

प्रश्नावली 2.2

प्रश्न 1:

निम्नलिखित पर बहुपद $5x - 4x^2 + 3$ के मान ज्ञात कीजिए:

(i) $x = 0$

(ii) $x = -1$

(iii) $x = 2$

उत्तर 1:

माना $p(x) = 5x - 4x^2 + 3$

(i) $x = 0$ रखने पर

$$p(0) = 5 \times 0 - 4(0)^2 + 3 = 3$$

(ii) $x = -1$ रखने पर

$$p(-1) = 5 \times (-1) - 4(-1)^2 + 3 = -5 - 4 + 3 = -6$$

(iii) $x = 2$ रखने पर

$$p(2) = 5 \times 2 - 4(2)^2 + 3 = 10 - 16 + 3 = -3$$

प्रश्न 2:

निम्नलिखित बहुपदों में से प्रत्येक बहुपद के लिए $p(0)$, $p(1)$ और $p(2)$ ज्ञात कीजिए:

(i) $p(y) = y^2 - y + 1$

(iii) $p(x) = x^3$

(ii) $p(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$

(iv) $p(x) = (x - 1)(x + 1)$

उत्तर 2:

(i) $p(y) = y^2 - y + 1$

$y = 0$ रखने पर

$$p(0) = 0^2 - 0 + 1 = 1$$

$y = 1$ रखने पर

$$p(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$$

$y = 2$ रखने पर

$$p(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$$

(ii) $p(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$

$t = 0$ रखने पर

$$p(0) = 2 + 0 + 2(0)^2 - (0)^3 = 2$$

$t = 1$ रखने पर

$$p(1) = 2 + 1 + 2(1)^2 - (1)^3 = 2 + 1 + 2 - 1 = 4$$

$t = 2$ रखने पर

$$p(2) = 2 + 2 + 2(2)^2 - (2)^3 = 2 + 2 + 8 - 8 = 4$$

(iii) $p(x) = x^3$

$x = 0$ रखने पर

$$p(0) = (0)^3 = 0$$

$x = 1$ रखने पर

$$p(1) = (1)^3 = 1$$

$x = 2$ रखने पर

$$p(2) = (2)^3 = 8$$

(iv) $p(x) = (x - 1)(x + 1)$

$x = 0$ रखने पर

$$p(0) = (0 - 1)(0 + 1) = -1$$

$x = 1$ रखने पर

$$p(1) = (1 - 1)(1 + 1) = 0 \times 2 = 0$$



$x = 2$ रखने पर

$$p(2) = (2 - 1)(2 + 1) = 3$$

प्रश्न 3:

सत्यापित कीजिए कि दिखिए गए मान निम्नलिखित स्थितियों में संगत बहुपद के शून्यक हैं:

(i) $p(x) = 3x + 1; x = -\frac{1}{3}$

(ii) $p(x) = 5x - \pi; x = \frac{4}{5}$

(iii) $p(x) = x^2 - 1; x = 1, -1$

(iv) $p(x) = (x + 1)(x - 2); x = -1, 2$

(v) $p(x) = x^2; x = 0$

(vi) $p(x) = lx + m; x = -\frac{m}{l}$

(vii) $p(x) = 3x^2 - 1; x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

(viii) $p(x) = 2x + 1; x = -\frac{1}{2}$

उत्तर 3:

(i) $p(x) = 3x + 1; x = -\frac{1}{3}$

$x = -\frac{1}{3}$ रखने पर

$$p\left(-\frac{1}{3}\right) = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$$

यहाँ, $p\left(-\frac{1}{3}\right) = 0$ है, अतः $x = -\frac{1}{3}$, $p(x) = 3x + 1$ का शून्यक है।

(ii) $p(x) = 5x - \pi$; $x = \frac{4}{5}$

$x = \frac{4}{5}$ रखने पर

$$p\left(\frac{4}{5}\right) = 5 \times \left(\frac{4}{5}\right) - \pi = 4 - \pi$$

यहाँ, $p\left(\frac{4}{5}\right) \neq 0$ है, अतः $x = \frac{4}{5}$, $p(x) = 5x - \pi$ का शून्यक नहीं है।

(iii) $p(x) = x^2 - 1$; $x = 1, -1$

$x = 1$ रखने पर

$$p(1) = (1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

यहाँ, $p(1) = 0$ है, अतः $x = 1$, $p(x) = x^2 - 1$ का शून्यक है।

$x = -1$ रखने पर

$$p(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

यहाँ, $p(-1) = 0$ है, अतः $x = -1$, $p(x) = x^2 - 1$ का शून्यक है।

(iv) $p(x) = (x + 1)(x - 2)$; $x = -1, 2$

$x = -1$ रखने पर

$$p(-1) = (-1 + 1)(-1 - 2) = 0 \times (-3) = 0$$

यहाँ, $p(-1) = 0$ है, अतः $x = -1$, $p(x) = (x + 1)(x - 2)$ का शून्यक है।

$x = 2$ रखने पर

$$p(2) = (2 + 1)(2 - 2) = 3 \times 0 = 0$$

यहाँ, $p(2) = 0$ है, अतः $x = 2$, $p(x) = (x + 1)(x - 2)$ का शून्यक है।

(v) $p(x) = x^2$; $x = 0$

$x = 0$ रखने पर

$$p(0) = (0)^2 = 0$$

यहाँ, $p(0) = 0$ है, अतः $x = 0$, $p(x) = x^2$ का शून्यक है।

(vi) $p(x) = lx + m$; $x = -\frac{m}{l}$

$x = -\frac{m}{l}$ रखने पर

$$p\left(-\frac{m}{l}\right) = l \times \left(-\frac{m}{l}\right) + m = -m + m = 0$$

यहाँ, $p\left(-\frac{m}{l}\right) = 0$ है, अतः $x = -\frac{m}{l}$, $p(x) = lx + m$ का शून्यक है।

(vii) $p(x) = 3x^2 - 1$; $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

$x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ रखने पर

$$p\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 3\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = 3 \times \frac{1}{3} - 1 = 1 - 1 = 0$$

यहाँ, $p\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0$ है, अतः $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $p(x) = 3x^2 - 1$ का शून्यक है।

$x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ रखने पर

$$p\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = 3 \times \frac{4}{3} - 1 = 4 - 1 = 3$$

यहाँ, $p\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \neq 0$ है, अतः $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $p(x) = 3x^2 - 1$ का शून्यक नहीं है।

(viii) $p(x) = 2x + 1$; $x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ रखने पर

$$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

यहाँ, $p\left(\frac{1}{2}\right) \neq 0$ है, अतः $x = \frac{1}{2}$, $p(x) = 2x + 1$ का शून्यक नहीं है।

प्रश्न 4:

निम्नलिखित स्थितियों में से प्रत्येक स्थिति में बहुपद का शून्यक ज्ञात कीजिए:

(i) $p(x) = x + 5$

(ii) $p(x) = x - 5$

(iii) $p(x) = 2x + 5$

(iv) $p(x) = 3x - 2$

(v) $p(x) = 3x$

(vi) $p(x) = ax$, $a \neq 0$

(vii) $p(x) = cx + d$; $c \neq 0$, c , d वास्तविक संख्याएँ हैं।

उत्तर 4:

(i) $p(x) = x + 5$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -5$$

अतः, $x = -5$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(ii) $p(x) = x - 5$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = 5$$

अतः, $x = 5$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(iii) $p(x) = 2x + 5$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$2x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

अतः, $x = -\frac{5}{2}$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(iv) $p(x) = 3x - 2$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

अतः, $x = \frac{2}{3}$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(v) $p(x) = 3x$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$3x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

अतः, $x = 0$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(vi) $p(x) = ax, a \neq 0$

$p(x) = 0$ रखने पर

$$ax = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

अतः, $x = 0$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

(vii) $p(x) = cx + d; c \neq 0, c, d$ वास्तविक संख्याएँ हैं।

$p(x) = 0$ रखने पर

$$cx + d = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{d}{c}$$

अतः, $x = -\frac{d}{c}$, बहुपद का $p(x)$ शून्यक है।

