गणित

(www.tiwariacademy.com)

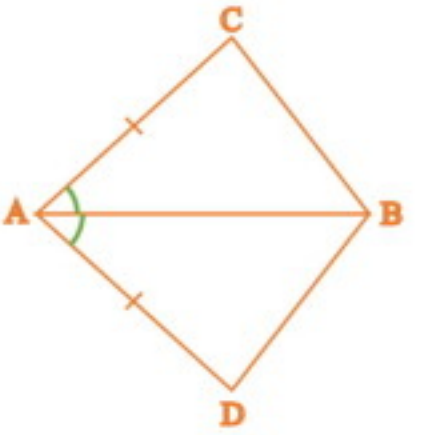
(अध्याय – 7)(त्रिभुज)

(कक्षा - 9)

प्रश्नावली 7.1

प्रश्न 1:

चतुर्भुज ABCD में, AC = AD है और AB कोण A को समद्विभाजित करता है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ है। BC और BD के बारे में आप क्या कह सकते हैं?



उत्तर 1:

ΔACB और ΔADB में,

$AC = AD$	[∵ दिया है]
$\angle CAB = \angle DAB$	[∵ AB कोण A को समद्विभाजित करता है]
$AB = AB$	[∵उभयनिष्ठ]
अतः, $\Delta ABC \cong \Delta ABD$	[∵ SAS सर्वांगसमता नियम]
$BC = BD$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

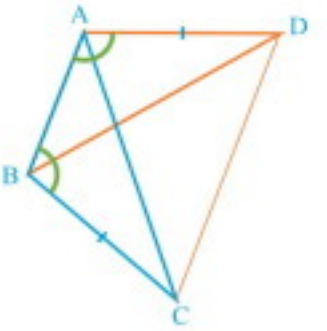
प्रश्न 2:

ABCD एक चतुर्भुज है, जिसमे AD = BC और $\angle DAB = \angle CBA$ है (देखिए आकृति) । सिद्ध कीजिए कि

(i) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$

(ii) $BD = AC$

(iii) $\angle ABD = \angle BAC$



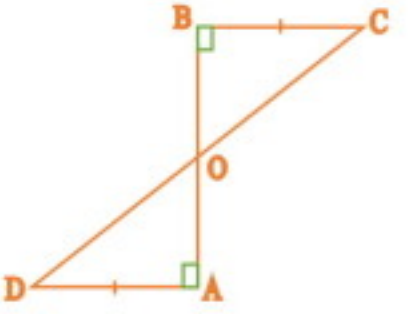
उत्तर 2:

(i) ΔABD और ΔBAC में,

$AD = BC$	[∵ दिया है]
$\angle DAB = \angle CAB$	[∵ दिया है]
$AB = AB$	[∵ उभयनिष्ठ]
अतः, $\Delta ABD \cong \Delta BAC$	[∵ SAS सर्वांगसमता नियम]
(ii) $BD = AC$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]
(iii) $\angle ABD = \angle BAC$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

प्रश्न 3:

एक रेखाखंड AB पर AD और BC दो बराबर लंब रेखाखंड हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि CD रेखाखंड AB को समद्विभाजित करता है।



उत्तर 3:

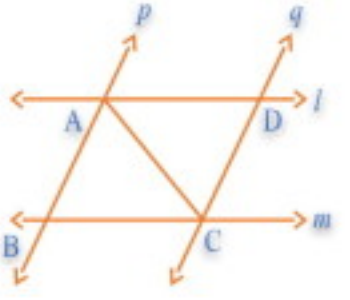
ΔOCB और ΔODA में,

$\angle BOC = \angle AOD$	[∵ शीर्षाभिमुख कोण]
$\angle CBO = \angle DAO$	[∵ प्रत्येक 90°]
$BC = AD$	[∵ दिया है]
अतः, $\Delta OCB \cong \Delta ODA$	[∵ AAS सर्वांगसमता नियम]
$BO = AO$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

अतः, CD रेखाखंड AB को समद्विभाजित करता है।

प्रश्न 4:

l और m दो समांतर रेखाएँ हैं जिन्हें समांतर रेखाओं p और q का एक अन्य युग्म प्रतिच्छेदित करता है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ है।



उत्तर 4:

ΔABC और ΔCDA में,

$\angle BAC = \angle ACD$ [∵ एकांतर कोण]

$AC = AC$ [∵ उभयनिष्ठ]

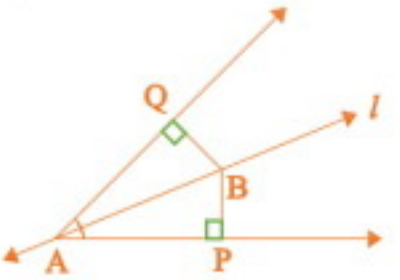
$\angle BCA = \angle DAC$ [∵ एकांतर कोण]

अतः, $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ [∵ ASA सर्वांगसमता नियम]

प्रश्न 5:

रेखा l कोण A को समद्विभाजित करती है और B रेखा l पर स्थित कोई बिंदु है। BP और BQ कोण A की भुजाओं पर B से डाले गए लम्ब हैं (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि

(i) $\Delta APB \cong \Delta AQB$ **(ii)** BP = BQ है, अर्थात बिंदु B कोण की भुजाओं से संदूरस्थ है।



उत्तर 5:

(i) ΔAPB और ΔAQB में,

$\angle APB = \angle AQB$ [∵ प्रत्येक 90°]

$\angle PAB = \angle QAB$ [∵ रेखा l कोण A को समद्विभाजित करती है]

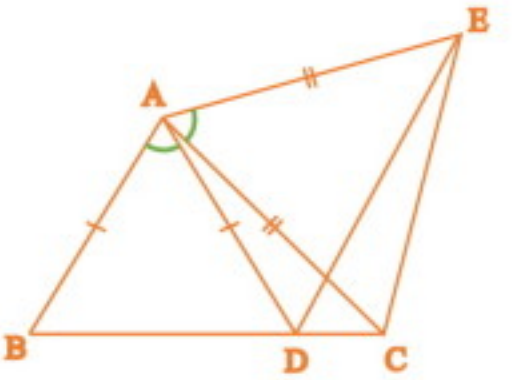
$AB = AB$ [∵ उभयनिष्ठ]

अतः, $\Delta APB \cong \Delta AQB$ [∵ AAS सर्वांगसमता नियम]

(ii) BP = BQ [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

प्रश्न 6:

आकृति में, AC = AE, AB = AD और $\angle BAD = \angle EAC$ है। दर्शाइए कि BC = DE है।



उत्तर 6:

$\angle BAD = \angle EAC$ [∵ दिया है]

दोनों ओर $\angle DAC$ जोड़ने पर

$\angle BAD + \angle DAC = \angle EAC + \angle DAC$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle EAD$

ΔBAC और ΔDAE में,

$AB = AD$ [∵ दिया है]

$\angle BAC = \angle EAD$ [∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]

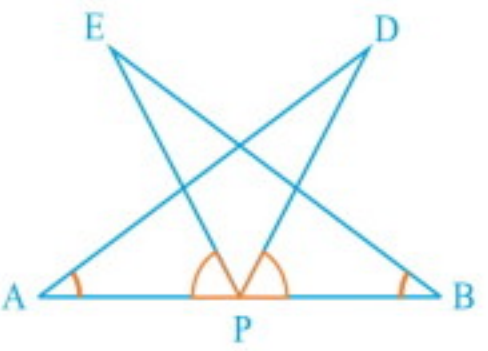
$AC = AE$ [∵ दिया है]

अतः, $\Delta BAC \cong \Delta DAE$ [∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

BC = DE [∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

प्रश्न 7:

AB एक रेखाखंड है और P इसका मध्य-बिंदु है। D और E रेखाखंड के एक ही ओर स्थित दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle BAD = \angle ABE$ और $\angle EPA = \angle DPB$ है। (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि **(i)** $\Delta DAP \cong \Delta EBP$ **(ii)** AD = BE



उत्तर 7:

(i) $\angle EPA = \angle DPB$ [∵ दिया है]

दोनों ओर $\angle EPD$ जोड़ने पर

$\angle EPA + \angle EPD = \angle DPB + \angle EPD$

$\Rightarrow \angle APD = \angle BPE$

ΔDAP और ΔEBP में,

$\angle A = \angle B$	[∵ दिया है]
$AP = PB$	[∵ P रेखाखंड AB का मध्य-बिंदु है]
$\angle APD = \angle BPE$	[∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]
अतः, $\Delta DAP \cong \Delta EBP$	[∵ ASA सर्वांगसमता नियम]
(ii) $AD = BE$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

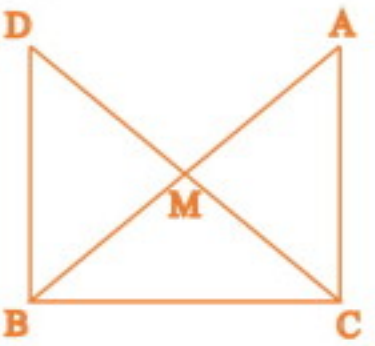
प्रश्न 8:

एक समकोण त्रिभुज ABC में, जिसमे कोण C समकोण है, M कर्ण AB का मध्य-बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि DM = CM है। बिंदु D को बिंदु B से मिला दिया जाता है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि

(i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$

(ii) $\angle DBC$ एक समकोण है।

(iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$



उत्तर 8:

(i) ΔAMC और ΔBMD में,

$CM = DN$	[∵ दिया है]
$\angle AMC = \angle BMD$	[∵ शीर्षाभिमुख कोण]
$AM = MB$	[∵ M रेखाखंड AB का मध्य-बिंदु है]
अतः, $\Delta AMC \cong \Delta BMD$	[∵ SAS सर्वांगसमता नियम]

(ii) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$	[∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]
$\angle CAM = \angle DBM$	[∵ सर्वांगसम त्रिभुज के संगत भाग बराबर होते हैं]

क्योंकि एकांतर कोण ($\angle CAM$ और $\angle DBM$) बराबर है, अतः $AC \parallel BD$

$\angle ACB + \angle DBC = 180°$	[∵ अंतः कोण सम्पूरक होते हैं]
$\Rightarrow 90° + \angle DBC = 180°$	[∵ कोण C समकोण है]
$\Rightarrow \angle DBC = 180° - 90° = 90°$	

अतः, $\angle DBC$ एक समकोण है।

(iii) ΔDBC और ΔACB में,

$DB = AC$	[∵ $\Delta AMC \cong \Delta BMD$]
$\angle DBC = \angle ACB$	[∵ ऊपर सिद्ध किया गया है]
$BC = BC$	[∵ M रेखाखंड AB का मध्य-बिंदु है]
अतः, $\Delta DBC \cong \Delta ACB$	[∵ SAS सर्वांगसमता नियम]