निर्देशांक ज्यामितीय

3
CHAPTER

CONTENTS (सूची)

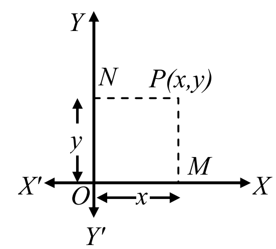
- परिभाषा
- कार्तीय निर्देशांक
- चतुर्थांश में निर्देशांक के चिन्हों के नियम
- बिन्दु के निर्देशांको के दर्पण प्रतिबिम्ब
- विभाजन सूत्र के अनुप्रयोग
- त्रिभुज का क्षैत्रफल

➤ निर्देशांक ज्यामिती

यह ज्यामिती की शाखा है जो कि निश्चित समतल में एक बिन्दु की स्थिति व गणितीय संख्याओं के युग्म के बीच में निश्चित सम्बंध रखता है, जिसे निर्देशांक कहते है।

➤ कार्तीय निर्देशांक (समकोणीय निर्देशांक)

कार्तीय निर्देशांक में एक बिन्दु P की स्थिति, दो लम्बवत् रेखाएँ जो एक निश्चित बिन्दु से गुजरती है, से दूरीयों के द्वारा व्यक्त करते है। यहाँ O एक निश्चित बिन्दु है जिसे मूल बिन्दु कहते है। व XOX′ व YOY′, दो लम्बवत् रेखाये है जो O से गुजरती है, इन्हे कार्तीय या निर्देशांक अक्ष कहते है।



OX तथा OY पर, PM व PN लम्ब खींचे। बिन्दु P के लिये OM (या NP) तथा ON (या MP) क्रमशः x-निर्देशांक (भुज) तथा y-निर्देशांक (कोटि) कहलाती है।

निर्देशांक अक्ष (Axes of Co-ordinates)

चित्र में OX व OY क्रमशः x-अक्ष, y-अक्ष कहलाते है और दोनों को साथ में निर्देशांक अक्ष कहते है।

मूलबिन्दु (Origin)

यह निर्देशांक अक्षों का प्रतिच्छेदन बिन्दु O है।

मूल बिन्दु के निर्देशांक (Co-ordinates of the Origin)

यह दोनों अक्षों से शून्य दूरी रखता है ताकि इसके भुज (abscissa) व कोटि (ordinate) दोनों शून्य हों इसलिए मूलबिन्दु के निर्देशांक (0, 0) होंगे।

भुज (Abscissa)

बिन्दु P की y-अक्ष से दूरी भुज कहलाती है। चित्र में OM = PN भुज है।

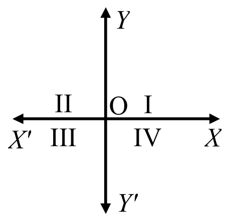
कोटि (Ordinate)

बिन्दु P की x-अक्ष से दूरी, कोटि कहलाती है। चित्र में ON = PM कोटि है।

चतुर्थांश (Quadrant)

निर्देशांक अक्ष एक समतल को चार समान भागों में बांटते है इन्हे चतुर्थांश कहते है। समतल को कार्तीय तल या निर्देशांक तल या xy-तल कहते है। इन अक्षों

को निर्देशांक अक्ष कहते है। एक चतुर्थांश, समतल का $\frac{1}{4}$ भाग होता है जो कि निर्देशांक अक्षों द्वारा भाजित होता है



(i) XOY को प्रथम चतुर्थांश कहते है।

(ii) YOX′ को द्वितीय चतुर्थांश कहते है।

(iii) X′OY′ को तृतीय चतुर्थांश कहते है।

(iv) Y′OX को चतुर्थ चतुर्थांश कहते है।

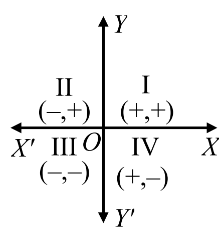
➤ चतुर्थांश में निर्देशांक के चिन्हों के नियम

(i) प्रथम चतुर्थांश में दोनों निर्देशांक अर्थात् किसी बिन्दु के भुज व कोटि धनात्मक होती है।

(ii) द्वितीय चतुर्थांश में, एक बिन्दु के लिए भुज ऋणात्मक व कोटि धनात्मक होती है।

(iii) तृतीय चतुर्थांश में, एक बिन्दु के लिए भुज व कोटि दोनों ऋणात्मक होती है।

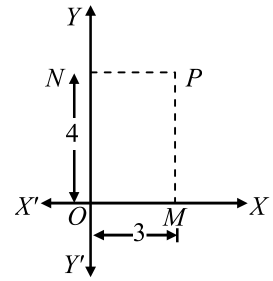
(iv) चतुर्थ चतुर्थांश में एक बिन्दु के लिए भुज धनात्मक व कोटि ऋणात्मक होती है।



चतुर्थांश	x-निर्देशाँक	y-निर्देशाँक	बिन्दु
प्रथम चतुर्थांश	+	+	(+,+)
द्वितीय चतुर्थांश	–	+	(–,+)
तृतीय चतुर्थांश	–	–	(–,–)
चतुर्थ चतुर्थांश	+	–	(+,–)

❖ उदाहरण ❖

उदा.1 दर्शाये गये चित्र द्वारा ज्ञात कीजिए



(i) भुज

(ii) कोटि

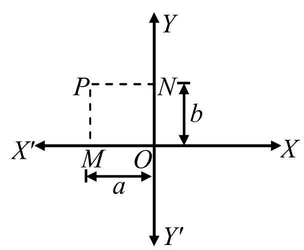
(iii) P बिन्दु के निर्देशांक

हल. (i) भुज = PN = OM = 3 इकाई

(ii) कोटि = PM = ON = 4 इकाई

(iii) बिंदु P के निर्देशांक = (भुज, कोटि) = (3, 4)

उदा.2 ज्ञात कीजिए (i) भुज (ii) कोटि (iii) दिये गये चित्र में बिन्दु P के निर्देशाँक



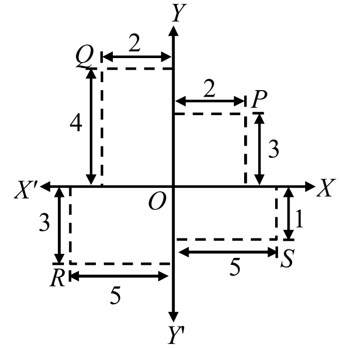
हल. (i) बिन्दु P का भुज = – NP = –OM = – a

(ii) बिन्दु P की कोटि = MP = ON = b

(iii) बिन्दु P के निर्देशांक = (भुज, कोटि)

= (–a, b)

उदा.3 ज्ञात कीजिए (i) भुज (ii) कोटि (iii) दिये गये चित्र में बिन्दु P, Q, R व S के निर्देशांक ज्ञात करो।



हल. **बिन्दु P**

P का भुज = 2; P की कोटि = 3

P के निर्देशांक = (2, 3)

बिन्दु Q

Q का भुज = – 2; Q की कोटि = 4

Q के निर्देशांक = (–2, 4)

बिन्दु R

R का भुज = – 5; R की कोटि = – 3

R के निर्देशांक = (–5, –3)

बिन्दु S

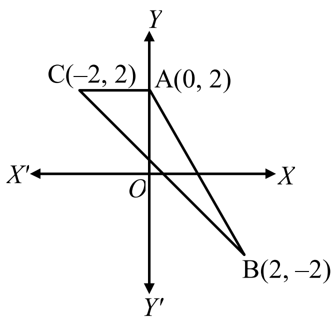
S का भुज = 5; S की कोटि = – 1

S के निर्देशांक = (5, – 1)

उदा.4 एक त्रिभुज ABC बनाओ जिसके शीर्ष A, B व C क्रमशः (0, 2), (2, – 2), व (–2, 2) हो।

हल. भुज 0 व कोटि = 2 को लेकर बिन्दु A बनाओं।

इसी प्रकार भुज 2 व –2 व कोटि – 2 व 2 लेकर बिन्दु B व C बनाओ। A, B व C को मिलाने पर अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त होता है।

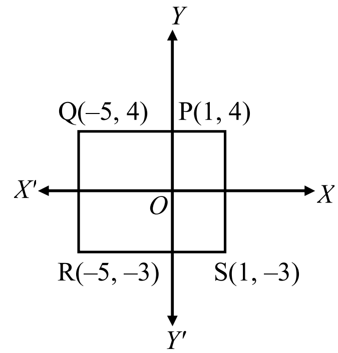


उदा.5 एक आयत PQRS बनाओ जिसके शीर्ष P, Q, R व S क्रमशः (1, 4), (–5, 4), (–5, –3) व (1, – 3) हो।

हल. भुज 1 व कोटि – 4 को लेकर बिन्दु P बनाओं।

इसी प्रकार भुज क्रमशः –5, –5 व 1 लेकर व कोटि क्रमशः 4, – 3 व –3 को लेकर बिन्दु Q, R व S बनाओं।

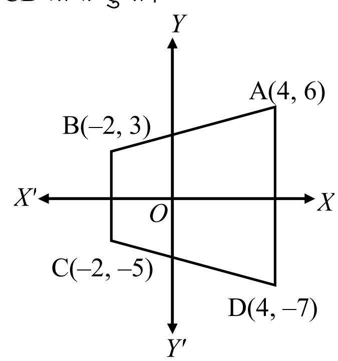
बिन्दु PQR व S को जोड़कर आयत PQRS प्राप्त हुआ।



उदा.6 एक समलम्ब चतुर्भुज ABCD बनाओ जिसके शीर्ष A, B, C व D क्रमशः (4, 6), (–2, 3), (–2, –5) व (4, –7) हो।

हल. भुज 4 व कोटि 6 को लेकर बिन्दु A बनाओ।

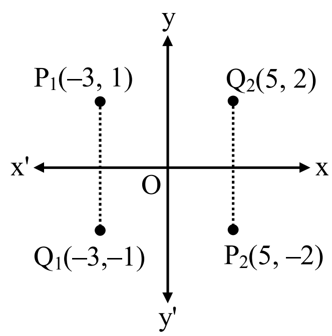
इसी प्रकार भुज क्रमशः – 2, –2 व 4 व कोटि क्रमशः 3, – 5, व –7 को लेकर बिन्दु B, C व D बनाओं A, B, C व D को जोड़कर अभीष्ट समलम्ब चतुर्भुज ABCD प्राप्त हुआ।



➤ बिन्दु के निर्देशांकों के दर्पण प्रतिबिम्ब

◈ **x-अक्ष के सापेक्ष (With respect to x-axis) :**

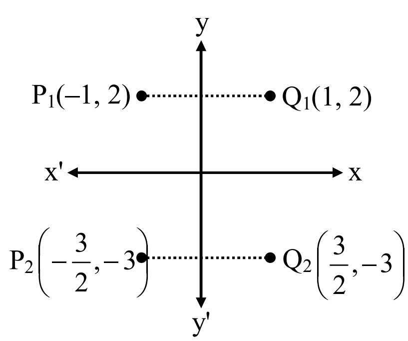
किसी बिन्दु P(x, y) का x-अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब में उस बिन्दु की कोटि का केवल चिन्ह ही बदलता है, इसलिए प्रतिबिम्ब बिन्दु Q(x, –y) है।



P_1 (–3, 1) व P_2 (5, –2) दो बिन्दु क्रमशः II व IV चतुर्थांश में है, तो उनका प्रतिबिम्ब Q_1 (–3, –1) व Q_2 (5, 2) क्रमशः III व I चतुर्थांश में हैं।

◈ **y-अक्ष के सापेक्ष (With respect to y-axis) :**

किसी बिन्दु P(x, y) का y-अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब में उस बिन्दु के भुज का केवल चिन्ह ही बदलता है, इसलिए प्रतिबिम्ब बिन्दु Q(–x, y) है।



$$P_1\,(-1, 2) \xrightarrow{\text{प्रतिबिम्ब}} Q_1\,(1, 2)$$

$$P_2\left(-\frac{3}{2}, -3\right) \xrightarrow{\text{प्रतिबिम्ब}} Q_2\left(\frac{3}{2}, -3\right)$$

❖ उदाहरण ❖

उदा.7 निम्न बिन्दुओं का x-अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब ज्ञात किजिए

$(1, 2)$, $\left(\frac{3}{8}, \frac{4}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$, $(2, 5)$, $(5, 0)$, $(0, 7)$, $(-3, -4)$

हल. प्रतिबिम्ब क्रमशः $(1, -2)$, $\left(\frac{3}{8}, -\frac{4}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{5}, -3\right)$, $(2, -5)$, $(5, 0)$, $(0, -7)$, $(-3, 4)$ हैं।

उदा.8 बिन्दुओं $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 2)$, $(5, 1)$, $(-2, 3)$, $(-3, -3)$, $(6, -7)$ का y-अक्ष के सापेक्ष प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए

हल. प्रतिबिम्ब क्रमशः $(0, 0)$, $(-3, 0)$, $(0, 2)$, $(-5, 1)$, $(2, 3)$, $(3, -3)$, $(-6, -7)$ हैं।