गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 13)(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 13.1

प्रश्न 1:

1.5 m लंबा, 1.25 m चौड़ा और 65 cm गहरा प्लास्टिक का एक डिब्बा बनाया जाना है। इसे ऊपर से खुला रखना है। प्लास्टिक शीट की मोटाई को नगण्य मानते हुए, निर्धारित कीजिए:

(i) डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल।

(ii) इस शीट का मूल्य, यदि 1 m^2 शीट का मूल्य ₹ 20 है।

उत्तर 1:

(i) डिब्बे की लंबाई $l = 1.5$ m, चौड़ाई $b = 1.25$ m और ऊँचाई $h = 65$ cm $= 0.65$ m है।

डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल = डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल – ऊपरी भाग का क्षेत्रफल

$= 2(lb + bh + hl) - lb = 2(1.5 \times 1.25 + 1.25 \times 0.65 + 0.65 \times 1.5) - 1.5 \times 1.25 \text{ m}^2$

$= 2(1.875 + 0.8125 + 0.975) - 1.875 \text{ m}^2$

$= 2(3.6625) - 1.875 \text{ m}^2$

$= 7.325 - 1.875 = 5.45 \text{ m}^2$

अतः, डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल 5.45 m^2 है।

(ii) प्लास्टिक शीट का कुल मूल्य = ₹ 20× 5.45 = ₹ 109

प्रश्न 2:

एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 m, 4 m और 3 m हैं। ₹ 7.50 प्रति m^2 की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

कमरे की लंबाई $l = 5$ m, चौड़ाई $b = 4$ m और ऊँचाई $h = 3$ m है।

कमरे की दीवारों और छत का क्षेत्रफल = कमरे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल – फर्श का क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl) - lb$

$= 2(5 \times 4 + 4 \times 3 + 3 \times 5) - 5 \times 4 \text{ m}^2$

$= 2(20 + 12 + 15) - 20 \text{ m}^2$

$= 2(47) - 20 \text{ m}^2$

$= 94 - 20 = 74 \text{ m}^2$

अतः, कमरे की दीवारों और छत का क्षेत्रफल 74 m^2 है।

कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 7.50× 74 = ₹ 555.00

प्रश्न 3:

किसी आयताकार हॉल के फर्श का परिमाप 250 m है। यदि ₹10 प्रति m^2 की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत ₹15000 है, तो इस हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[**संकेत**: चारों दीवारों का क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल]

उत्तर 3:

माना, कमरे की लंबाई l m, चौड़ाई b m और ऊँचाई h m है।

फर्श का परिमाप $= 2(l + b)$

प्रश्नानुसार, $2(l + b) = 250$ m ... (1)

हॉल की चारों दीवारों का क्षेत्रफल $= 2(l + b)h$

₹10 प्रति m^2 की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत $= 2(l + b)h \times$ ₹10

$= 250h \times$ ₹10 [∵ समीकरण (1) से]

$=$ ₹ $2500h$

प्रश्नानुसार, ₹ $2500h =$ ₹15000

$\Rightarrow h = \frac{15000}{2500} = 6$ m

अतः, इस हॉल की ऊँचाई 6 m है।

प्रश्न 4:

किसी डिब्बे में भरा हुआ पेंट $9.375\ \text{m}^2$ के क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है। इस डिब्बे के पेंट से $22.5\ \text{cm} \times 10\ \text{cm} \times 7.5\ \text{cm}$ विमाओं वाली कितनी ईंट पेंट की जा सकती हैं?

उत्तर 4:

ईंट की लंबाई $l = 22.5$ cm, चौड़ाई $b = 10$ cm और ऊँचाई $h = 7.5$ cm है।

ईंट का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl) = 2(22.5 \times 10 + 10 \times 7.5 + 7.5 \times 22.5)\ \text{cm}^2$

$= 2(225 + 75 + 168.75)\ \text{cm}^2 = 937.5\ \text{cm}^2 = 0.09375\ \text{m}^2$

पेंट की जा सकने वाली ईंटों की संख्या $= \dfrac{\text{कुल पेंट}}{\text{एक ईंट के लिए पेंट}} = \dfrac{9.375\ \text{m}^2}{0.09375\ \text{m}^2} = 100$

अतः, इस डिब्बे के पेंट से 100 ईंटें पेंट की जा सकती हैं।

प्रश्न 5:

एक घनाकार डिब्बे का एक किनारा 10 cm लंबाई का है तथा एक अन्य घनाभाकार डिब्बे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12.5 cm, 10 cm और 8 cm हैं।

(i) किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है और कितना अधिक है?

(ii) किस डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कम है और कितना कम है?

उत्तर 5:

(i) घनाकार डिब्बे की लंबाई $l = 10$ cm है।

घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4l^2 = 4(10)^2\ \text{cm}^2 = 4(100)\ \text{cm}^2 = 400\ \text{cm}^2$

घनाभाकार डिब्बे की लंबाई $l = 12.5$ cm, चौड़ाई $b = 10$ cm और ऊँचाई $h = 8$ cm है।

घनाभाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(l + b)h = 2(12.5 + 10) \times 8\ \text{cm}^2 = 2(22.5) \times 8\ \text{cm}^2 = 360\ \text{cm}^2$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अंतर $= 400\ \text{cm}^2 - 360\ \text{cm}^2 = 40\ \text{cm}^2$

अतः, घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल घनाभाकार डिब्बे के पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल से $40\ \text{cm}^2$ अधिक है।

(ii) घनाकार डिब्बे की लंबाई $l = 10$ cm है।

घनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6l^2 = 6(10)^2\ \text{cm}^2 = 6(100)\ \text{cm}^2 = 600\ \text{cm}^2$

घनाभाकार डिब्बे की लंबाई $l = 12.5$ cm, चौड़ाई $b = 10$ cm और ऊँचाई $h = 8$ cm है।

घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(12.5 \times 10 + 10 \times 8 + 8 \times 12.5)\ \text{cm}^2 = 2(125 + 80 + 100)\ \text{cm}^2$

$= 2(305)\ \text{cm}^2$

$= 610\ \text{cm}^2$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अंतर $= 610\ \text{cm}^2 - 600\ \text{cm}^2 = 10\ \text{cm}^2$

अतः, घनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल घनाभाकार डिब्बे के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल से $10\ \text{cm}^2$ कम है।

प्रश्न 6:

एक छोटा पौधा घर (Green house) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधार भी सम्मिलित है) घर के अंदर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा घर 30 cm लंबा, 25 cm चौड़ा और 25 cm ऊँचा है।

(i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?

(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?

उत्तर 6:

(i) पौधा घर की लंबाई $l = 30$ cm, चौड़ाई $b = 25$ cm और ऊँचाई $h = 25$ cm है।

पौधा घर का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(30 \times 25 + 25 \times 25 + 25 \times 30)\ \text{cm}^2 = 2(750 + 625 + 750)\ \text{cm}^2$

$= 2(2125)\ \text{cm}^2$

$= 4250\ \text{cm}^2$

अतः, पौधा घर में प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल $4250\ \text{cm}^2$ है।

(ii) पौधा घर की लंबाई $l = 30$ cm, चौड़ाई $b = 25$ cm और ऊँचाई $h = 25$ cm है।
सभी 12 किनारों (4 लंबाई, 4 चौड़ाई और 4 ऊँचाई) के लिए टेप $= 4(l + b + h)$
$= 4(30 + 25 + 25)$ cm $= 4(80)$ cm
$= 320$ cm
अतः, सभी 12 किनारों के लिए 320 cm टेप की आवश्यकता है।

प्रश्न 7:

शांति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयों को पैक करने के लिए गत्ते के डिब्बे बनाने का ऑर्डर दे रहा था। दो मापों के डिब्बों की आवश्यकता थी। बड़े डिब्बों की माप 25 cm × 20 cm × 5 cm और छोटे डिब्बों की माप 15 cm × 12 cm × 5 cm थीं। सभी प्रकार की अतिव्यपिकता (Overlaps) के लिए कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के 5% के बराबर अतिरिक्त गत्ता लगेगा। यदि गत्ते की लागत ₹ 4 प्रति 1000 cm^2 है, तो प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की कितनी लागत आएगी?

उत्तर 7:

बड़े डिब्बों के लिए:

बड़े डिब्बे की लंबाई $l = 25$ cm, चौड़ाई $b = 20$ cm और ऊँचाई $h = 5$ cm है।
1 बड़े डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$
$= 2(25 \times 20 + 20 \times 5 + 5 \times 25)\ \text{cm}^2 = 2(500 + 100 + 125)\ \text{cm}^2 = 2(725)\ \text{cm}^2$
$= 1450\ \text{cm}^2$
अतिव्यपिकता (Overlaps) के लिए लगे गत्ते का क्षेत्रफल $= 1450\ \text{cm}^2$ का 5% $= 1450 \times \frac{5}{100} = 72.5\ \text{cm}^2$
1 बड़े डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल $= 1450 + 72.5 = 1522.5\ \text{cm}^2$
इसलिए, 250 बड़े डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल $= 250 \times 1522.5\ \text{cm}^2 = 380625\ \text{cm}^2$

छोटे डिब्बों के लिए:

छोटे डिब्बे की लंबाई $l = 15$ cm, चौड़ाई $b = 12$ cm और ऊँचाई $h = 5$ cm है।
1 छोटे डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$
$= 2(15 \times 12 + 12 \times 5 + 5 \times 15)\ \text{cm}^2 = 2(180 + 60 + 75)\ \text{cm}^2$
$= 2(315)\ \text{cm}^2$
$= 630\ \text{cm}^2$
अतिव्यपिकता (Overlaps) के लिए लगे गत्ते का क्षेत्रफल $= 630\ \text{cm}^2$ का 5% $= 630 \times \frac{5}{100} = 31.5\ \text{cm}^2$
1 छोटे डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल $= 630 + 31.5 = 661.5\ \text{cm}^2$
इसलिए, 250 छोटे डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल $= 250 \times 661.5\ \text{cm}^2 = 165375\ \text{cm}^2$

इसप्रकार, 500 डिब्बों को बनाने के लिए लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल $= 380625 + 165375 = 546000\ \text{cm}^2$
₹ 4 प्रति 1000 cm^2 की दर से, गत्ते की लागत = ₹ $546000 \times \frac{4}{1000}$ = ₹ 2184
अतः, 500 डिब्बों को बनाने के लिए लगे गत्ते की कुल लागत ₹ 2184 है।

प्रश्न 8:

परवीन अपनी कार खड़ी करने के लिए, एक संदूक के प्रकार के ढाँचे जैसा एक अस्थाई स्थान तिरपाल की सहायता से बनाना चाहती है, जो कार को चारों ओर से और ऊपर से ढक ले (सामने वाला फलक लटका हुआ होगा जिसे घुमाकर ऊपर किया जा सकता है)। यह मानते हुए कि सिलाई के समय लगा तिरपाल का अतिरिक्त कपड़ा नगण्य होगा, आधार विमाओं 4 मीटर × 3 मीटर और ऊँचाई 2.5 मीटर वाले इस ढाँचे को बनाने के लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

उत्तर 8:

ढाँचे की लंबाई $l = 4$ m, चौड़ाई $b = 3$ m और ऊँचाई $h = 2.5$ m है।
ढाँचे की दीवारों और छत का क्षेत्रफल = ढाँचे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल − फर्श का क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl) - lb$
$= 2(4 \times 3 + 3 \times 2.5 + 2.5 \times 4) - 4 \times 3\ \text{m}^2 = 2(12 + 7.5 + 10) - 12\ \text{m}^2 = 2(29.5) - 12\ \text{m}^2$
$= 59 - 12 = 47\ \text{m}^2$
अतः, ढाँचे को बनाने के लिए $47\ \text{m}^2$ तिरपाल की आवश्यकता होगी।