गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 7)(त्रिभुज)

(कक्षा - 9)

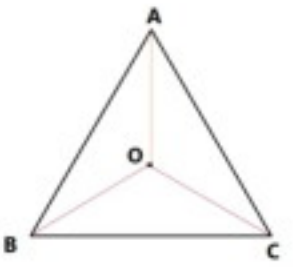
प्रश्नावली 7.2

प्रश्न 1:

एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC में जिसमें AB = AC है, ∠B और ∠C के समद्विभाजक परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। A और O को जोड़िए। दर्शाइए कि

(i) OB = OC

(ii) OA कोण A को समद्विभाजित करता है।



उत्तर 1:

(i) ABC में AB = AC [∵ दिया है]

अतः, ∠ACB = ∠ABC [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2}\angle ABC$

⇒ ∠ACO = ∠ABO [∵ OB और OC क्रमशः ∠B और ∠C के समद्विभाजक हैं]

ΔABO और ΔACO में,

AB = AC [∵ दिया है]

∠ABO = ∠ACO [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

AO = AO [∵उभयनिष्ठ]

अतः, ΔABO ≅ ΔACO [∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

OB = OC [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

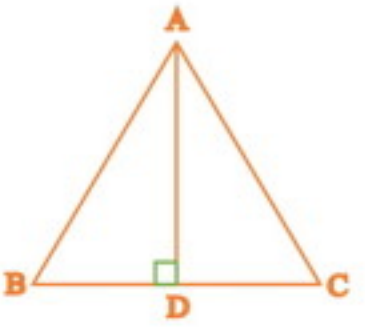
(ii) ΔABO ≅ ΔACO [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

∠BAO = ∠CAO [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, OA कोण A को समद्विभाजित करता है।

प्रश्न 2:

ΔABC में AD भुजा BC का लम्ब समद्विभाजक है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है, जिसमें AB = AC है।



उत्तर 2:

ΔABD और ΔACD में,

BD = DC [∵ AD भुजा BC का समद्विभाजक है]

∠ADB = ∠ADC [∵ प्रत्येक 90°]

AD = AD [∵ उभयनिष्ठ]

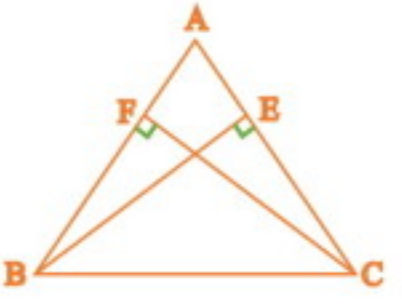
अतः, ΔABD ≅ Δ ACD [∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

AB = AC [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 3:

ABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है, जिसमें बराबर भुजाओं AC और AB पर क्रमशः शीर्षलम्ब BE और CF खींचे गए हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि ये शीर्षलम्ब बराबर हैं।



उत्तर 3:

ΔABE और ΔACF में,

∠AEB = ∠AFC [∵ प्रत्येक 90°]

∠A = ∠A [∵उभयनिष्ठ]

AB = AC [∵ दिया है]

अतः, ΔABE ≅ ΔACF [∵ AAS सर्वांगसमता नियम]

BE = CF [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 7) (त्रिभुज)

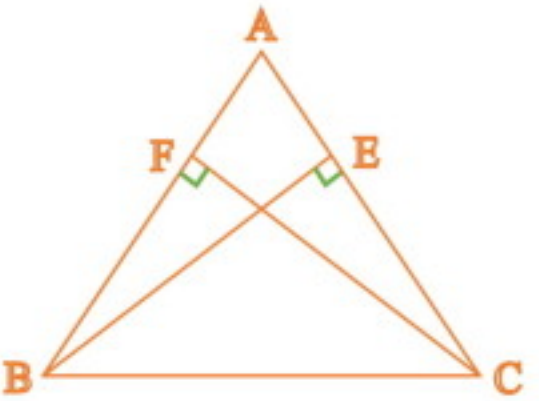
(कक्षा – 9)

प्रश्न 4:

ABC एक त्रिभुज है, जिसमें AC और AB पर खींचे गए शीर्षलम्ब BE और CF बराबर हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि

(i) $\Delta ABE \cong \Delta ACF$

(ii) AB = AC, अर्थात ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है।



उत्तर 4:

(i) ΔABE और ΔACF में,

$\angle AEB = \angle AFC$ [∵ प्रत्येक 90°]

$\angle A = \angle A$ [∵उभयनिष्ठ]

BE = CF [∵ दिया है]

अतः, $\Delta ABE \cong \Delta ACF$ [∵ AAS सर्वांगसमता नियम]

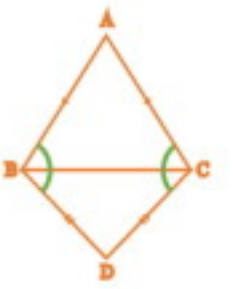
(ii) $\Delta ABE \cong \Delta ACF$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

AB = AC [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, ΔABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 5:

ABC और DBC समान आधार BC पर स्थित दो समद्विभाहु त्रिभुज हैं (देखिए आकृति) । दर्शाइए कि $\angle ABD = \angle ACD$ है।



उत्तर 5:

ΔABC में,

AB = AC [∵ दिया है]

$\angle ABC = \angle ACB$ ... (1) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

ΔDBC में,

DB = DC [∵ दिया है]

$\angle DBC = \angle DCB$ ... (2) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

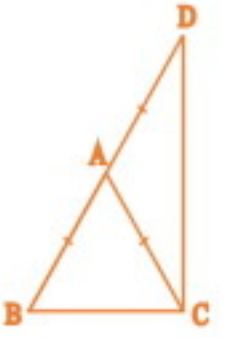
समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर

$\angle ABC + \angle DBC = \angle ACB + \angle DCB$

$\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$

प्रश्न 6:

ABC एक समद्विभाहु त्रिभुज है, जिसमें AB = AC है। भुजा BA बिंदु D तक इस प्रकार बढ़ाई गई है कि AD = AB है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\angle BCD$ एक समकोण है।



उत्तर 6:

ΔACD में, AB = AC [∵ दिया है]

$\angle ACD = \angle D$ ... (1) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

ΔABC में, AB = AC [∵ दिया है]

$\angle B = \angle ACB$ ... (2) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

ΔDBC में, $\angle D + \angle B + \angle BCD = 180°$

$\Rightarrow \angle ACD + \angle ACB + \angle BCD = 180°$ [∵ समीकरण (1) और (2) से]

$\Rightarrow \angle BCD + \angle BCD = 180°$ [$\because \angle ACD + \angle ACB = \angle BCD$]

$\Rightarrow 2\angle BCD = 180° \quad \Rightarrow \angle BCD = \frac{180°}{2} = 90°$

अतः, $\angle BCD$ एक समकोण है।

गणित

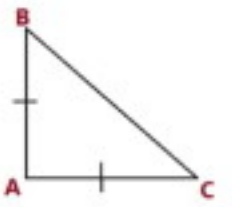
(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 7)(त्रिभुज)

(कक्षा – 9)

प्रश्न 7:

ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें $\angle A = 90°$ और $AB = AC$ है। $\angle B$ और $\angle C$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर 7:

ΔABC में,

$AB = AC$ [∵ दिया है]

$\angle B = \angle C$ [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\Rightarrow 90° + \angle B + \angle C = 180°$ [∵ $\angle A = 90°$]

$\Rightarrow 90° + \angle B + \angle B = 180°$ [∵ $\angle C = \angle B$]

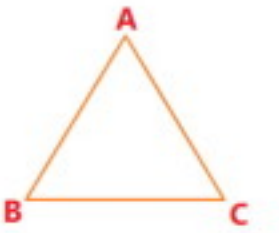
$\Rightarrow 2\angle B = 180° - 90° = 90°$

$\Rightarrow \angle B = \frac{90°}{2} = 45°$

अतः, $\angle B = \angle C = 90°$

प्रश्न 8:

दर्शाइए कि किसी समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण $60°$ होता है।



उत्तर 8:

ΔABC में,

$AB = AC$ [∵ दिया है]

$\angle C = \angle B$ ... (1) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

इसी प्रकार

ΔABC में,

$AB = BC$ [∵ दिया है]

$\angle C = \angle A$ ... (2) [∵ समद्विभाहु त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

समीकरण (1) और (2) से

$\angle A = \angle B = \angle C$ ... (3)

ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$\Rightarrow \angle A + \angle A + \angle A = 180°$ [∵ समीकरण (3) से]

$\Rightarrow 3\angle A = 180°$

$\Rightarrow \angle A = \frac{180°}{3} = 60°$

अतः, $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$