गणित

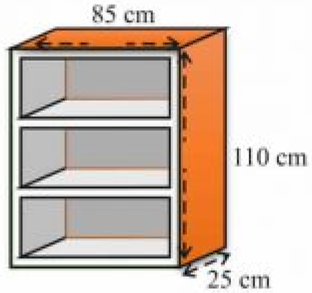
(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 13)(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 13.9 (ऐच्छिक)

प्रश्न 1:



एक लकड़ी के बुकशैल्फ (Book – self) की बाहरी विमाएँ निम्न हैं:
ऊँचाई = 110 cm, गहराई = 25 cm, चौड़ाई = 85 cm (देखिए आकृति)। प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 cm है। इसके बाहरी फलकों पर पालिश कराई जाती है और आंतरिक फलकों पर पेंट किया जाना है। यदि पालिश कराने की दर 20 पैसे प्रति cm^2 है और पेंट कराने की दर 10 पैसे प्रति cm^2 है, तो इस बुक-शैल्फ पर पालिश और पेंट कराने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

बुकशैल्फ की बाहरी विमाएँ:
लंबाई $L = 110$ cm, चौड़ाई $B = 85$ cm और गहराई $H = 25$ cm है।
तथा प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 cm है।
इसलिए, बुकशैल्फ की आंतरिक विमाएँ:
लंबाई $l = 110 - 5 - 5 = 100$ cm, चौड़ाई $b = 85 - 5 - 5 = 75$ cm और गहराई $h = 25 - 5 = 20$ cm है।

बुकशैल्फ का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \text{LB} + 2(\text{BH} + \text{HL})$
$= 110 \times 85 + 2(85 \times 25 + 25 \times 110)$
$= 9350 + 9750 = 19100\ \text{cm}^2$

किनारों का क्षेत्रफल
$= 4(75 \times 5) + 2(110 \times 5)$
$= 1500 + 1100 = 2600\ \text{cm}^2$

पालिश किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 19100 + 2600 = 21700\ \text{cm}^2$
20 पैसे प्रति cm^2 की दर से पालिश कराने का कुल व्यय = ₹ 21700 × 0.20 = ₹ 4340

बुकशैल्फ का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल $= lb + 2(bh + hl)$
$= 100 \times 75 + 2(75 \times 20 + 20 \times 100) = 7500 + 7000 = 14500\ \text{cm}^2$

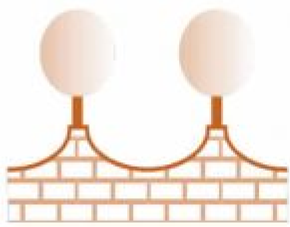
2 तख्तों का क्षेत्रफल $= 4(75 \times 20) = 6000\ \text{cm}^2$

तख्तों द्वारा आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल का ढका हुआ भाग $= 4(5 \times 20) + 2(5 \times 75) = 400 + 750 = 1150\ \text{cm}^2$

पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 14500 + 6000 - 1150 = 19350\ \text{cm}^2$

10 पैसे प्रति cm^2 की दर से पेंट कराने का कुल व्यय = ₹ 19350 × 0.10 = ₹ 1935
इसलिए, पालिश और पेंट कराने का कुल व्यय = ₹ 4340 + ₹ 1935 = ₹ 6275
अतः, इस बुक-शैल्फ पर पालिश और पेंट कराने का कुल ₹ 6275 है।

प्रश्न 2:



किसी घर के कंपाउंड की सामने के दीवार को 21 cm व्यास वाले लकड़ी के गोलों को छोटे आधारों पर टिका कर सजाया जाता है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। इस प्रकार के आठ गोलों का प्रयोग इस कार्य के लिए किया जाना है और इन गोलों को चाँदी वाले रंग में पेंट करवाना है। प्रत्येक आधार 1.5 cm त्रिज्या और ऊँचाई 7 cm का एक बेलन है तथा इन्हें काले रंग से पेंट करवाना है। यदि चाँदी के रंग का पेंट करवाने की दर 25 पैसे प्रति cm^2 है तथा काले रंग के पेंट करवाने की दर 5 पैसे प्रति cm^2 हो, तो पेंट करवाने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

गोले की त्रिज्या $R = 21/2 = 10.5$ cm है।
तथा बेलनाकार आधार की त्रिज्या $r = 1.5$ cm और ऊँचाई $h = 7$ cm है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$
$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$
$= 4 \times 22 \times 1.5 \times 10.5$
$= 1386 \text{ cm}^2$

बेलनाकार आधार द्वारा पृष्ठीय क्षेत्रफल का ढका हुआ भाग $= \pi r^2$
$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5$
$= 7.07 \text{ cm}^2$
1 गोले का चाँदी वाले रंग में पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 1386 - 7.07 = 1378.93 \text{ cm}^2$
8 गोलों का चाँदी वाले रंग में पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 8 \times 1378.93 = 11031.44 \text{ cm}^2$
25 पैसे प्रति cm^2 की दर से पेंट कराने का कुल व्यय = ₹ 11031.44 × 0.25 = ₹ 2757.86

बेलनाकार आधार की त्रिज्या $r = 1.5$ cm और ऊँचाई $h = 7$ cm है।
बेलनाकार आधार का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.5 \times 7$
$= 2 \times 22 \times 1.5$
$= 66 \text{ cm}^2$

1 बेलनाकार आधार का काले रंग के पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 66 \text{ cm}^2$
8 बेलनाकार आधारों का काले रंग के पेंट किए जाने वाला कुल क्षेत्रफल $= 8 \times 66 = 528 \text{ cm}^2$
5 पैसे प्रति cm^2 की दर से पेंट कराने का कुल व्यय = ₹ 528 × 0.05 = ₹ 26.40

इसलिए, पेंट करवाने का कुल व्यय = ₹ 2757.86 + ₹ 26.40 = ₹ 2784.26
अतः, पेंट करवाने का कुल व्यय ₹ 2784.26 है।

प्रश्न 3:
एक गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम हो गया है?

उत्तर 3:
माना, गोले का व्यास $2R$ है। इसलिए, गोले की त्रिज्या = R
गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2$
व्यास में 25% की कमी होने पर नया व्यास $2R'$
$= 2R - 2R$ का 25%
$= 2R - 2R \times \frac{25}{100}$
$= 2R - \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R$
नए गोले की त्रिज्या = $R' = \frac{3}{4}R$
नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi (R')^2 = 4\pi \left(\frac{3}{4}R\right)^2 = \frac{9}{4}\pi R^2$
वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी $= 4\pi R^2 - \frac{9}{4}\pi R^2 = \frac{7}{4}\pi R^2$
इसलिए, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी $= \frac{\frac{7}{4}\pi R^2}{4\pi R^2} \times 100 = \frac{7}{16} \times 100 = 43.75$
अतः, उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 43.75 % कम हो गया है।