गणित

(www.tiwariacademy.com)

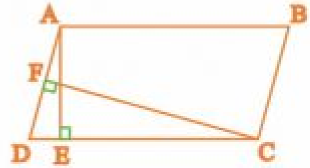
(अध्याय - 9)(समांतर चतुर्भुजों और त्रिभुजों के क्षेत्रफल)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 9.2

प्रश्न 1:

आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, $AE \perp DC$ और $CF \perp AD$ है। यदि $AB = 16$ cm, $AE = 8$ cm और $CF = 10$ cm है, तो AD ज्ञात कीजिए।



उत्तर 1:

हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ शीर्षलंब

यदि आधार DC है तो ABCD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times DC \times AE$ ... (1)

तथा यदि आधार AD है तो ABCD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times AD \times FC$ ... (2)

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{1}{2} \times DC \times AE = \frac{1}{2} \times AD \times FC$$

$\Rightarrow DC \times AE = AD \times FC$

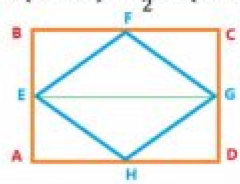
$\Rightarrow AB \times AE = AD \times FC$ [$\because DC = AB$]

$\Rightarrow 16 \times 8 = AD \times 10 \quad \Rightarrow AD = \frac{16 \times 8}{10} = 12.8$

अतः, $AD = 12.8$ cm

प्रश्न 2:

यदि E, F, G और H क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य-बिंदु हैं, तो दर्शाइए कि $ar(EFGH) = \frac{1}{2}ar(ABCD)$ है।



उत्तर 2:

$AB = CD$ [$\because$ दिया है]

$\Rightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

$\Rightarrow BE = CG$ ... (1) [$\because$ E और G क्रमशः भुजाओं AB और CD की के मध्य-बिंदु हैं]

तथा $BE \parallel CG$ ... (2) [$\because AB \parallel CD$]

समीकरण (1) और (2) से, BEGC एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः, $ar(GEF) = \frac{1}{2}ar(BEGC)$ ... (3)

[$\because$ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

इसीप्रकार, $AB = CD$ [$\because$ दिया है]

$\Rightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$

$\Rightarrow AE = DG$ ... (4) [$\because$ E और G क्रमशः भुजाओं AB और CD की के मध्य-बिंदु हैं]

तथा $AE \parallel DG$ ... (5) [$\because AB \parallel CD$]

समीकरण (4) और (5) से, BEGC एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः, $ar(GEH) = \frac{1}{2}ar(ADGE)$ ... (6)

समीकरण (3) और (6) को जोड़ने पर

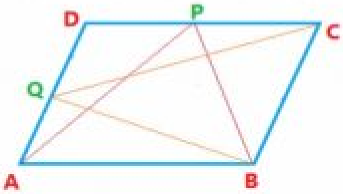
$$ar(GEF) + ar(GEH) = \frac{1}{2}ar(BEGC) + \frac{1}{2}ar(ADGE)$$

$$\Rightarrow ar(EFGH) = \frac{1}{2}ar(ABCD)$$

प्रश्न 3:

P और Q क्रमशः समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं DC और AD पर स्थित बिंदु हैं। दर्शाइए कि $ar(\text{APB}) = ar(\text{BQC})$ है।

उत्तर 3:



त्रिभुज ABP और समांतर चतुर्भुज ABCD एक ही आधार AB और एक ही समांतर रेखाओं AB || CD के बीच स्थित हैं।

अतः, $ar(\text{APB}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABCD})$ ... (1)

[∵ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

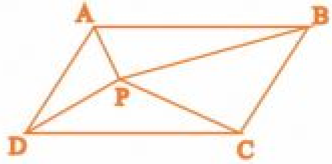
इसीप्रकार,

त्रिभुज BQC और समांतर चतुर्भुज ABCD एक ही आधार BC और एक ही समांतर रेखाओं AD || BC के बीच स्थित हैं।

अतः, $ar(\text{BQC}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABCD})$ ... (2)

समीकरण (1) और (2) से, $ar(\text{APB}) = ar(\text{BQC})$

प्रश्न 4:



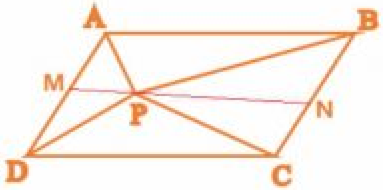
आकृति में, P समांतर चतुर्भुज ABCD के अभ्यंतर में स्थित कोई बिंदु है। दर्शाइए कि

(i) $ar(\text{APB}) + ar(\text{PCD}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABCD})$

(ii) $ar(\text{APD}) + ar(\text{PBC}) = ar(\text{APB}) + ar(\text{PCD})$

[**संकेत**: P से होकर AB के समांतर एक रेखा खीचिए।]

उत्तर 4:



(i) रचना: P से होकर AB के समांतर एक रेखा MPN खींची।

AB || MN ... (1) [∵ रचना से]

तथा AM || BN ... (2) [∵ AD || BC]

समीकरण (1) और (2) से

ABNM एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः, $ar(\text{APB}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABNM})$ ... (3)

[∵ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

इसीप्रकार,

DC || MN ... (4) [∵ रचना से]

तथा DM || CN ... (5) [∵ AD || BC]

समीकरण (4) और (5) से

MDCN एक समांतर चतुर्भुज है।

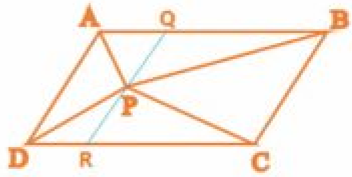
अतः, $ar(\text{PCD}) = \frac{1}{2}ar(\text{MDCN})$ ... (6)

समीकरण (3) और (6) को जोड़ने पर

$$ar(\text{APB}) + ar(\text{PCD}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABNM}) + \frac{1}{2}ar(\text{MDCN})$$

$\Rightarrow ar(\text{APB}) + ar(\text{PCD}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABCD})$ ... (7)

(ii) रचना: P से होकर AD के समांतर एक रेखा QPR खींची।



AD || QR ... (8) [∵ रचना से]

तथा AQ || DR ... (9) [∵ AB || DC]

समीकरण (8) और (9) से

AQRD एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः, $ar(\text{APD}) = \frac{1}{2}ar(\text{AQRD})$ ... (10)

[∵ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

इसीप्रकार,

BC || QR ... (11) [∵ रचना से]

तथा QB || RC ... (12) [∵ AB || DC]

समीकरण (11) और (12) से, BCRQ एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः, $ar(\text{PBC}) = \frac{1}{2}ar(\text{BCRQ})$ ... (13)

समीकरण (10) और (13) को जोड़ने पर

$$ar(\text{APD}) + ar(\text{PBC}) = \frac{1}{2}ar(\text{AQRD}) + \frac{1}{2}ar(\text{BCRQ})$$

$\Rightarrow ar(\text{APD}) + ar(\text{PBC}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABCD})$ ... (14)

समीकरण (7) और (14) से

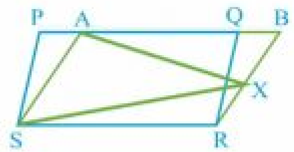
$ar(\text{APD}) + ar(\text{PBC}) = ar(\text{APB}) + ar(\text{PCD})$

प्रश्न 5:

PQRS और ABRS समांतर चतुर्भुज हैं तथा X भुजा BR पर स्थित कोई बिंदु है । दर्शाइए कि

(i) $ar(\text{PQRS}) = ar(\text{ABRS})$

(ii) $ar(\text{AXS}) = \frac{1}{2}ar(\text{PQRS})$



उत्तर 5:

(i) समांतर चतुर्भुज PQRS और ABRS एक ही आधार RS और एक ही समांतर रेखाओं SR || PB के बीच स्थित हैं।

अतः, $ar(\text{PQRS}) = ar(\text{ABRS})$ ... (1)

[∵ एक ही आधार वाले और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित समांतर चतुर्भुज क्षेत्रफल में बराबर होते है]

(ii) त्रिभुज AXS और समांतर चतुर्भुज ABRS एक ही आधार AS और एक ही समांतर रेखाओं AS || BR के बीच स्थित हैं।

अतः, $ar(\text{AXS}) = \frac{1}{2}ar(\text{ABRS})$ ... (2)

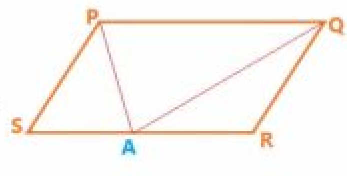
[∵ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

समीकरण (1) और (2) से

$$ar(\text{AXS}) = \frac{1}{2}ar(\text{PQRS})$$

प्रश्न 6:

एक किसान के पास समांतर चतुर्भुज PQRS के रूप का एक खेत था। उसने RS पर स्थित कोई बिंदु A लिया और उसे P और Q से मिला दिया। खेत कितने भागों में विभाजित हो गया है? इन भागों के आकार क्या हैं? वह किसान खेत में गेंहूँ और दालें बराबर-बराबर भागों में अलग-अलग बोना चाहती है। वह ऐसा कैसे करे?



उत्तर 6:

खेत 3 भागों में विभाजित हो गया है: ΔAPS, ΔAPQ और ΔARQ

त्रिभुज APQ और समांतर चतुर्भुज PQRS एक ही आधार PQ और एक ही समांतर रेखाओं PQ || SR के बीच स्थित हैं।

अतः, $ar(\text{APQ}) = \frac{1}{2}ar(\text{PQRS})$

[∵ यदि एक त्रिभुज और एक समांतर चतुर्भुज एक ही आधार और एक ही समांतर रेखाओं के बीच स्थित हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल का आधा होता है।]

अतः, किसान एक फसल को ΔAPQ में बो सकती है तथा दूसरी फसल को खेत के बचे हुए भाग ΔASP और ΔARQ में बो सकती है।