गणित

(www.tiwariacademy.com)
(अध्याय - 13)(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)
(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.6

प्रश्न 1:

एक बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 cm और उसकी ऊँचाई 25 cm है। इस बर्तन में कितने लीटर पानी आ सकता है? ($1000\ cm^3 = 1$ लीटर)

उत्तर 1:

बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $C = 132$ cm और ऊँचाई $h = 25$ cm है।

माना, बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या $= r$ cm

बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $= 2\pi r$

$\Rightarrow 132 = 2\pi r \Rightarrow 132 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \Rightarrow r = \frac{132 \times 7}{22 \times 2} \Rightarrow r = 21$ cm

बेलनाकार बर्तन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 25$

$= 34650\ cm^3$

$= \frac{34650}{1000} = 34.65$ लीटर $\quad [\because\ 1000\ cm^3 = 1$ लीटर$]$

अतः, इस बर्तन में 34.65 लीटर पानी आ सकता है।

प्रश्न 2:

लकड़ी के एक बेलनाकार पाइप का आंतरिक व्यास 24 cm है और बाहरी व्यास 28 cm है। इस पाइप की लंबाई 35 cm है। इस पाइप का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, यदि $1\ cm^3$ लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है।

उत्तर 2:

पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 24/2 = 12$ cm, बाहरी त्रिज्या $R = 28/2 = 14$ cm और लंबाई $h = 35$ m है।

पाइप की लकड़ी का आयतन $= \pi(R^2 - r^2)h$

$= \frac{22}{7} \times (14^2 - 12^2) \times 35 = 22 \times (196 - 144) \times 5 = 22 \times 52 \times 5 = 5720\ cm^3$

इस पाइप का द्रव्यमान $= 5720 \times 0.6$ g $= 3432$ g $= 3.432$ kg $\quad [\because 1\ cm^3$ लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है$]$

अतः, इस बेलनाकार पाइप का द्रव्यमान 3.432 kg है।

प्रश्न 3:

एक सोफ्ट ड्रिंक (Soft drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है: (i) लंबाई 5 cm और चौड़ाई 4 cm वाले एक आयताकार आधार का टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15 cm है और (ii) व्यास 7 cm वाले वृत्तीय आधार और 10 cm ऊँचाई वाला एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?

उत्तर 3:

टिन के डिब्बे की लंबाई $l = 5$ cm, चौड़ाई $b = 4$ cm और ऊँचाई $h = 15$ cm है।

टिन के डिब्बे की धारिता $= lbh = 5 \times 4 \times 15 = 300\ cm^3$

प्लास्टिक के डिब्बे की त्रिज्या $r = 7/2 = 3.5$ cm और ऊँचाई $H = 10$ cm है।

प्लास्टिक के डिब्बे की धारिता $= \pi r^2 H$

$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 10 = 22 \times 0.5 \times 3.5 \times 10 = 385\ cm^3$

दोनों डिब्बों की धारिताओं का अंतर $= 385 - 300 = 85\ cm^3$

अतः, प्लास्टिक के बेलनाकार डिब्बे की धारिता, टिन के घनाभाकार डिब्बे से $85\ cm^3$ अधिक है।

प्रश्न 4:

यदि एक बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 cm^2 है और उसकी ऊँचाई 5 cm है, तो ज्ञात कीजिए:
(i) आधार की त्रिज्या **(ii)** बेलन का आयतन ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर 4:

(i) बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $C = 94.2$ cm^2 और ऊँचाई $h = 5$ cm है।
माना, बेलन के आधार की त्रिज्या = r cm
बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $C = 2\pi rh$

$\Rightarrow 94.2 = 2 \times 3.14 \times r \times 5 \quad \Rightarrow r = \frac{94.2}{3.14 \times 10} = 3$ cm

अतः, आधार की त्रिज्या 3 cm है।

(ii) बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = 3.14 \times 3 \times 3 \times 5 = 141.3$ cm^3
अतः, बेलन का आयतन 141.3 cm^3 है।

प्रश्न 5:

10 m गहरे एक बेलनाकार बर्तन की आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय ₹ 2200 है। यदि पेंट कराने की दर ₹ 20 प्रति m^2 है, तो ज्ञात कीजिए: **(i)** बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल **(ii)** आधार की त्रिज्या **(iii)** बर्तन की धारिता

उत्तर 5:

(i) बेलनाकार बर्तन की आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय = ₹ 2200 और गहराई $h = 10$ m है।
माना, बेलनाकार बर्तन की आंतरिक त्रिज्या = r m
बेलनाकार बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$
₹ 20 प्रति m^2 की दर से आंतरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय = ₹ $20 \times 2\pi rh$
प्रश्नानुसार, ₹ $20 \times 2\pi rh$ = ₹ 2200

$\Rightarrow 2\pi rh = \frac{2200}{20} = 110$

अतः, बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 110 m^2 है।

(ii) बेलनाकार बर्तन का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$\Rightarrow 110 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10 \quad \Rightarrow r = \frac{110 \times 7}{22 \times 2 \times 10} = \frac{7}{4} = 1.75$ m

अतः, आधार की त्रिज्या 1.75 m है।

(iii) बर्तन की धारिता $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 10 \quad = 22 \times 0.25 \times 1.75 \times 10 \quad = 96.25$ m^3

अतः, बर्तन की धारिता 96.25 m^3 है।

प्रश्न 6:

ऊँचाई 1 m वाले एक बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है। इसको बनाने के लिए कितने वर्ग मीटर धातु की शीट की आवश्यकता होगी?

उत्तर 6:

बेलनाकार बर्तन की धारिता $V = 15.4$ लीटर = $15.4/1000$ m^3 = 0.0154 m^3 और ऊँचाई $h = 1$ m है।
माना, बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या = r m
बेलनाकार बर्तन की धारिता $V = \pi r^2 h$

$\Rightarrow 0.0154 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 1$

$\Rightarrow r^2 = \frac{0.0154 \times 7}{22} = 0.0049$

$\Rightarrow r = \sqrt{0.0049} = 0.07$ m

बेलनाकार बर्तन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.07 \times (0.07 + 1) \quad = 2 \times 22 \times 0.01 \times 1.07 \quad = 0.4708\ \text{m}^2$

अतः, बेलनाकार बर्तन को बनाने के लिए $0.4708\ \text{m}^2$ धातु की शीट की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 7:

सीसे की एक पेंसिल (Lead pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यंतर में ग्रेफाइट (Graphite) से बने ठोस बेलन को डाल कर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7 mm है और ग्रेफाइट का व्यास 1 mm है। यदि पेंसिल की लंबाई 14 cm है, तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

पेंसिल में लगी लकड़ी की आंतरिक त्रिज्या $r = 1/2 = 0.5$ mm $= 0.05$ cm,
बाहरी त्रिज्या $R = 7/2 = 3.5$ mm $= 0.35$ cm और लंबाई $h = 14$ cm है।
पेंसिल में लगी लकड़ी का आयतन $= \pi(R^2 - r^2)h$

$= \frac{22}{7} \times [(0.35)^2 - (0.05)^2] \times 14$

$= 22 \times (0.1225 - 0.0025) \times 2$

$= 22 \times 0.12 \times 2$

$= 5.28\ \text{cm}^3$

तथा लकड़ी के अभ्यंतर में लगी ग्रेफाइट की त्रिज्या $r = 1/2 = 0.5$ mm $= 0.05$ cm और लंबाई $h = 14$ cm है।
ग्रेफाइट का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (0.05)^2 \times 14$

$= 22 \times 0.0025 \times 2$

$= 0.11\ \text{cm}^3$

अतः, लकड़ी का आयतन $5.28\ \text{cm}^3$ और ग्रेफाइट का आयतन $0.11\ \text{cm}^3$ है।

प्रश्न 8:

एक अस्पताल (Hospital) के एक रोगी को प्रतिदिन 7 cm व्यास वाले एक बेलनाकार कटोरे में सूप (Soup) दिया जाता है। यदि यह कटोरा सूप से 4 cm ऊँचाई तक भरा जाता है, तो इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन कितना सूप तैयार किया जाता है?

उत्तर 8:

बेलनाकार कटोरे की त्रिज्या $r = 7/2 = 3.5$ और कटोरे में भरे गए सूप की ऊँचाई $h = 4$ cm है।
बेलनाकार कटोरे का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 4$

$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 4$

$= 22 \times 0.5 \times 3.5 \times 4$

$= 154\ \text{cm}^3$

इसलिए, 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन सूप का आयतन $= 250 \times 154 = 38500\ \text{cm}^3$
अतः, इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन $38500\ \text{cm}^3$ सूप तैयार किया जाता है।