गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 7) (त्रिभुज)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 7.3

प्रश्न 1:

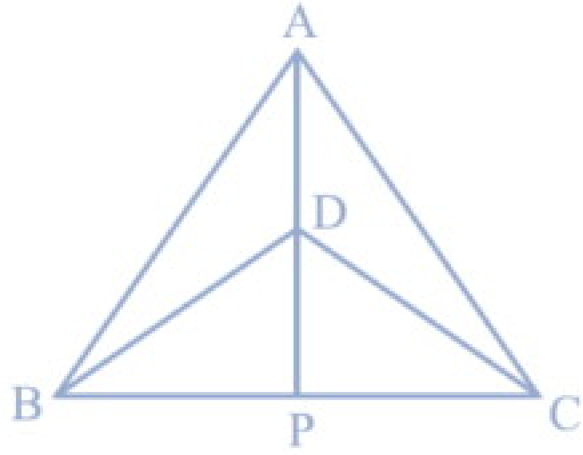
ΔABC और ΔDBC एक ही आधार BC पर बने दो समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि A और D भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं (देखिए आकृति) । यदि AD बढ़ाने पर BC को P पर प्रतिच्छेद करे, तो दर्शाइए कि

(i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

(ii) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$

(iii) AP कोण A और कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है।

(iv) AP रेखाखंड BC का लम्ब समद्विभाजक है।



उत्तर 1:

(i) ΔABD और ΔACD में,

AB = AC [∵ दिया है]

BD = CD [∵ दिया है]

AD = AD [∵ उभयनिष्ठ]

अतः, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [∵ SSS सर्वांगसमता नियम]

(ii) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\angle BAD = \angle CAD$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

ΔABP और ΔACP में,

AB = AC [∵ दिया है]

$\angle BAP = \angle CAP$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

AP = AP [∵ उभयनिष्ठ]

अतः, $\Delta ABP \cong \Delta ACP$ [∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

(iii) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\angle BAD = \angle CAD$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

तथा $\angle BDA = \angle CDA$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, AP कोण A और कोण D दोनों को समद्विभाजित करता है।

(iv) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

BP = CP [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

तथा $\angle BPA = \angle CPA$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

$\angle BPA + \angle CPA = 180°$ [∵ रैखिक युग्म]

$\Rightarrow \angle CPA + \angle CPA = 180°$ [∵ $\angle BPA = \angle CPA$]

$\Rightarrow 2\angle CPA = 180°$ $\Rightarrow \angle CPA = \frac{180°}{2} = 90°$

⇒ AP रेखाखंड BC पर लम्ब है।

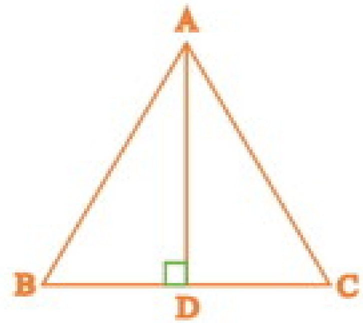
⇒ AP रेखाखंड BC का लम्ब समद्विभाजक है। [∵ BP = CP]

प्रश्न 2:

AD एक समद्विभाहु त्रिभुज ABC का एक शीर्षलम्ब है, जिसमें AB = AC है। दर्शाइए कि

(i) AD रेखाखंड BC को समद्विभाजित करता है।

(ii) AD कोण A को समद्विभाजित करता है।



उत्तर 2:

(i) ΔABD और ΔACD में,

$\angle ADB = \angle ADC$ [∵ प्रत्येक 90°]

AB = AC [∵ दिया है]

AD = AD [∵ उभयनिष्ठ]

अतः, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [∵ RHS सर्वांगसमता नियम]

BD = DC [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, AD रेखाखंड BC को समद्विभाजित करता है।

(ii) $\angle BAD = \angle CAD$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, AD कोण A को समद्विभाजित करता है।

प्रश्न 3:

एक त्रिभुज ABC की दो भुजाएँ AB और BC तथा माध्यिका AM क्रमशः एक दूसरे त्रिभुज की भुजाओं PQ और QR तथा माध्यिका PN के बराबर हैं (देखिए आकृति) । दर्शाइए कि

(i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$

(ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

उत्तर 3:

(i) दिया है: BC = QR

$\Rightarrow \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}QR \Rightarrow BM = QN$ [∵ AM और PN माध्यिकाएँ हैं]

ΔABM और ΔPQN में,

AB = PQ [∵ दिया है]

AM = PN [∵ दिया है]

BM = QN [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

अतः, $\Delta ABM \cong \Delta PQN$ [∵ SSS सर्वांगसमता नियम]

(ii) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\angle B = \angle Q$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

ΔABC और ΔPQR में,

AB = PQ [∵ दिया है]

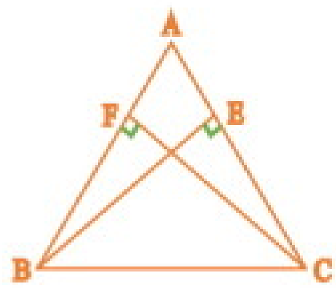
$\angle B = \angle Q$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

BC = QR [∵ दिया है]

अतः, $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ [∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

प्रश्न 4:

BE और CF एक त्रिभुज ABC के दो बराबर शीर्षलम्ब हैं। RHS सर्वांगसमता नियम का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है।



उत्तर 4:

ΔFBC और ΔECB में,

$\angle BFC = \angle CEB$ [∵ प्रत्येक 90°]

BC = BC [∵ उभयनिष्ठ]

FC = BE [∵ दिया है]

अतः, $\Delta FBC \cong \Delta ECB$ [∵ RHS सर्वांगसमता नियम]

$\angle FBC = \angle ECB$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

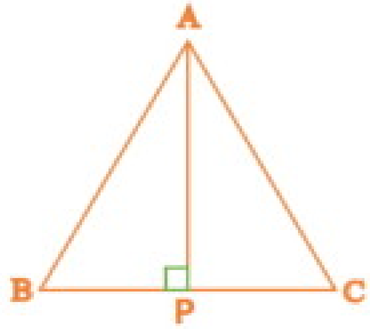
$\Rightarrow AC = AB$ [∵ त्रिभुज में बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं]

अतः, ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 5:

ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ है। $AP \perp BC$ खींच कर दर्शाइए कि $\angle B = \angle C$ है।

उत्तर 5:



ΔABP और ΔACP में,

$\angle APB = \angle APC$ [∵ प्रत्येक 90°]

$AB = AC$ [∵ दिया है]

$AP = AP$ [∵ उभयनिष्ठ]

अतः, $\Delta ABP \cong \Delta ACP$ [∵ RHS सर्वांगसमता नियम]

$\angle B = \angle C$ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]