रचनाएँ

6
CHAPTER

एक रेखा के लम्ब समद्विभाजक की रचना

❖ उदाहरण ❖

Ex.1 एक रेखा PQ = 8.4 सेमी खींचिए । इस रेखा का लंब समद्विभाजक खींचो ।

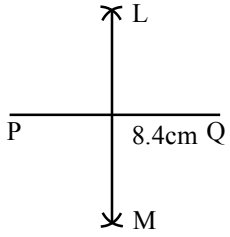
Sol. रचना के पद :

पद I : स्केल (पटरी) की सहायता से एक रेखाखण्ड PQ = 8.4 cm खींचा।

पद II : अब P को केन्द्र मानकर, PQ के आधी से अधिक लम्बाई की त्रिज्या के दो चाप PQ के दोनों ओर काटे ।

पद III : इसी प्रकार बिन्दु Q से भी इसी त्रिज्या के समान चाप काट कर बिन्दु L तथा M प्राप्त किए।

पद IV : अब L तथा M को मिलाने पर लंब समाद्विभाजक प्राप्त हुआ ।



दिए गए कोण के अर्धक की रचना

❖ उदाहरण ❖

Ex.2 चाँदे की सहायता से 78° माप का कोण बनाइए। इस कोण की सहायता से 39° का कोण बनाइए।

Sol. रचना के पद

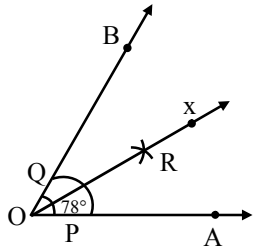
पद I : चित्रानुसार एक किरण OA खींचीं ।

पद II : चाँदे की सहायता से ∠AOB 78° बनाया।

पद III : बिन्दु O को केन्द्र मानकर भुजाओं OA व OB पर समान त्रिज्या के दो चाप क्रमशः P व Q काटे।

पद IV : अब बिन्दु P को केन्द्र मानकर, $\frac{1}{2}$ (PQ) से अधिक की त्रिज्या का चाप काटा ।

पद V : अब उपरोक्त के समान त्रिज्या लेकर बिन्दु Q से एक चाप काटने पर बिन्दु R प्राप्त हुआ ।



पद VI : बिन्दु O को R से मिलाते हुए आगे बढ़ाने पर किरण OX प्राप्त की।

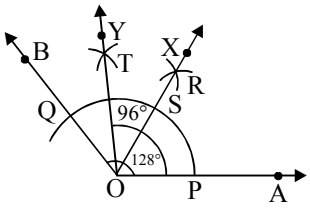
इस प्रकार ∠AOX का माप 39° है।

जाँच : मापने पर ∠AOX तथा ∠BOX के मान 39° प्राप्त हुए ।

∠AOX = ∠BOX = 39°.

Ex.3 चाँदे की सहायता से 128° माप का कोण बनाइए । इस कोण की सहायता से 96° का कोण बनाइए ।

Sol.



रचना के पद

पद I : चाँदे की सहायता से $\angle AOB = 128^\circ$ बनाया ।

पद II : बिन्दु O को केन्द्र मान कर उचित त्रिज्या का एक चाप काटा जो OA व OB किरणों को क्रमशः P व Q पर काटता है ।

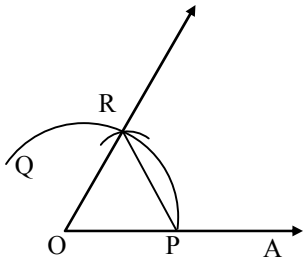
पद III : अब बिन्दु P को केन्द्र मानकर, $\frac{1}{2}$ (PQ) से अधिक की त्रिज्या का चाप काटा ।

पद IV : Q को केन्द्र मानकर तथा पद III के अनुसार समान त्रिज्या का एक दूसरा चाप काटा जो कि पहले वाले चाप को R प्रतिच्छेद करता है।

पद V : बिन्दु O को R से मिलाकर बढ़ाने से किरण OX प्राप्त हुई तथा $\angle AOX = \left(\frac{128^\circ}{2}\right) = 64^\circ$ प्राप्त हुआ ।

पद VI : अब बिन्दु S (जहाँ रेखा OX, चाप PQ को काटती है) को केन्द्र तथा $\frac{1}{2}$ (QS) से अधिक त्रिज्या लेकर एक चाप काटा ।

पद VII : अब बिन्दु Q को केन्द्र तथा उपरोक्त त्रिज्या का एक दूसरा चाप काटा जो पिछले चाप को T पर मिलता है।



पद VIII : O को T से मिलाकर किरण OY प्राप्त की।

$\therefore \angle XOY = \frac{1}{2}\angle XOB = \frac{1}{2}(64^\circ) = 32^\circ.$

$\therefore \angle AOT = \angle AOX + \angle XOY = 64^\circ + 32^\circ = 96^\circ$

इस प्रकार, $\angle AOY$ अभीष्ट कोण है ।

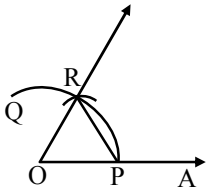
जाँच : $\angle AOX$, $\angle XOY$ तथा $\angle AOY$ को मापने पर $\angle AOY = 96^\circ$ प्राप्त हुआ ।

➢ कुछ व्यापक कोणों की रचना

परकार तथा पटरी की सहायता से 60°, 30°, 90°, 45° तथा 120° कोणों की रचना ।

(i) 60° के कोण की रचना

परकार तथा पटरी की सहायता से निम्न पदों के द्वारा कोण को बनाना :



पद के चरण

पद I : किरण OA बनाई।

पद II : केन्द्र O तथा किसी उचित त्रिज्या का चाप काटा जो OX को P पर काटता है ।

पद III : अब P को केन्द्र मानकर उपरोक्त के समान त्रिज्या लेकर PQ चाप को काटने पर बिन्दु R प्राप्त हुआ।

पद IV : बिन्दु O को R से मिलाकर एक किरण OB प्राप्त की ।

इस प्रकार $\angle AOB = 60^\circ$ प्राप्त हुआ ।

जाँच : उपरोक्त चित्र में बिन्दु P को R से मिलाया।

ΔOPR में,

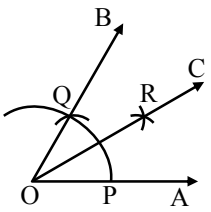
$OP = OR = PR$

$\Rightarrow$ ΔOPR एक समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow$ $\angle POR = 60^\circ$

$\Rightarrow$ $\angle AOB = 60^\circ$ $[\because \angle POR = \angle AOB]$

(ii) 30° के कोण की रचना



रचना के पद

पद I : कोण $\angle AOB = 60^\circ$ को उपरोक्त पदों से प्राप्त किया ।

पद II : O को केन्द्र तथा उचित त्रिज्या लेकर OA तथा OB पर चाप काटे तथा बिन्दु P व Q प्राप्त किए ।

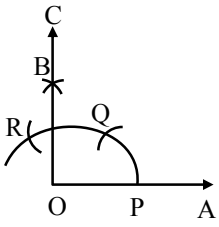
पद III : बिन्दु P को केन्द्र मानकर $\frac{1}{2}$(PQ), के समान त्रिज्या का एक चाप $\angle AOB$ के अन्दर काटा ।

पद IV : बिन्दु Q को केन्द्र तथा उपरोक्त के समान त्रिज्या लेकर एक अन्य चाप पद-III के चाप पर काटा जिससे बिन्दु R प्राप्त हुआ ।

पद V : बिन्दु O तथा R को मिलाकर बिन्दु C तक बढ़ाया।

पद VI : इस प्रकार $\angle AOC = 30^\circ$ प्राप्त हुआ ।

(iii) 90° के कोण की रचना



रचना के पद

पद I : किरण OA बनाइए ।

पद II : O को केन्द्र तथा उचित त्रिज्या लेकर एक चाप काटा जो OA को P पर काटता है।

पद III : P को केन्द्र तथा समान त्रिज्या का चाप पद II के चाप पर काटा। इससे बिन्दु Q प्राप्त हुआ ।

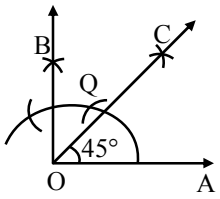
पद IV : बिन्दु Q को केन्द्र तथा उपरोक्त त्रिज्या के समान त्रिज्या लेकर एक चाप काटा जो पद 2 के चाप को R पर काटता है।

पद V : अब बिन्दु Q से समान त्रिज्या का चाप काटा ।

पद VI : बिन्दु R से भी समान त्रिज्या का चाप पद 5 के चाप को B पर काटता हो ।

पद VII : किरण OB खींचकर C तक बढ़ाया । $\angle AOC$ का मान 90° प्राप्त हुआ ।

(iv) 45° के कोण की रचना



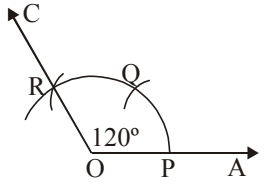
रचना के पद

पद I : $\angle AOB = 90^\circ$ को बनाइए । (विधि पूर्व में बताई गई द्वारा)

पद II : $\angle AOB$ का अधिक OC खींचिए ।

इस प्रकार $\angle AOC$ अभीष्ट कोण है।

(v) 120° के कोण की रचना



रचना के पद

पद I : किरण OA खींचिए ।

पद II : O को केन्द्र तथा उचित त्रिज्या लेकर एक चाप काटा जो OA को P पर काटता है।

पद III : P को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या का चाप, पद II के चाप पर काटने से बिन्दु Q प्राप्त हुआ ।

पद IV : Q को केन्द्र मानकर समान त्रिज्या का चाप, पद-II के चाप पर काटने से बिन्दु R प्राप्त हुआ।

पद V : अब O को R से मिलाकर C तक बढ़ाने से $\angle AOC$ प्राप्त हुआ जिसका माप 120° है।

➢ त्रिभुजों की रचना

(i) समबाहु त्रिभुज की रचना :

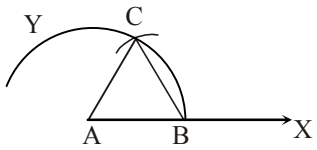
रचना के पद

पद I : आरम्भिक पद A से किरण AX खींचिए ।

पद II : A को केन्द्र मानकर तथा त्रिभुज की भुजा के समान त्रिज्या लेकर एक चाप BY खींचा जो AX को B पर काटता है।

पद III : B को केन्द्र तथा उपरोक्त त्रिज्या लेकर, चाप BY पर एक चाप काटा जिससे बिन्दु C प्राप्त हुआ ।

पद IV : अब AC तथा BC को मिलाने पर त्रिभुज प्राप्त हुआ।

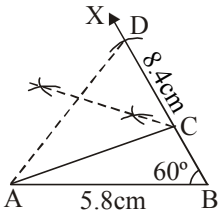


(ii) त्रिभुज की रचना यदि इसका आधार, अन्य दो भुजाओं का योग तथा आधार का एक कोण दिया हो

❖ उदाहरण ❖

Ex.4 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें AB = 5.8cm, BC + CA = 8.4 cm तथा $\angle B = 60^\circ$ हो ।

Sol.



रचना के पद

पद I : एक रेखाखण्ड AB = 5.8 cm खींचिए।

पद II : $\angle ABX = 60^\circ$ की रचना कीजिए ।

पद III : बिन्दु B से किरण BX पर

BD = BC + CA = 8.4 cm का चाप काटा।

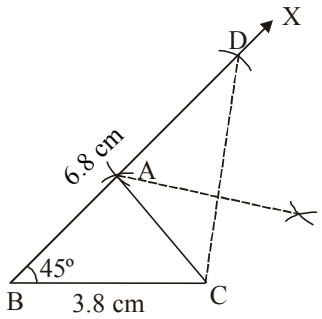
पद IV : A को D से मिलाया।

पद V : रेखाखण्ड AD का लंब अर्धक खींचा जो BD को C पर मिलता है ।

पद VI : A व C को मिलाने पर अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त हुआ।

Ex.5 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 3.8cm, $\angle B = 45^\circ$ and AB + AC = 6.8 cm हो

Sol.



रचना के पद

पद I : रेखाखण्ड BC = 3.8 cm खींचा ।

पद II : कोण $\angle CBX = 45^\circ$ की रचना की ।

पद III : बिन्दु B से किरण BX पर BD = AB + AC = 6.8 cm. का चाप काटा।

पद IV : C व D को मिलाया।

पद V : रेखाखण्ड CD का लंब समद्विभाजक खींचा जो BD को A पर मिला।

पद VI : C को A से मिलाने पर अमीष्ट त्रिभुज प्राप्त हुआ।

(iii) त्रिभुज की रचना यदि इसका आधार, शेष दो भुजाओं का अन्तर तथा आधार का एक कोण दिया हो ।

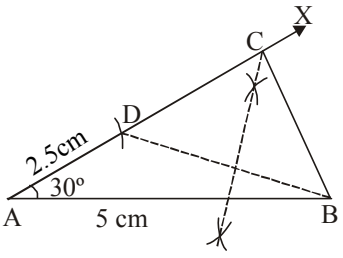
स्थिति (1) : $\angle \underline{A} = 30^\circ$, $\underline{A}C - BC = 2.5$

स्थिति (2) : $\angle \underline{A} = 30^\circ$, $BC - \underline{A}C = 2.5$

❖ उदाहरण ❖

Ex.6 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसका आधार AB = 5 cm, $\angle \underline{A} = 30^\circ$ तथा $\underline{A}C - BC = 2.5$ cm हो।

Sol.



रचना के पद

पद I : आधार AB = 5 cm खींचा।

पद II : ∠BAX = 30º की रचना की।

पद III : बिन्दु A से, AX पर AD = AC – BC 2.5 cm का चाप काटा।

AD = 2.5 cm (= AC – BC).

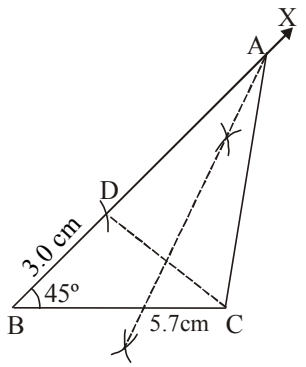
पद IV : B को D से मिलाया।

पद V : BD का लंब समद्विभाजक खींचा जो किरण AX को C पर मिलता है।

पद VI : B को C से मिलाने पर अमीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त हुआ।

Ex.7 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसका आधार BC = 5.7cm, $\angle B$ = 45º, A$\underline{B}$ – AC = 3 cm.

Sol.



रचना के पद

पद I : आधार BC = 5.7 cm खींचा ।

पद II : ∠CBX = 45º बनाया।

पद III : बिन्दु B से किरण BX पर BD = 3 cm (AB – AC) का चाप काटा।

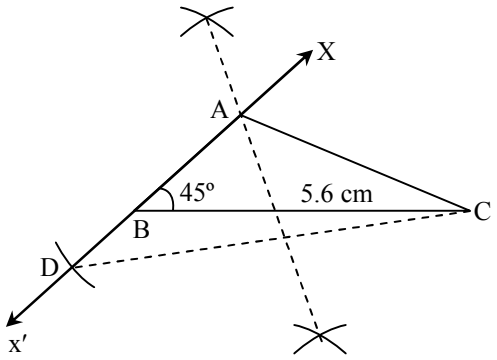
पद IV : C को D से मिलाया ।

पद V : CD का लंब समद्विभाजक खींचा जो BX को A पर काटता है।

पद VI : C को A से मिलाने पर अमीष्ट त्रिभुज प्राप्त हुआ।

Ex.8 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसका आधार BC = 5.6 cm, AC – A$\underline{B}$ = 1.6 cm तथा $\angle B$ = 45º अपनी रचना का सत्यापन कीजिए ।

Sol.



रचना के पद

पद I : आधार BC = 5.6 cm खींचा।

पद II : बिन्दु B पर, ∠CBX = 45º की रचना की।

पद III : रेखाखण्ड XB को X′ तक बढ़ाया तथा रेखा XBX′ प्राप्त की।

पद IV : रेखाखण्ड BX′ से BD = 1.6 cm काटा।

पद V : C व D को मिलाया ।

पद VI : CD का लंब समद्विभाजक खींचा जो किरण BX को A पर काटता है।

पद VII : C को A से मिलाने पर अमीष्ट त्रिभुज प्राप्त किया ।

जाँच : बिन्दु A, CD के लंब समद्विभाजक पर स्थित है। अतः

∴ AC = AD = AB + DB = AB + 1.6

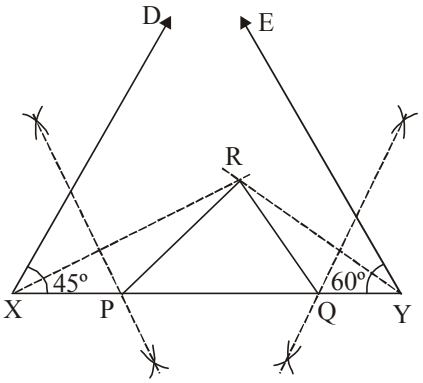
इस प्रकार, ΔABC अमीष्ट त्रिभुज है।

(iv) दिए गए परिमाप तथा आधार के दो कोण वाले त्रिभुज की रचना :

❖ उदाहरण ❖

Ex.9 त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसका परिमाप 14 cm, ∠P = 45º तथा ∠Q = 60º है।

Sol.



रचना के पद

पद I : रेखाखण्ड XY = 14 cm खींचा ।

पद II : $\angle YXD = \angle P = 45^\circ$ तथा $\angle XYE = \angle Q = 60^\circ$

पद III : $\angle YXD$ तथा $\angle XYE$ के समद्विभाजक खींचे जो एक दूसरे से बिन्दु R पर प्रतिच्छेद करते हैं।

पद IV : रेखाखण्ड RX तथा RY के लम्ब समद्विभाजक खींचे जो रेखाखण्ड XY को क्रमशः P तथा Q पर मिले ।

पद V : P को R तथा Q को R से मिलाने पर अमीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त हुआ ।