गणित

(www.tiwariacademy.com)

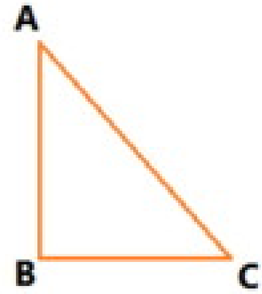
(अध्याय – 7)(त्रिभुज)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 7.4

प्रश्न 1:

दर्शाइए कि समकोण त्रिभुज में कर्ण सबसे लंबी भुजा होती है।



उत्तर 1:

ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$ [∵ दिया है]

इसलिए, $\angle A < 90^\circ$ और $\angle C < 90^\circ$ [$\because \angle A + \angle C = 90^\circ$]

अतः, ΔABC में,

$\angle B > \angle C$ [$\because \angle B = 90^\circ$ और $\angle C < 90^\circ$]

$AC > AB$ ... (1) [∵ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

इसीप्रकार, ΔABC में, $\angle B > \angle A$ [$\because \angle B = 90^\circ$ और $\angle A < 90^\circ$]

$AC > BC$ ... (2) [∵ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

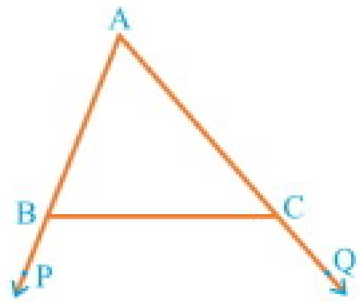
समीकरण (1) और (2) से

$AC > AB$ और $AC > BC$

अतः, कर्ण AC सबसे लंबी भुजा है।

प्रश्न 2:

आकृति में, ΔABC की भुजाओं AB और AC को क्रमशः बिंदुओं P और Q तक बढ़ाया गया है। साथ ही, $\angle PBC < \angle QCB$ है। दर्शाइए कि $AC > AB$ है।



उत्तर 2:

$\angle PBC + \angle ABC = 180^\circ$ [∵ रैखिक युग्म]

$\Rightarrow \angle PBC = 180^\circ - \angle ABC$ ... (1)

इसीप्रकार, $\angle QCB + \angle ACB = 180^\circ$ [∵ रैखिक युग्म]

$\Rightarrow \angle QCB = 180^\circ - \angle ACB$ ... (2)

दिया है: $\angle PBC < \angle QCB$

$\Rightarrow 180^\circ - \angle ABC < 180^\circ - \angle ACB$ [∵ समीकरण (1) और (2) से]

$\Rightarrow -\angle ABC < -\angle ACB$

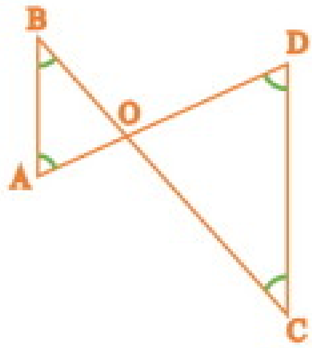
$\Rightarrow \angle ABC > \angle ACB$ ... (3)

ΔABC में, $\angle ABC > \angle ACB$ [∵ समीकरण (3) से]

अतः, $AC > AB$ [∵ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

प्रश्न 3:

आकृति में, $\angle B < \angle A$ और $\angle C < \angle D$ है। दर्शाइए कि $AD < BC$ है।



उत्तर 3:

ΔABO में, $\angle B < \angle A$ [∵ दिया है]

अतः, $AO < BO$ ... (1) [∵ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

इसीप्रकार,

ΔCDO में, $\angle C < \angle D$ [∵ दिया है]

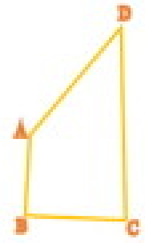
अतः, $DO < CO$ ... (2) [∵ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

समीकरण (1) और (2) से

$AO + DO < BO + CO$

$\Rightarrow AD < BC$

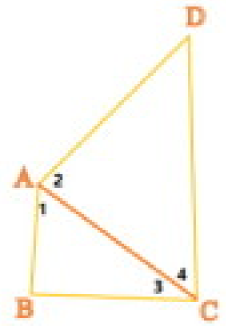
प्रश्न 4:



AB और CD क्रमशः एक चतुर्भुज ABCD की सबसे छोटी और सबसे बड़ी भुजाएँ हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\angle A > \angle C$ और $\angle B > \angle D$ है।

उत्तर 4:

रचना: AC को मिलाया।



ΔABC में, $BC > AB$ [$\because$ AB चतुर्भुज ABCD की सबसे छोटी भुजा है]

अतः, $\angle 1 > \angle 3$ ... (1) [$\because$ किसी त्रिभुज में, लंबी भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है]

इसीप्रकार,

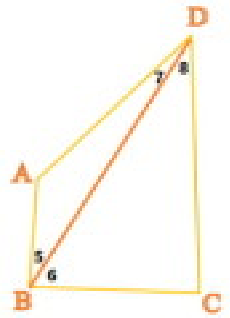
ΔADC में, $CD > AD$ [$\because$ CD चतुर्भुज ABCD की सबसे बड़ी भुजा है]

अतः, $\angle 2 > \angle 4$ ... (2) [$\because$ किसी त्रिभुज में, लंबी भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है]

समीकरण (1) और (2) से

$\angle 1 + \angle 2 > \angle 3 + \angle 4 \Rightarrow \angle A > \angle C$

रचना: BD को मिलाया।



ΔABD में, $AD > AB$ [$\because$ AB चतुर्भुज ABCD की सबसे छोटी भुजा है]

अतः, $\angle 5 > \angle 7$ ... (3) [$\because$ किसी त्रिभुज में, लंबी भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है]

इसीप्रकार,

ΔBDC में, $CD > BC$ [$\because$ CD चतुर्भुज ABCD की सबसे बड़ी भुजा है]

अतः, $\angle 6 > \angle 8$ ... (4) [$\because$ किसी त्रिभुज में, लंबी भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है]

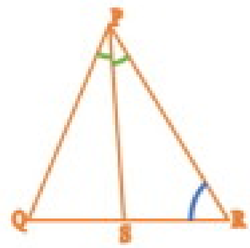
समीकरण (3) और (4) से

$\angle 5 + \angle 6 > \angle 7 + \angle 8 \Rightarrow \angle B > \angle D$

प्रश्न 5:

आकृति में, $PR > PQ$ है और PS कोण QPR को समद्विभाजित करता है।
सिद्ध कीजिए कि $\angle PSR > \angle PSQ$ है।

उत्तर 5:



ΔPQR में, $PR > PQ$ [$\because$ दिया है]

अतः, $\angle Q > \angle R$ [$\because$ किसी त्रिभुज में, लंबी भुजा का सम्मुख कोण बड़ा होता है]

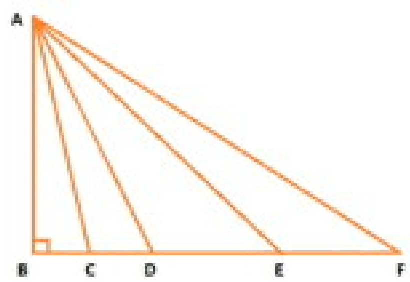
दोनों ओर $\angle RPS$ जोड़ने पर, $\angle Q + \angle RPS > \angle R + \angle RPS$

$\Rightarrow \angle Q + \angle RPS > \angle PSQ$ [$\because \angle PSQ$ त्रिभुज PSR का बाह्य कोण है]

$\Rightarrow \angle Q + \angle QPS > \angle PSQ$ [$\because \angle RPS = \angle QPS$]

$\Rightarrow \angle PSR > \angle PSQ$ [$\because \angle PSR$ त्रिभुज PQS का बाह्य कोण है]

प्रश्न 6:



दर्शाइए कि एक रेखा पर एक दिए हुए बिंदु से, जो उस रेखा पर स्थित नहीं है, जितने रेखाखंड खींचे जा सकते हैं उनमें लम्ब रेखाखंड सबसे छोटा होता है।

उत्तर 6:

दिया है: FB एक रेखा है और A एक बिंदु है, जो उस रेखा पर स्थित नहीं है।
सिद्ध करना है: AB रेखाखंड सबसे छोटा है।

ΔABC में, $\angle B = 90°$ [$\because$ दिया है]

इसलिए, $\angle BAC < 90°$ और $\angle ACB < 90°$ [$\because \angle BAC + \angle ACB = 90°$]

अतः, ΔABC में, $\angle B > \angle ACB$ [$\because \angle B = 90°$ और $\angle ACB < 90°$]

$AC > AB$ [$\because$ किसी त्रिभुज में, बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है]

इसीप्रकार, $AD > AB$, $AE > AB$ और $AF > AB$, अतः, लम्ब रेखाखंड AB सबसे छोटा है।