

# गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 8) (चतुर्भुज)

(कक्षा - 9)

## प्रश्नावली 8.2

### प्रश्न 1:

ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य-बिंदु हैं (देखिए आकृति)। AC उसका एक विकर्ण है। दर्शाइए कि

(i)  $SR \parallel AC$  और  $SR = \frac{1}{2}AC$  है।

(ii)  $PQ = SR$  है।

(iii) PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।

### उत्तर 1:

(i)  $\triangle ACD$  में,

S भुजा DA का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

R भुजा DC का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $SR \parallel AC$  और  $SR = \frac{1}{2}AC$  ... (1) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

(ii)  $\triangle ACD$  में,

P भुजा AB का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $PQ \parallel AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$  ... (2) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

समीकरण (1) और (2) से

$PQ \parallel SR$  ... (3) [ $\because PQ \parallel AC$  और  $SR \parallel AC$ ]

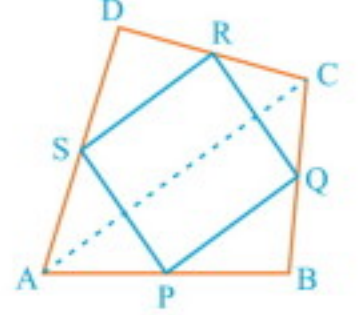
और  $PQ = SR$  ... (4) [ $\because SR = \frac{1}{2}AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$ ]

(iii) चतुर्भुज PQRS में,

$PQ \parallel SR$  और  $PQ = SR$

[ $\because$  समीकरण (3) और (4) से]

अतः, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।



### प्रश्न 2:

ABCD एक समचतुर्भुज है और P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य-बिंदु हैं। दर्शाइए कि चतुर्भुज PQRS एक आयत है।

### उत्तर 2:

$\triangle ABC$  में,

P भुजा AB का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $PQ \parallel AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$  ... (1) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

इसीप्रकार,  $\triangle ACD$  में,

S भुजा AD का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

R भुजा CD का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $SR \parallel AC$  और  $SR = \frac{1}{2}AC$  ... (2) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

समीकरण (1) और (2) से

$PQ \parallel SR$  ... (3) [ $\because PQ \parallel AC$  और  $SR \parallel AC$ ]

और  $PQ = SR$  ... (4) [ $\because SR = \frac{1}{2}AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$ ]

अतः, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।

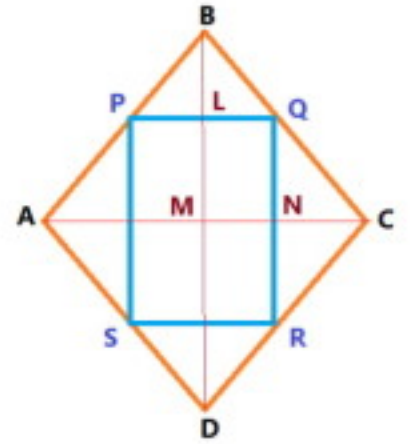
इसीप्रकार,  $\triangle ABC$  में,

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

R भुजा CD का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]



# गणित

(www.tiwariacademy.com)

## (अध्याय - 8) (चतुर्भुज)

### (कक्षा - 9)

अतः,  $QR \parallel BD$

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

$\Rightarrow QN \parallel LM$

... (5)

तथा,  $LQ \parallel MN$

... (6) [ $\because PQ \parallel AC$ ]

समीकरण (5) और (6) से  
LMNQ एक समांतर चतुर्भुज है।

अतः,  $\angle LMN = \angle LQN$

[ $\because$  समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

परन्तु,  $\angle LMN = 90^\circ$

[ $\because$  समचतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित होते हैं]

अतः,  $\angle LQN = 90^\circ$

एक समांतर चतुर्भुज जिसका एक कोण समकोण हो, आयत होता है। अतः PQRS एक आयत है।

### प्रश्न 3:

ABCD एक आयत है, जिसमें P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य-बिंदु हैं। दर्शाइए कि चतुर्भुज PQRS एक समचतुर्भुज है।

### उत्तर 3:

$\Delta ABC$  में,

P भुजा AB का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $PQ \parallel AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$  ... (1)

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

इसीप्रकार,  $\Delta ACD$  में,

S भुजा AD का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

R भुजा CD का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $SR \parallel AC$  और  $SR = \frac{1}{2}AC$  ... (2)

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

समीकरण (1) और (2) से

$PQ \parallel SR$

... (3) [ $\because PQ \parallel AC$  और  $SR \parallel AC$ ]

और  $PQ = SR$

... (4) [ $\because SR = \frac{1}{2}AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$ ]

अतः, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है।

इसीप्रकार,  $\Delta BCD$  में,

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

R भुजा CD का मध्य-बिंदु हैं

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $QR = \frac{1}{2}BD$

... (5) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

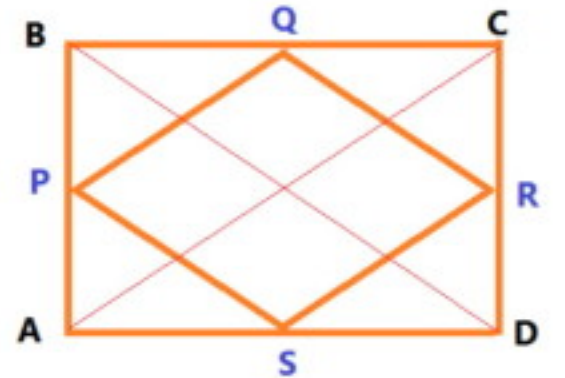
दिया है:  $AC = BD$

... (6) [ $\because$  आयत के विकर्ण बराबर होते हैं]

समीकरण (1), (5) और (6) से

$PQ = QR$

अतः, PQRS एक समचतुर्भुज है। क्योंकि एक समांतर चतुर्भुज जिसकी आसन्न भुजाएँ समान हों, समचतुर्भुज होता है।



### प्रश्न 4:

ABCD एक समलंब है, जिसमें  $AB \parallel DC$  है। साथ ही, BD एक विकर्ण है और E भुजा AD का मध्य-बिंदु है। E से होकर एक रेखा AB के समांतर खींची गई है, जो BC को F पर प्रतिच्छेद करती है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि F भुजा BC का मध्य-बिंदु है।

### उत्तर 4:

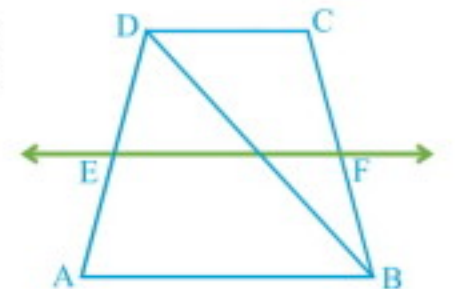
$\Delta ABD$  में,

E भुजा AD का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

तथा  $EG \parallel AB$

[ $\because$  दिया है]



# गणित

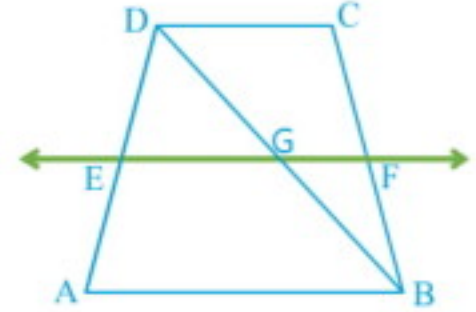
(www.tiwariacademy.com)

## (अध्याय - 8) (चतुर्भुज)

### (कक्षा - 9)

अतः, G भुजा BD का मध्य-बिंदु होगा  
इसीप्रकार,  
 $\Delta BCD$  में,  
G भुजा BD का मध्य-बिंदु है  
तथा  $FG \parallel DC$   
अतः, F भुजा BC का मध्य-बिंदु होगा

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय के विलोम से]  
  
[ $\because$  ऊपर सिद्ध किया गया है]  
[ $\because$  दिया है]  
[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय के विलोम से]



### प्रश्न 5:

एक समांतर चतुर्भुज ABCD में E और F क्रमशः भुजाओं AB और CD के मध्य-बिंदु हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि रेखाखंड AF और EC विकर्ण BD को समत्रिभाजित करते हैं।

### उत्तर 5:

चतुर्भुज ABCD में

$$AB = CD$$

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$$

$$\Rightarrow AE = CF$$

चतुर्भुज AECF में

$$AE = CF$$

$$AE \parallel CF$$

अतः, AECF एक समांतर चतुर्भुज है।

$\Delta DCQ$  में,

F भुजा DC का मध्य-बिंदु है

तथा  $FP \parallel CQ$

अतः, P भुजा DQ का मध्य-बिंदु होगा

$$\text{अतः, } DP = PQ \quad \dots (1)$$

इसीप्रकार,

$\Delta ABP$  में,

E भुजा AB का मध्य-बिंदु है

तथा  $EQ \parallel AP$

अतः, Q भुजा PB का मध्य-बिंदु होगा

$$\text{अतः, } PQ = QB \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से

$$DP = PQ = QB$$

अतः, रेखाखंड AF और EC विकर्ण BD को समत्रिभाजित करते हैं।

[ $\because$  दिया है]

[ $\because$  E और F क्रमशः भुजाओं AB और CD के मध्य-बिंदु हैं]

[ $\because$  ऊपर सिद्ध किया गया है]

[ $\because$  समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समांतर होती हैं]

[ $\because$  दिया है]

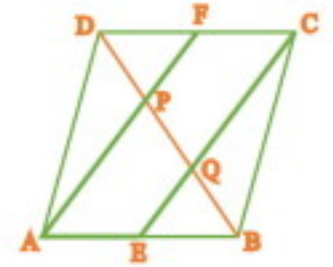
[ $\because$  AECF एक समांतर चतुर्भुज है]

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय के विलोम से]

[ $\because$  दिया है]

[ $\because$  AECF एक समांतर चतुर्भुज है]

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय के विलोम से]



### प्रश्न 6:

दर्शाइए कि किसी चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

### उत्तर 6:

दिया है: ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्य-बिंदु हैं।

$\Delta ACD$  में,

S भुजा DA का मध्य-बिंदु है

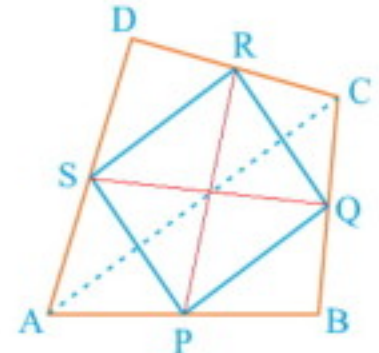
R भुजा DC का मध्य-बिंदु है

$$\text{अतः, } SR \parallel AC \text{ और } SR = \frac{1}{2}AC \quad \dots (1)$$

[ $\because$  दिया है]

[ $\because$  दिया है]

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]



# गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 8) (चतुर्भुज)

(कक्षा - 9)

$\triangle ACD$  में,

P भुजा AB का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

Q भुजा BC का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

अतः,  $PQ \parallel AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$  ... (2) [ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय]

समीकरण (1) और (2) से

$PQ \parallel SR$

... (3) [ $\because PQ \parallel AC$  और  $SR \parallel AC$ ]

और  $PQ = SR$

... (4) [ $\because SR = \frac{1}{2}AC$  और  $PQ = \frac{1}{2}AC$ ]

चतुर्भुज PQRS में,

$PQ \parallel SR$  और  $PQ = SR$

[ $\because$  समीकरण (3) और (4) से]

अतः, PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तथा समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

इसलिए, रेखाखंड SQ और PR परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

## प्रश्न 7:

ABC एक त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। कर्ण AB के मध्य-बिंदु M से होकर BC के समांतर खींची गई रेखा AC को D पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि

(i) D भुजा AC का मध्य-बिंदु है।

(ii)  $MD \perp AC$  है।

(iii)  $CM = MA = \frac{1}{2}AB$  है।

## उत्तर 7:

(i)  $\triangle ABC$  में,

M भुजा AB का मध्य-बिंदु है

[ $\because$  दिया है]

तथा  $DM \parallel BC$

[ $\because$  दिया है]

अतः, D भुजा AC का मध्य-बिंदु होगा

[ $\because$  मध्य-बिंदु प्रमेय के विलोम से]

(ii)  $\angle ADM = \angle ACB$

[ $\because$  संगत कोण]

$\Rightarrow \angle ADM = 90^\circ$

[ $\because \angle ACB = 90^\circ$ ]

अतः,  $MD \perp AC$  है।

(iii)  $\triangle AMD$  और  $\triangle CMD$  में,

$AD = DC$

[ $\because$  ऊपर सिद्ध किया गया है]

$\angle ADM = \angle CDM$

[ $\because$  प्रत्येक  $90^\circ$ ]

$DM = DM$

[ $\because$  उभयनिष्ठ]

अतः,  $\triangle AMD \cong \triangle CMD$

[ $\because$  SAS सर्वांगसमता नियम]

$AM = CM$

[ $\because$  सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

परन्तु,  $AM = \frac{1}{2}AB$

[ $\because$  दिया है]

इसलिए,  $CM = AM = \frac{1}{2}AB$

