d = n के गुणांक का दुगुना

**11.** $S_1 = a$ = (स.श्रे. का पहला पद)

$S_2$ = दो पदों का योग

**12.** अनन्त पदों का योग $= \begin{cases} \infty \text{ यदि } d > 0 \\ -\infty \text{ यदि } d < 0 \end{cases}$