गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 1) (संख्या पद्धति)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 1.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए और बताइए कि प्रत्येक का दशमलव प्रसार किस प्रकार का है:

(i) $\frac{36}{100}$ **(ii)** $\frac{1}{11}$ **(iii)** $4\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{3}{13}$ **(v)** $\frac{2}{11}$ **(vi)** $\frac{329}{400}$

उत्तर 1:

(i) $\frac{36}{100} = 0.36$ सांत है।

(ii) $\frac{1}{11} = 0.\overline{09}$ अनवसानी आवर्ती है।

(iii) $4\frac{1}{8} = 4.125$ सांत है।

(iv) $\frac{3}{13} = 0.\overline{230769}$ अनवसानी आवर्ती है।

(v) $\frac{2}{11} = 0.\overline{18}$ अनवसानी आवर्ती है।

(vi) $\frac{329}{400} = 0.8225$ सांत है।

प्रश्न 2:

आप जानते हैं कि $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ है। वास्तव में, लंबा भाग दिए बिना क्या आप यह बता सकते हैं कि $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ के दशमलव प्रसार क्या हैं? यदि हाँ, तो कैसे?

[**संकेत**: $\frac{1}{7}$ का मान ज्ञात करते समय शेषफलों का अध्ययन सावधानी से कीजिए।]

उत्तर 2:

लंबा भाग दिए बिना, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ के दशमलव प्रसार इस प्रकार हैं:

$$\frac{2}{7} = 2 \times \frac{1}{7} = 2 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{285714}$$

$$\frac{3}{7} = 3 \times \frac{1}{7} = 3 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{428571}$$

$$\frac{4}{7} = 4 \times \frac{1}{7} = 4 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{571428}$$

$$\frac{5}{7} = 5 \times \frac{1}{7} = 5 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{714285}$$

$$\frac{6}{7} = 6 \times \frac{1}{7} = 6 \times 0.\overline{142857} = 0.\overline{857142}$$

प्रश्न 3:

निम्नलिखित को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है:

(i) $0.\bar{6}$ **(ii)** $0.4\bar{7}$ **(iii)** $0.\overline{001}$

उत्तर 3:

(i) $0.\bar{6}$

माना $x = 0.\bar{6}$

$\Rightarrow x = 0.6666 \ldots$ ... (i)

समीकरण (i) को 10 से गुणा करने पर

$10x = 6.6666 \ldots$

$\Rightarrow 10x = 6 + 0.6666 \ldots$

$\Rightarrow 10x = 6 + x$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow 10x - x = 6$

$\Rightarrow 9x = 6$

$\Rightarrow x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(ii) $0.4\bar{7}$

माना $x = 0.4\bar{7}$

$\Rightarrow x = 0.47777 \ldots$ ... (i)

समीकरण (i) को 10 से गुणा करने पर

$\Rightarrow 10x = 4.7777 \ldots$ ... (ii)

समीकरण (ii) को 10 से गुणा करने पर

$100x = 47.7777 \ldots$

$\Rightarrow 100x = 43 + 4.7777 \ldots$

$\Rightarrow 100x = 43 + 10x$ [समीकरण (ii) से]

$\Rightarrow 100x - 10x = 43$

$\Rightarrow 90x = 43$

$\Rightarrow x = \frac{43}{90}$

(iii) $0.\overline{001}$

माना $x = 0.\overline{001}$

$\Rightarrow x = 0.001001001 \ldots$ ... (i)

समीकरण (i) को 1000 से गुणा करने पर

$1000x = 1.001001001 \ldots$

$\Rightarrow 1000x = 1 + 0.001001001 \ldots$

$\Rightarrow 1000x = 1 + x$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow 1000x - x = 1$

$\Rightarrow 999x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{999}$

प्रश्न 4:

0.99999 ... को $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त कीजिए। क्या आप अपने उत्तर से आश्चर्यचकित हैं? अपने अध्यापक और कक्षा के सहयोगियों के साथ उत्तर की सार्थकता पर चर्चा कीजिए।

उत्तर 4:

0.99999 ...

माना $x = 0.99999 \ldots$ ... (i)

समीकरण (i) को 10 से गुणा करने पर

$10x = 9.99999 \ldots$

$\Rightarrow 10x = 9 + 0.99999 \ldots \ldots$

$\Rightarrow 10x = 9 + x$ [समीकरण (i) से]

$\Rightarrow 10x - x = 9$

$\Rightarrow 9x = 9$

$\Rightarrow x = \frac{9}{9} = 1$

इससे हमें यह पता चलता है कि 0.99999 ... और 1 में बहुत कम (लगभग न के बराबर) अंतर है।

प्रश्न 5:

$\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के पुनरावृत्ति खंड में अंकों की अधिकतम संख्या क्या हो सकती है? अपने उत्तर की जाँच करने के लिए विभाजन-क्रिया कीजिए।

उत्तर 5:

$\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के पुनरावृत्ति खंड में अंकों की अधिकतम संख्या 16 (17 से कम) हो सकती है।

$\frac{1}{17}$ को दशमलव में बदलने पर हमें निम्नलिखित प्राप्त होता है।

$$\frac{1}{17} = 0.\overline{0588235294117647}$$

अतः, $\frac{1}{17}$ के दशमलव प्रसार में अंकों के पुनरावृत्ति खंड में अंकों की संख्या 16 है।

प्रश्न 6:

$\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ के रूप की परिमेय संख्याओं के अनेक उदाहरण लीजिए, जहाँ p और q पूर्णांक हैं, जिनका 1 के अतिरिक्त अन्य कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है और जिसका सांत दशमलव निरूपण (प्रसार) है। क्या आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि q को कौन-सा गुण अवश्य संतुष्ट करना चाहिए?

उत्तर 6:

$\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{1}{10} = 0.1$, $\frac{3}{2} = 1.5$, $\frac{7}{8} = 0.875$

इन सभी परिमेय संख्याओं के हर $2^m \times 5^n$ के रूप में हैं। जहाँ m और n पूर्ण संख्याएँ हैं।

प्रश्न 7:

ऐसी तीन संख्याएँ लिखिए जिनके दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती हों।

उत्तर 7:

तीन संख्याएँ निम्नलिखित हैं:

1) 0.414114111411114 ...
2) 2.01001000100001 ...
3) $\pi = 3.1416$ ...

प्रश्न 8:

परिमेय संख्याओं $\frac{5}{7}$ और $\frac{9}{11}$ के बीच की तीन अलग-अलग अपरिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

$\frac{5}{7} = 0.\overline{714285}$ और $\frac{9}{11} = 0.\overline{81}$

हम जानते हैं कि दो संख्याओं के बीच अनंत अपरिमेय संख्याएँ होती हैं। अतः तीन अपरिमेय संख्याएँ निम्नलिखित हैं:

1) 0.72722722272222 ...
2) 0.73733733373333 ...
3) 0.74744744474444 ...

प्रश्न 9:

बताइए कि निम्नलिखित संख्याओं में कौन-कौन संख्याएँ परिमेय और कौन-कौन संख्याएँ अपरिमेय हैं:

(i) $\sqrt{23}$ **(ii)** $\sqrt{225}$ **(iii)** 0.3796

(iv) 7.478478 ... **(v)** 1.101001000100001 ...

उत्तर 9:

(i) $\sqrt{23}$ अपरिमेय संख्या

(ii) $\sqrt{225} = 15$, परिमेय संख्या

(iii) 0.3796, परिमेय संख्या

(iv) $7.478478 \ldots = 7.\overline{478}$, परिमेय संख्या

(v) 1.101001000100001 ..., अपरिमेय संख्या