गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 4)(दो चरों वाले रैखिक समीकरण)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 4.3

प्रश्न 1:

दो चरों वाले निम्नलिखित रैखिक समीकरणों में से प्रत्येक का आलेख खींचिए:

(i) $x + y = 4$ **(ii)** $x - y = 2$ **(iii)** $y = 3x$ **(iv)** $3 = 2x + y$

उत्तर 1:

(i) $x + y = 4$

$\Rightarrow y = 4 - x$

$x = 0$ रखने पर, $y = 4 - 0 = 4$

$x = 1$ रखने पर, $y = 4 - 1 = 3$

अतः, $A(0, 4)$ और $B(1, 3)$ समीकरण के एक हल हैं।

(ii) $x - y = 2$

$\Rightarrow y = x - 2$

$x = 0$ रखने पर, $y = 0 - 2 = -2$

$x = 1$ रखने पर, $y = 1 - 2 = -1$

अतः, $C(0, -2)$ और $D(1, -1)$ समीकरण के एक हल हैं।

(iii) $y = 3x$

$y = 3x$

$x = 0$ रखने पर, $y = 3 \times 0 = 0$

$x = 1$ रखने पर, $y = 3 \times 1 = 3$

अतः, $E(0, 0)$ और $B(1, 3)$ समीकरण के एक हल हैं।

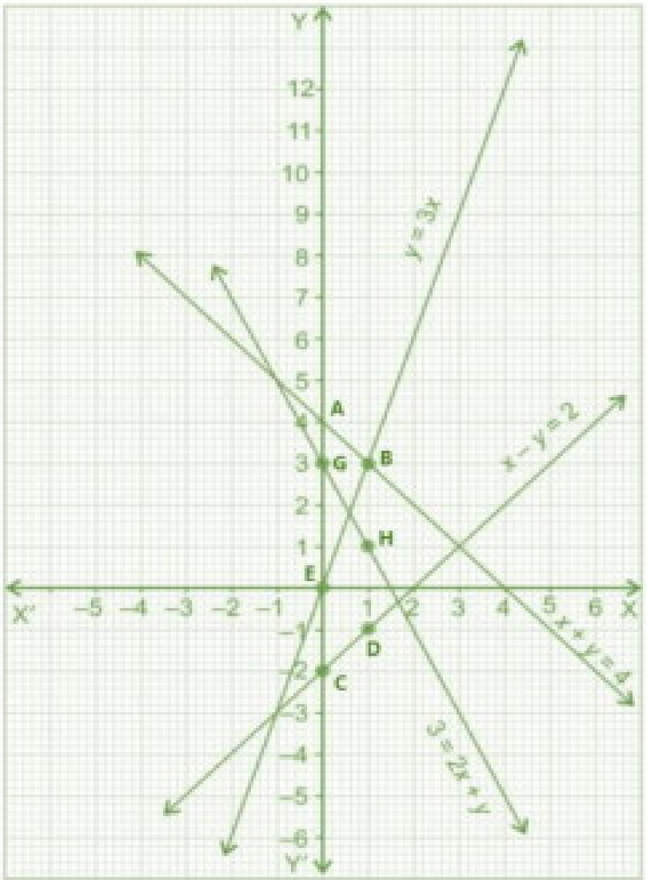
(iv) $3 = 2x + y$

$\Rightarrow y = 3 - 2x$

$x = 0$ रखने पर, $y = 3 - 2 \times 0 = 3$

$x = 1$ रखने पर, $y = 3 - 2 \times 1 = 1$

अतः, $G(0, 3)$ और $H(1, 1)$ समीकरण के एक हल हैं।



प्रश्न 2:

बिंदु $(2, 14)$ से होकर जाने वाली दो रेखाओं के समीकरण लिखिए। इस प्रकार की और कितनी रेखाएँ हो सकती हैं, और क्यों?

उत्तर 2:

बिंदु $(2, 14)$ से होकर जाने वाली दो रेखाओं के समीकरण निम्नलिखित हैं: $x + y = 16$ और $8x - y = 2$

इस प्रकार की अपरिमित अनेक रेखाएँ हो सकती हैं। क्योंकि किसी बिंदु से हो कर जाने वाली असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

प्रश्न 3:

यदि बिंदु $(3, 4)$ समीकरण $3y = ax + 7$ के आलेख पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

दिया है: $3y = ax + 7$

$3y = ax + 7$ में $x = 3$ और $y = 4$ रखने पर, $3 \times 4 = a \times 3 + 7$

$\Rightarrow 12 = 3a + 7 \quad \Rightarrow 12 - 7 = 3a \quad \Rightarrow a = \frac{5}{3}$

प्रश्न 4:

एक नगर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित है: पहले किलोमीटर का किराया 8 रु है और उसके बाद की दूरी के लिए प्रति किलोमीटर का किराया 5 रु है। यदि तय की गई दूरी x किलोमीटर हो, और कुल किराया y रु हो, तो इसका एक रैखिक समीकरण लिखिए और उसका आलेख खींचिए।

उत्तर 4:

तय की गई कुल दूरी = x किलोमीटर,   कुल किराया = ₹ y

कुल किराया = पहले किलोमीटर का किराया + उसके बाद की दूरी का किराया

इसलिए, रैखिक समीकरण $y = 8 + 5 \times (x - 1) \quad \Rightarrow y = 5x + 3$

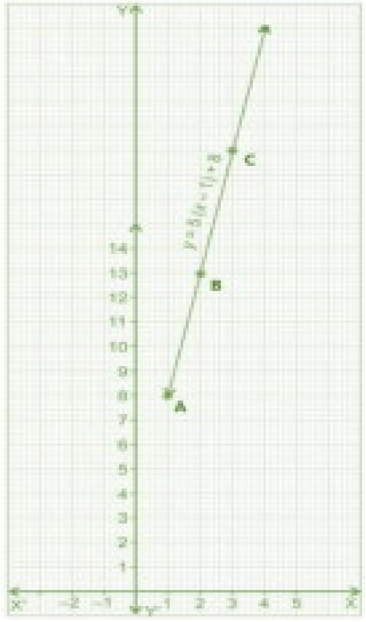
आलेख बनाने के लिए:

$x = 1$ रखने पर, $y = 5 \times 1 + 3 = 8$

$x = 2$ रखने पर, $y = 5 \times 2 + 3 = 13$

$x = 3$ रखने पर, $y = 5 \times 3 + 3 = 18$

अतः, A(1, 8), B(2, 13) और C(3, 18) समीकरण के एक हल हैं।



प्रश्न 5:

निम्नलिखित आलेखों में से प्रत्येक आलेख के लिए दिए गए विकल्पों से सही समीकरण का चयन कीजिए:

आकृति 4.6 के लिए

(i) $y = x$

(ii) $x + y = 0$

(iii) $y = 2x$

(iv) $2 + 3y = 7x$

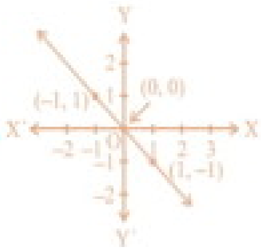
आकृति 4.7 के लिए

(i) $y = x + 2$

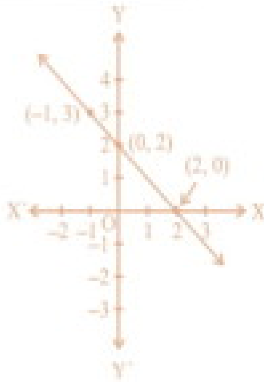
(ii) $y = x - 2$

(iii) $y = -x + 2$

(iv) $x + 2y = 6$



आकृति 4.6



आकृति 4.7

उत्तर 5:

आकृति 4.6 के लिए

$x + y = 0$ सही समीकरण है। क्योंकि यह समीकरण तीनों बिंदुओं $(-1, 1), (0, 0)$ और $(1, -1)$ को संतुष्ट करता है।

आकृति 4.7 के लिए

$y = -x + 2$ सही समीकरण है। क्योंकि यह समीकरण तीनों बिंदुओं $(-1, 3), (0, 2)$ और $(2, 0)$ को संतुष्ट करता है।

TIWARI ACADEMY

प्रश्न 6:

एक अचर बल लगाने पर एक पिंड द्वारा किया गया कार्य पिंड द्वारा तय की गई दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है। इस कथन को दो चरों वाले एक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए और अचर बल 5 मात्रक लेकर इसका आलेख खींचिए। यदि पिंड द्वारा तय की गई दूरी **(i)** 2 मात्रक **(ii)** 0 मात्रक हो, तो आलेख से किया हुआ कार्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

माना, किया गया कार्य = y, माना, पिंड द्वारा तय की गई दूरी = x

दिया है, अचर बल = 5 मात्रक

पिंड द्वारा किया गया कार्य पिंड द्वारा तय की गई दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है।

इसलिए, $y \propto x \quad \Rightarrow y = kx$

यहाँ k एक अचर बल है।परन्तु दिया है, $k = 5$ मात्रक, अतः, $y = 5x$

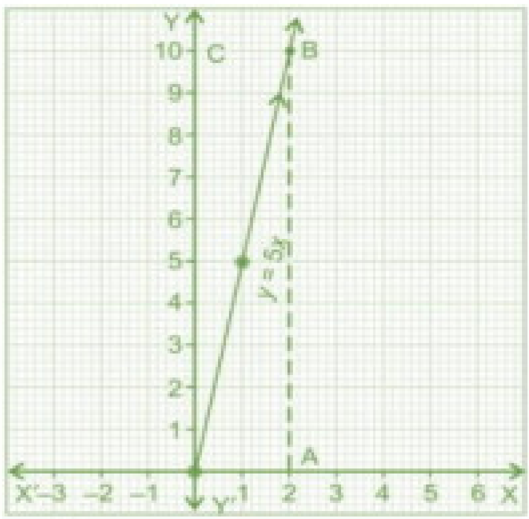
आलेख बनाने के लिए:

$x = 0$ रखने पर, $y = 5 \times 0 = 0$

$x = 1$ रखने पर, $y = 5 \times 1 = 5$

$x = 2$ रखने पर, $y = 5 \times 2 = 10$

अतः, A(0, 0), B(1, 5) और C(2, 10) समीकरण के एक हल हैं।



(i) यदि पिंड द्वारा तय की गई दूरी 2 मात्रक हो, तो आलेख से किया हुआ कार्य 10 मात्रक है।

(ii) यदि पिंड द्वारा तय की गई दूरी 0 मात्रक हो, तो आलेख से किया हुआ कार्य 0 मात्रक है।

प्रश्न 7:
एक विद्यालय की कक्षा IX की छात्राएं यामिनी और फातिमा ने मिलकर भूकंप पीड़ित व्यक्तियों की सहायता के लिए प्रधानमंत्री राहत कोष में 100 रु अंशदान दिया। एक रैखिक समीकरण लिखिए जो इन आंकड़ों को संतुष्ट करती हो। (आप उनका अंशदान x रु और y रु मान सकते हैं)। इस समीकरण का आलेख खींचिए।

उत्तर 7:
माना, यामिनी का अंशदान = ₹ x

माना, फातिमा का अंशदान = ₹ y

प्रश्नानुसार, $x + y = 100$

$\Rightarrow y = 100 - x$

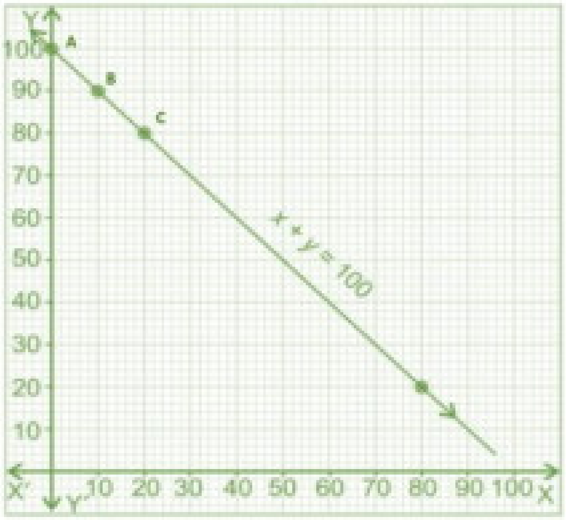
आलेख बनाने के लिए:

$x = 0$ रखने पर, $y = 100 - 0 = 100$

$x = 10$ रखने पर, $y = 100 - 10 = 90$

$x = 20$ रखने पर, $y = 100 - 20 = 80$

अतः, A(0, 100), B(10, 90) और C(20, 80) समीकरण के एक हल हैं।



प्रश्न 8:
अमरीका और कनाडा जैसे देशों में तापमान फारेनहाइट में मापा जाता है, जबकि भारत जैसे देशों में तापमान सेल्सियस में मापा जाता है। यहाँ फारेनहाइट को सेल्सियस में रूपांतरित करने वाला एक रैखिक समीकरण दिया गया है:

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) सेल्सियस को x-अक्ष और फारेनहाइट को y-अक्ष मानकर ऊपर दिए गए रैखिक समीकरण का आलेख खींचिए।

(ii) यदि तापमान 30°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

(iii) यदि तापमान 95°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(iv) यदि तापमान 0°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा? और यदि तापमान 0°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(v) क्या ऐसा भी कोई तापमान है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकः समान है? यदि हाँ, तो उसे ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:
(i) सेल्सियस को x-अक्ष और फारेनहाइट को y-अक्ष लेने पर रैखिक समीकरण: $y = \left(\frac{9}{5}\right)x + 32$

आलेख बनाने के लिए:

$x = 0$ रखने पर, $y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 0 + 32 = 32$

$x = 5$ रखने पर, $y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 5 + 32 = 41$

$x = 10$ रखने पर, $y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 10 + 32 = 50$

अतः, A(0, 100), B(5, 41) और C(10, 50) समीकरण के एक हल हैं।

(ii) यदि तापमान 30°C है, तो

$F = \left(\frac{9}{5}\right) \times 30 + 32 = 54 + 32 = 86$

अतः, यदि तापमान 30°C है, तो फारेनहाइट में तापमान 86°F होगा।

(iii) यदि तापमान 95°F है, तो

$$95 = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$\Rightarrow 95 - 32 = \left(\frac{9}{5}\right)C$

$\Rightarrow 63 \times \frac{5}{9} = C$

$\Rightarrow C = 35°$

अतः, यदि तापमान 95°F है, तो सेल्सियस में तापमान 35°C होगा।

(iv) यदि तापमान 0°C है, तो

$F = \left(\frac{9}{5}\right) \times 0 + 32 = 0 + 32 = 32$

यदि तापमान 0°F है, तो

$0 = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow -32 = \left(\frac{9}{5}\right)C$

$\Rightarrow -32 \times \frac{5}{9} = C$

$\Rightarrow -\frac{160}{9} = C$

$\Rightarrow C = -17.8°$

अतः, यदि तापमान 0°C है, तो फारेनहाइट में तापमान 32°F होगा और यदि तापमान 0°F है, तो सेल्सियस में तापमान −17.8°C होगा।

(v) माना, वह तापमान $x°$ है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकः समान है, इसलिए

$x = \left(\frac{9}{5}\right)x + 32$

$\Rightarrow x - 32 = \left(\frac{9}{5}\right)x$

$\Rightarrow (x - 32) \times 5 = 9x$

$\Rightarrow 5x - 160 = 9x$

$\Rightarrow 4x = -160$

$\Rightarrow x - 40°$

अतः, वह तापमान −40° है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकः समान है।