गति

1
अध्याय

सूची

- परिचय
- गति के प्रकार
- गति को परिभाषित करने के लिए प्रयुक्त पद
- गति की समीकरणें
- गुरूत्व के अधीन मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु
- गुरूत्व के अधीन गति
- गति से सम्बन्धित विभिन्न आरेख
- वृत्तीय गति

➢ परिचय

जब कोई वस्तु समय के साथ अपनी स्थिति नहीं बदलती है तो हम कहते है कि वस्तु विराम पर है जबकि यदि वस्तु समय के साथ अपनी स्थिति बदलती है तो वह गति में कही जाती है।

◈ कोई बिम्ब, बिन्दु बिम्ब कहलाता है यदि इसकी स्थिति में परिवर्तन उसके आकार से बहुत अधिक है।

◈ जिस बिन्दु या स्थिर वस्तु के सापेक्ष कोई वस्तु अपनी स्थिति रखती या बदलती है, उसे मूल बिन्दु सन्दर्भ बिन्दु कहते हैं।

➢ गति के प्रकार

◈ दिशा के अनुसार

◆ **एक विमीय गति,** सरल रेखा के अनुदिश गति कर रहे एक कण की गति है।

◆ **द्विविमीय गति** एक तल में एक वक्रित पथ के अनुदिश गतिमान एक कण 2-विमीय गति रखता है।

◆ **त्रि-विमीय गति** आकाश में यादृश्च रूप से गतिमान कण 3-विमीय गति रखता है।

◈ गति की अवस्था के अनुसार

एकसमान गति -

◆ एक वस्तु एकसमान गति की अवस्था में कही जाती है यदि यह समान समयान्तराल में समान दूरी तय करती है।

◆ यदि समय–दूरी आरेख एक सरल रेखा है तो गति एकसमान गति कहलाती है।

असमान गति –

◆ एक वस्तु असमान गति रखती है यदि यह समान समयान्तराल में असमान दूरी तय करती है।

उदा. मुक्त रूप से गिरती एक वस्तु

◆ असमान गति वाली एक वस्तु के लिये समय–दूरी आरेख एक वक्रित रेखा होता है।

➢ गति को परिभाषित करने के लिए प्रयुक्त पद

(i) दूरी तथा विस्थापन

(ii) चाल तथा वेग

(iii) त्वरण

(i) दूरी तथा विस्थापन

◆ कण की प्रारम्भिक व अन्तिम स्थितियों के मध्य पथ की लम्बाई कण द्वारा तय **दूरी** को बताती है।

◆ उस समयान्तराल के दौरान एक वस्तु की प्रारम्भिक व अन्तिम स्थितियों के मध्य न्यूनतम दूरी **विस्थापन** कहलाती है

◆ दूरी तथा विस्थापन दोनों M.K.S. पद्धति में मीटर में मापे जाते हैं।

दूरी व विस्थापन के मध्य अन्तर :

◆ तय दूरी एक अदिश राशि है जबकि विस्थापन एक सदिश राशि है

◆ एक वस्तु उसी सरल रेखा में समान दिशा में लगातार गति करती है तो विस्थापन तय की गई दूरी के बराबर होगा। लेकिन यदि वस्तु गति करते हुये अपनी दिशा परिवर्तित करती है तो विस्थापन तय की गई दूरी की अपेक्षा कम होता है।

विस्थापन $\le$ दूरी

◆ किसी भी समयान्तरल में विस्थापन शून्य, धनात्मक या ऋणात्मक हो सकता है। जबकि दूरी ऋणात्मक नहीं हो सकती है।

Ex.1 एक व्यक्ति पूर्व की ओर 5 m दूरी चलता है, फिर 4 m उत्तर की ओर तथा फिर 2 m पश्चिम की ओर चलता है।

(i) तय कुल दूरी की गणना कीजिये।

(ii) परिणामी विस्थापन की गणना कीजिए।

Sol. (i) व्यक्ति द्वारा कुल तय दूरी

$= 5\text{ m} + 4\text{ m} + 2\text{ m} = 11\text{ m}$

(ii) परिणामी विस्थापन की गणना करने के लिये, हम एक सुविधाजनक पैमाना चुनते है, जहाँ 1 cm, 1 m को व्यक्त करता है। हम पूर्व की ओर एक 5 cm लम्बी रेखा AB खींचते है और तब 4 cm लम्बी रेखा BC उत्तर की ओर खींचते है। अन्त में, पश्चिम की ओर 2 cm लम्बी रेखा CD खींचते है। परिणामी विस्थापन प्रारम्भिक स्थिति A को अन्तिम स्थिति D से जोड़कर परिकलित किया जाता है। हम मापते है

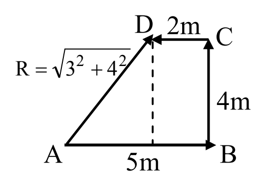
AD = 5 cm

जहाँ 1 cm = 1 m

$\therefore$ 5 cm = 5 m

इस प्रकार, व्यक्ति का विस्थापन

= 5m AD के अनुदिश

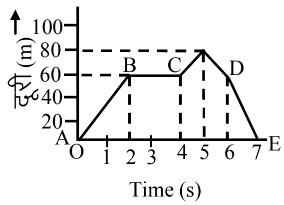


Ex.2 एक वस्तु एक सरल रेखा में गतिमान है। मूल बिन्दु से इसकी दूरियों को चित्र A, B, C, D तथा E में समय के साथ दर्शाया गया है जो इसकी गति के विभिन्न भागों को दर्शाता है। निम्न को ज्ञात कीजिए।

(i) प्रथम 2 सेकण्डों में वस्तु का विस्थापन

(ii) 7 सेकण्डों में तय कुल दूरी

(iii) 7 सेकण्डों में विस्थापन



विस्थापन-समय आरेख

Sol. (i) प्रथम 2s में वस्तु का विस्थापन = 60m

(ii) t = 0 से t = 7 s तक, वस्तु ने मूल बिन्दु से 80 m की दूरी तय की तथा यह पुनः मूल बिन्दु पर आ गई। इसलिये, तय कुल दूरी = 80 × 2 = 160 m

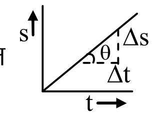
(iii) जब वस्तु अपनी प्रारम्भिक स्थिति पर वापस आ जाती है तो विस्थापन शून्य होता है।

(ii) चाल तथा वेग

- ◆ इकाई समयान्तराल में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी उसकी **चाल** कहलाती हैं। जब वस्तु की स्थिति किसी विशेष दिशा में परिवर्तित होती है तो चाल को 'वेग' से दर्शाया जाता है। जैसे कि वस्तु के विस्थापन में परिवर्तन की दर इसका **वेग** कहलाती है।
- ◆ चाल एक अदिश राशि है जबकि वेग एक सदिश राशि है।
- ◆ चाल = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$
- ◆ वेग = $\frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}$
- ◆ मात्रक : M.K.S. पद्धति में = ms^{-1}

  C.G.S. पद्धति में = cms^{-1}
- ◆ यदि समय–दूरी आरेख एक सरल रेखा है, तो चाल रेखा के ढ़ाल द्वारा दी जा सकती है जैसे

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{ढ़ाल}$$



- ◆ वेग–समय आरेख का क्षेत्रफल तय विस्थापन को दर्शाता है।

चाल के प्रकार

(a) औसत तथा तात्क्षणिक चाल :

औसत चाल :

इसे तय कुल दूरी में कुल समयान्तराल का भाग लगाकर प्राप्त किया जाता है। जैसे –

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

- ◆ औसत चाल एक अदिश राशि है, जबकि औसत वेग एक सदिश राशि है।
- ◆ एक गतिमान वस्तु के लिये चाल कभी भी ऋणात्मक या शून्य नहीं हो सकती (जब तक कि $t \to \infty$ न हो), जबकि औसत वेग हो सकता है जैसे

  $v_{av} > 0$ जबकि $\vec{v}_{av} > =$ या < 0
- ◆ सामान्य रूप से औसत चाल औसत वेग के बराबर नहीं होती है। ऐसा तभी हो सकता है जब गति बिना दिशा में परिवर्तन के एक सरल रेखा में हो।
- ◆ यदि एक कण v_1, v_2, v_3 चालों से क्रमशः L_1, L_2, L_3 दूरियां तय करता है, तो

$$v_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{L_1 + L_2 + ... + L_n}{\frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} + ... + \frac{L_n}{v_n}} = \frac{\sum Li}{\sum \frac{L_i}{v_i}}$$

◆ यदि एक कण t_1, t_2 आदि समयान्तराल के लिये क्रमशः v_1, v_2 आदि चालों से गति करता है, तो

$$v_{av} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + ...}{t_1 + t_2 + ...} = \frac{\sum v_1 t_1}{\sum t_1}$$

तात्क्षणिक चाल :

समय के किसी विशेष क्षण पर एक वस्तु की चाल इसकी तात्क्षणिक चाल कहलाती है जैसे –

तात्क्षणिक चाल

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

(b) एकसमान तथा असमान चाल :

एकसमान चाल : यदि समान समय अन्तराल में कोई वस्तु समान दूरी तय करती है तब वस्तु का समय–चाल आरेख समय अक्ष के समान्तर एक सरल रेखा है, तो वस्तु एकसमान चाल से गतिमान है।

असमान चाल :

यदि वस्तु की चाल समय के साथ बदल रही है तो यह असमान चाल से गतिमान होती है।

Ex.3 दो बिन्दुओं A व B के मध्य दूरी 100 m है। एक व्यक्ति 20 m/s की चाल से A से B तक तथा 25 m/s की चाल से B से A तक गति करता है। औसत चाल तथा औसत वेग की गणना कीजिये।

Sol. (i) A से B तक की दूरी = 100 m

B से A तक की दूरी = 100 m

इस प्रकार, कुल दूरी = 200 m

A से B तक जाने में लगा समय दिया जाता है

$$t_1 = \frac{\text{दूरी}}{\text{वेग}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ सैकण्ड}$$

B से A तक जाने में लगा समय दिया जाता है

$$t_2 = \frac{\text{दूरी}}{\text{वेग}} = \frac{100}{25} = 4 \text{ सेकण्ड}$$

लिया गया कुल समय = $t_1 + t_2 = 5 + 4 = 9$ सेकण्ड

∴ व्यक्ति की औसत चाल

$$= \frac{\text{तय की गई कुल दूरी}}{\text{लिया गया कुल समय}} = \frac{200}{9} \text{ m/s} = 22.2 \text{ m/s}$$

(ii) जब व्यक्ति प्रारम्भिक स्थिति A से वापस लौटता है तो विस्थापन शून्य होगा, परिणामस्वरूप औसत वेग भी शून्य होगा।

Ex.4 एक कार प्रथम घंटे के लिये 40 किमी/घंण्टा की चाल से गति करती है, फिर अगले आधे घंटे के लिये 60 किमी/घंटा की चाल से तथा अन्त में अगले $1\frac{1}{2}$ घंटे के लिये 30 किमी/घंटा की चाल से गति करती है। कार की औसत चाल की गणना कीजिये।

Sol. प्रथम घंटे में तय दूरी दी जाती है

s_1 = चाल × समय = 40 km/hr × 1 hr = 40 km

अगले आधे घंटे में तय दूरी दी जाती है

s_2 = चाल × समय = 60 km/hr × $\frac{1}{2}$ hr = 30 km

अन्तिम $1\frac{1}{2}$ घंटे में तय दूरी दी जाती है

s_3 = चाल × समय = 30 km/hr × $\frac{3}{2}$ घंटा = 45 किमी

इसी प्रकार, तय कुल दूरी = $s_1 + s_2 + s_3$

= 40 + 30 + 45 = 115 किमी

लिया गया कुल समय = $1 + \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$ = 3 घंटे

∴ औसत चाल =

$$\frac{\text{तय कुल दूरी}}{\text{लिया गया कुल समय}} = \frac{115\text{किमी}}{3\text{घंटे}}$$

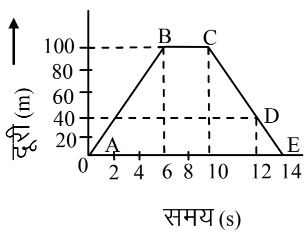
= 38.33 किमी/घंटा

Ex.5 चित्र एक वस्तु के समय–दूरी आरेख को दर्शाता है। निम्न की गणना कीजिये :

(i) आरेख का कौनसा भाग ये दर्शाता है कि वस्तु विराम पर है ?

(ii) प्रथम 10 s में औसत चाल

(iii) गति के भिन्न भागों में चाल



दूरी-समय आरेख

Sol. (i) भाग BC दर्शाता कि वस्तु विराम पर है

(ii) प्रथम 10 सेकण्ड में, तय दूरी = 100m

∴ इसी प्रकार औसत चाल = $\frac{\text{तय दूरी}}{\text{लिया गया समय}}$

$= \frac{100}{10} = 10$ m/s

(iii) भाग AB में वस्तु की चाल दी जाती है

$= \frac{100}{6} = 50/3$ m/s

भाग BC में वस्तु की चाल = 0 m/s

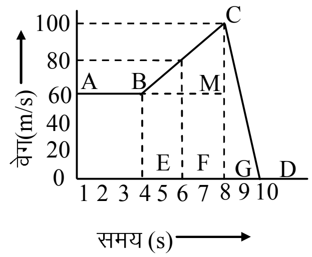
भाग CD में वस्तु की चाल

$= \frac{100-40}{12-10} = \frac{60}{2} = 30$ m/s

भाग DE में वस्तु की चाल

$= \frac{40-0}{14-12} = \frac{40}{2} = 20$m/s

Ex.6 एक कण का समय–वेग आरेख चित्र में दर्शाया गया है- प्रथम 8 सेकण्डों में तय की गई दूरी ज्ञात करो।



Sol. प्रथम 8 सेकण्डों में तय की दूरी क्षेत्रफल OABCG द्वारा दी जाती है।

= आयत OAMG का क्षेत्रफल

+ त्रिभुज BMC का क्षेत्रफल

$= 8 \times 60 + \frac{1}{2} \times 4 \times 40 = 480 + 80 = 560$ m.

(iii) त्वरण

◆ वेग में परिवर्तन की दर त्वरण कहलाती है। यह एक सदिश राशि है।

जैसे $a = \frac{v-u}{t}$

◆ त्वरण का मात्रक = m/s^2 या ms^{-2}

त्वरण के प्रकार

◆ **एकसमान तथा असमान त्वरण**

एकसमान त्वरण

यदि एक वस्तु एक सरल रेखा में गति करती है तथा इसका वेग समान समयान्तराल में समान रूप से बढ़ता है तो यह एकसमान त्वरण की अवस्था में कही जाती है। जैसे – मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु की गति

असमान त्वरण

कोई वस्तु असमान त्वरण रखती है यदि इसका वेग समान समयान्तराल में असमान रूप से बढ़ता है।

तात्क्षणिक त्वरण :

किसी क्षण पर एक वस्तु का त्वरण इसका तात्क्षणिक त्वरण कहलाता है।

◆ यदि वस्तु का वेग घटता है तो यह ऋणात्मक त्वरण अनुभव करेगी जो मंदन कहलाता है।

◈ **त्वरण समय-वेग आरेख के ढाल द्वारा ज्ञात किया जाता है।**

$$\tan\theta = \frac{dv}{dt}$$

(i) यदि समय वेग आरेख एक सरल रेखा है, तो त्वरण नियत रहता है।

(ii) यदि सरल रेखा का ढाल धनात्मक है, तो धनात्मक त्वरण प्राप्त होता है।

(iii) यदि सरल रेखा का ढ़ाल ऋणात्मक है, तो ऋणात्मक त्वरण का मंदन प्राप्त होता है।

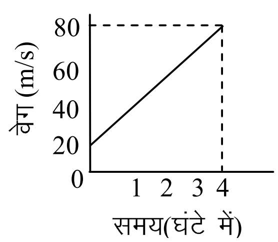
Ex.7 एक वस्तु का समय-वेग आरेख चित्र में प्रदर्शित है। इसका त्वरण m/s^2 में ज्ञात कीजिये।

Sol. जैसा चित्र से स्पष्ट है,

t = 0 s पर, v = 20 m/s

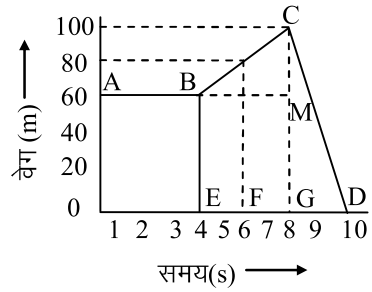
t = 4 s पर, v = 80 m/s

$\therefore$ त्वरण, a = $\frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समयान्तराल}}$



$$= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(80-20)\,m/s}{(4-0)} = 15 m/s^2$$

Ex.8 एक कण का समय-वेग आरेख चित्र में प्रदर्शित हैं। निम्न अन्तरलों पर इसका तात्क्षणिक वेग ज्ञात कीजिये।



(i) t = 3s पर

(ii) t = 6s पर

(iii) t = 9s पर

Sol. (i) t = 3s पर तात्क्षणिक त्वरण दिया जाता है

a = AB रेखा का ढाल = शून्य

(ii) t = 6 s पर तात्क्षणिक त्वरण दिया जाता है

a = रेखा का ढाल

$$BC = \frac{CM}{BM} = \frac{100-60}{8-4} = -10\ m/s^2$$

(iii) t = 9 s पर तात्क्षणिक त्वरण दिया जाता है,

$$a = \text{CD रेखा का ढाल} = \frac{0-100}{10-8} = -50\ m/s^2$$

Ex.9 विराम से प्रारम्भ करके दीपक 30 सेकण्ड में 6 m/s का वेग अर्जित करने के लिये अपनी साईकिल के पैडल मारता है फिर वह इस प्रकार ब्रेक लगाता है कि अगले 5 सेकण्डों में साईकिल 4 m/s हो जाये। दोनों स्थितियों में साईकिल के त्वरण की गणना कीजिये। दोनों स्थितियों में साईकिल के त्वरण की गणना कीजिये।

Sol. (i) प्रारम्भिक वेग, u = 0, अन्तिम वेग, v = 6 m/s, समय, t = 30 s

समी v = u + at का प्रयोग करते हुये हम पाते है

$$a = \frac{v-u}{t}$$

u, v व t के दिये गये मानों को उपरोक्त समीकरण में रखने पर हम पाते है

$$a = \frac{6-0}{30} = 0.2\ m/s^2;$$

जो धनात्मक त्वरण है

(ii) प्रारम्भिक वेग, u = 6 m/s, अन्तिम वेग, v = 4 m/s, समय, t = 5 s, तब

$a = \frac{v-u}{t} = \frac{4-6}{5} = -0.4\ m/s^2$;

जो कि मंदन है

नोट : स्थिति (i) का त्वरण धनात्मक है तथा स्थिति (ii) का ऋणामक है।

➢ गति की समीकरणें

◈ एकसमान त्वरण के अन्तर्गत गति

(a) गति की प्रथम समीकरण

एक वस्तु पर विचार कीजिये जिसका प्रारम्भिक वेग 'u' है। मानाकि यह एक एकसमान त्वरण 'a' से गतिशील है जिससे 't' समय पश्चात् इसका अन्तिम वेग 'v' हो जाता है। अब हमें पता है,

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

या $\mathbf{v = u + at}$ .....(i)

(b) गति की द्वितीय समीकरण

माना एक वस्तु का प्रारम्भिक वेग 'u' तथा 't' समय के लिये एकसमान त्वरण 'a' है जिससे इसका अन्तिम वेग 'v' हो जाता है। समय 't' में गतिशील वस्तु द्वारा तय दूरी 's' है तो औसत वेग

= (v + u)/2.

तय दूरी = औसत वेग × समय

$$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t \Rightarrow s = \left(\frac{u+u+at}{2}\right)t \text{ (as } v = u + at)$$

$$s = \left(\frac{2u+at}{2}\right)t \Rightarrow s = \frac{2ut+at^2}{2}$$

$$\mathbf{s = ut + \frac{1}{2}at^2} \quad ......(ii)$$

(c) गति की तृतीय समीकरण

तय दूरी = औसत वेग × समय

$$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t \quad ......(iii)$$

समीकरण (i) से $t = \frac{v-u}{a}$

t का मान समीकरण (iii) में रखने पर,

हम पाते है $s = \left(\frac{v-u}{a}\right) \left(\frac{v+u}{2}\right)$

$$s = \left(\frac{v^2-u^2}{2a}\right)$$

$\Rightarrow 2as = v^2 - u^2$ या $\mathbf{v^2 = u^2 + 2as}$....(iv)

- ◆ गुरूत्व के अधीन गति की समीकरण त्वरण को गुरूत्वीय त्वरण से विस्थापित करके प्राप्त की जा सकती है तथा निम्न प्रकार लिखी जा सकती है :
- ◆ जब वस्तु पृथ्वी के केन्द्र की ओर जाती है :

(a) $v = u + gt$ **(b)** $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

(c) $v^2 = u^2 + 2gh$

- ◆ जब एक वस्तु को कुछ प्रारम्भिक वेग से ऊपर की ओर फेंका जाता है, तो पृथ्वी के आकर्षण के कारण एक मंदन उत्पन्न होता है। गति की समीकरणों में (–g) द्वारा विस्थापित कर दिया जाता है और इस प्रकार समीकरणें बन जाती है।

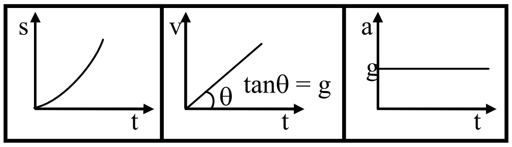
(a) $v = u - gt$ **(b)** $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

(c) $v^2 = u^2 - 2gh$

➢ गुरूत्व के अधीन मुक्त रूप में गिरती हुई वस्तु

मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु के लिये u = 0 मानते हुये :

t दिया हुआ है।	h दिया हुआ है।	v दिया हुआ है।
$v = gt$ $h = \frac{1}{2}gt^2$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $v = \sqrt{2gh}$	$t = \frac{v}{g}$ $h = \frac{v^2}{2g}$



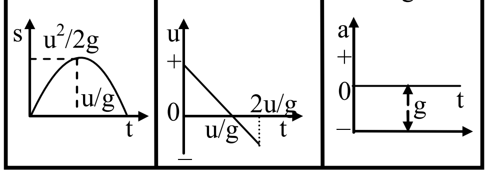
◆ **वस्तु को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है :**

प्रारम्भिक स्थिति मूल बिन्दु पर तथा गति की दिशा (जो कि ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है) धनात्मक लेते हुये

(a) उच्चतम बिन्दु पर $v = 0$

(b) $a = -g$

t दिया हुआ है	h दिया हुआ है	u दिया हुआ है
$u = gt$ $h = \frac{1}{2}gt^2$	$t = \sqrt{2h/g}$ $u = \sqrt{2gh}$	$t = \frac{u}{g}$ $h = \frac{u^2}{2g}$



◆ गुरुत्व के अधीन गति की स्थिति में यह स्पष्ट है

(a) समान दूरी के लिये ऊपर जाने में लिया गया समय नीचे गिरने में लिये गये समय के बराबर होता है।

(b) वह चाल जिससे एक वस्तु को ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है उस चाल के बराबर होती है जिससे यह पुनः प्रक्षेपण बिन्दु पर आती है।

(c) वस्तु उसी चाल से पुनः प्रारम्भिक बिन्दु पर लौटती है जिससे इसे फेंका गया था।

Ex.10 एक वस्तु 50 m/s के प्रारम्भिक वेग तथा 20 m/s^2 के त्वरण से गति करना प्रारम्भ करती है। यह 4s में कितनी दूरी तय करेगी ? इस समयान्तराल के दौरान इसकी औसत चाल की गणना कीजिये।

Sol. दिया गया है : $u = 50$ m/s, $a = 20$ m/s^2, $t = 4s$, $s = ?$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = 50 \times 4 + \frac{1}{2} \times 20 \times (4)^2$

$= 200 + 160 = 360$ m

इस समयान्तराल के दौरान औसत चाल,

$\overline{V} = \frac{\text{तय दूरी}}{\text{समयान्तराल}} = \frac{360}{4}$ 90 m/s

Ex.11 एक वस्तु 20 m/s की चाल से गतिमान है। कोई निश्चित बल आरोपित करने पर 4 m/s^2 का त्वरण उत्पन्न होता है। कितने समय पश्चात् इसका वेग 80 m/s होगा ?

Sol. दिया गया है : $u = 20$ m/s, $a = 4$ m/s^2, $v = 80$ m/s, $t = ?$

समीकरण, $v = u + at$, का प्रयोग करने पर हम पाते है

$80 = 20 + 4 \times t$

या $4t = 80 - 20 = 60$

या $t = 15$ s

इस प्रकार 15 सेकण्ड पश्चात् वस्तु का वेग 80 m/s होगा।

Ex.12 एक वस्तु विराम से प्रारम्भ करते हुये एक नियत त्वरण से गति करती है। यह प्रथम 10 s में दूरी s_1 तय करती है। तथा अगले 10 s में दूरी s_2 तय करती है। s_1 व s_2 के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिये।

Sol. दिया गया है : $u = 0$, $t_1 = 10$ s

∴ प्रथम 10 सेकण्ड में चली गई दूरी दी जाती है

$s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times (10)^2$

$= 50a$ ...(1)

अगले 10s में चली गई दूरी का गणना करने के लिये, हम पहले 20 s में चली गई दूरी की गणना करते है तथा फिर प्रथम 10 s में चली गई दूरी घटाते है।

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times (20)^2$$

$$= 200a \qquad ...(2)$$

∴ 10th सेकण्ड समयान्तराल में तय दूरी,

$$s_2 = s - s_1 = 200a - 50a \qquad ...(3)$$

या $s_2 = 150a$

अब, $\frac{s_2}{s_1} = \frac{150a}{50a} = \frac{3}{1}$

या $s_2 = 3s_1$

Ex.13 एक ट्रेन 400 m/s के वेग से गतिमान है। ब्रेक लगाने के साथ ही 10 m/s^2 का मंदन उत्पन्न होता है। निम्न की गणना कीजिये:

(i) यह कितने समय पश्चात् रूकेगी ?

(ii) यह रूकने से पहले कितनी दूरी तय करेगी?

Sol. (i) दिया गया है: u = 400 m/s, a = –10 m/s^2, v = 0, t = ?

समी, v = u + at का प्रयोग करने पर हम पाते है

$$0 = 400 + (-10) \times t$$

या $t = 40$ s

(ii) तय दूरी की गणना करने के लिये, हम समीकरण $v^2 = u^2 + 2as$, का प्रयोग करते है,

हम पाते है कि

$$(0)^2 = (400)^2 + 2 \times (-10) \times s$$

या $20s = 400 \times 400$

या $s = 8000$ m = 8 km

Ex.14 एक वस्तु 19.6 m/s के प्रारम्भिक वेग से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी जाती है। यदि g = –9.8 m/s^2 है तो निम्न की गणना कीजिये:

(i) वस्तु द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई

(ii) कितने समय पश्चात् यह धरातल पर वापस लौटेगी?

Sol.(i) दिया गया है: u = 19.6 m/s, g = –9.8 m/s^2, v = 0, h = ?

समी. $v^2 = u^2 + 2gh$ का प्रयोग करने पर हम पाते है कि,

$$(0)^2 = (19.6)^2 + 2(-9.8) \times h$$

या $h = \frac{19.6 \times 19.6}{2 \times 9.8} = 19.6$ m

(ii) अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में लिये गये समय को समीकरण, v = u + gt से ज्ञात किया जा सकता है

या $0 = 19.6 + (-9.8) \times t$

या $t = 2s$

समान समय में, यह वापिस अपनी प्रारम्भिक स्थिति पर लौट आयेगी।

∴ कुल समय = 2 × 2 = 4s

Ex.15 490 m ऊँचे टॉवर के शीर्ष से एक चट्टान 100 m/s के वेग से क्षैतिज में फेंकी जाती है। चट्टान टॉवर के तल से कितनी दूरी पर धरातल से टकरायेगी ?

Sol. हम जानते है कि क्षैतिज गति व उर्ध्व गति एक-दूसरे से स्वतन्त्र होती है। उर्ध्व गति के लिये, हम u = 0 रखते हैं,

h = 490 m, g = 9.8 m/s^2, t = ?

समीकरण, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ का प्रयोग करने पर हम पाते है कि

$$490 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

या $t^2 = \frac{490}{4.9} = 100$

या $t = 10$ s

∴ यह धरातल पर पहुँचने में 10 सेकण्ड लेती है।

अब, क्षैतिज दूरी = क्षैतिज वेग × समय

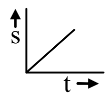
= 100 m/s × 10 s = 1000 m

∴ चट्टान टॉवर के तल से 100 m की दूरी पर धरातल से टकरायेगी।

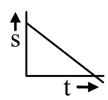
➢ गति से सम्बन्धित विभिन्न आरेख

◈ विस्थापन-समय आरेख :

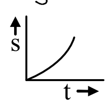
◆ s-t आरेख में समय अक्ष की ओर झुकी सरल रेखा नियत वेग को प्रदर्शित करती है.



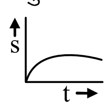
◆ s-t आरेख में 90º से अधिक के कोण पर समय अक्ष की ओर झुकी सरल रेखा ऋणात्मक वेग को दर्शाती है।



◆ वस्तु की त्वरित गति

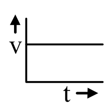


◆ वस्तु की मंदित गति

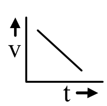


◈ वेग-समय आरेख :

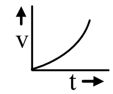
◆ नियत वेग या शून्य त्वरण वाली वस्तु के लिये



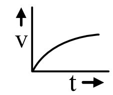
◆ वस्तु नियत मंदन से गतिमान है तथा इसका प्रारम्भिक वेग शून्य नहीं है



◆ वस्तु त्वरित होती है तथा प्रारम्भिक वेग शून्य है

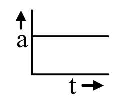


◆ वस्तु मंदित होती है

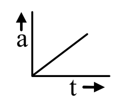


◈ त्वरण-समय आरेख :

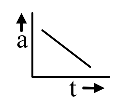
◆ त्वरण नियत है



◆ त्वरण बढ़ रहा है तथा धनात्मक है



◆ त्वरण घट रहा है तथा ऋणात्मक है

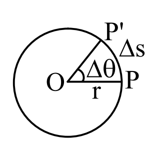


➢ वृत्तीय गति

जब कोई वस्तु इस प्रकार गति करती है कि किसी दृढ़ बिन्दु से इसकी दूरी सदा नियत रहती है, तो यह गति वृत्तीय गति कहलाती है।

◈ समान वृत्तीय गति :

◆ यदि त्रिज्य सदिश समान समय में समान कोण काटता है तो यह एकसमान वृत्तीय गति कहलाती है।



◆ एकसमान वृत्तीय गति में चाल नियत रहती है

◆ रेखीय वेग एक सदिश राशि होने के कारण इसकी दिशा लगातार बदलती रहती है।

◆ वेग की दिशा प्रत्येक बिन्दु पर स्पर्शज्या की ओर होती है।

◈ कोणीय वेग :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

◆ एक सदिश राशि है

◆ दिशा घूर्णन के तल के लम्बवत् होती है।

Note : यदि कण दक्षिणावर्त दिशा में घूर्णन कर रहा है तो कोणीय वेग की दिशा नीचे की ओर तल के लम्बवत् होती है। इसी तरह से वामावर्त दिशा की स्थिति में, दिशा ऊपर की ओर होगी।

◆ मात्रक रेडियन/सेकण्ड है।

◆ समान वृत्तीय गति में कोणीय वेग की दिशा घूर्णन के अक्ष के अनुदिश होती है जो पूर्ण रूप से नियत होती है।

◆ कोणीय वेग दिशा के साथ-साथ परिमाण में भी नियत होता है।

◆ $v = r\omega$ जहाँ r = वृत्त की त्रिज्या.

◈ अभिकेन्द्रीय त्वरण :

◆ एकसमान वृत्तीय गति में कण एक त्वरण अनुभव करता है जिसे अभिकेन्द्रीय त्वरण कहते है।

◆ $a_c = \frac{v^2}{r}$

◆ अभिकेन्द्रीय त्वरण की दिशा केन्द्र की ओर त्रिज्या के अनुदिश होती है।

◈ अभिकेन्द्रीय बल :

◆ यह सदा केन्द्र की ओर कार्य करता है।

◆ अभिकेन्द्रीय बल कण को एक वृत्त में गति करने करवाने के लिये आवश्यक है।

◆ क्योंकि F_c सदा वेग या विस्थापन के अभिलम्बवत् होता है इसलिये इस बल द्वारा किया गया कार्य सदा शून्य होता है।

◈ टिप्पणी :

◈ क्षैतिज तल में वृत्तीय गति सामान्यतया एकसमान वृत्तीय गति होती है।

◆ याद रखिये कि गति की समीकरणें वृत्तीय गति पर लागू नहीं होती है।

◈ आवर्तकाल :

◆ यह एक पूर्ण घूर्णन को पूरा करने में लगा समय है।

◆ एक घूर्णन में, अन्तरित कोण 2π होता है तथा यदि T आवर्तकाल है, तो कोणीय वेग दिया जाता है

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{or} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

◈ आवृत्ति :

◆ आवृत्ति को प्रति सेकण्ड घूर्णनों की संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है।

i.e. $n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

Ex.16 एक कण 2 m त्रिज्या के वृत्त में गति करता है तथा 10 सेकण्डों में 5 घूर्णन पूर्ण करता है। निम्न की गणना कीजिये:

(i) कोणीय वेग तथा

(ii) रेखीय वेग

Sol. जब, यह 10 सेकण्डों में 5 घूर्णन पूर्ण करता है तो

$\therefore$ आवर्तकाल = $\frac{10}{5} = 2s$

(i) अब कोणीय वेग, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s

(ii) रेखीय वेग दिया जाता है

$v = r\omega = 2\pi$

$\therefore$ $v = 2\pi$ m/s

Ex.17 घड़ी में सेकण्ड की सुई की लम्बाई 1.2 cm है। निम्न की गणना कीजिये:

(i) कोणीय वेग तथा

(ii) सुई की नोक का रेखीय वेग

Sol. (i) हमें पता है कि एक घड़ी में सेकण्ड की सुई 60 सेकण्डों में एक चक्र पूर्ण करती है।

$\therefore$ आवर्तकाल, T = 60 s

कोणीय वेग,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}$$

(ii) सुई की लम्बाई = 1.2 cm = वृत्त की त्रिज्या

सुई के शीर्ष का रेखीय वेग दिया जाता हैं -

$$v = r\omega = 1.2 \times \frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{25}$$

या $v = \frac{\pi}{2s} = 1.266 \times 10^{-1}$ cm/sec.

Ex.18 पृथ्वी 365 दिन में सूर्य के चारों ओर चक्कर पूर्ण करती है। इसका कोणीय वेग ज्ञात कीजिये।

Sol. आवर्तकाल,

T = 365 दिनक

= 365 × 24 × 60 × 60 सेकण्ड

$\therefore$ कोणीय वेग, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$= \frac{2\pi}{365 \times 24 \times 60 \times 60}$ रेडियन/सेकण्ड

$= 1.99 \times 10^{-7}$ rad/s.