प्रश्नावली 13.8

प्रश्न 1:
उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्न है: **(i)** 7 cm **(ii)** 0.63 m

उत्तर 1:
(i) गोले की त्रिज्या $r = 7$ cm है।
गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \quad = \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7 \quad = 1437\frac{1}{3}\ \text{cm}^3$
अतः, गोले का आयतन $1437\frac{1}{3}\ \text{cm}^3$ है।

(ii) गोले की त्रिज्या $r = 0.63$ m है।
गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63 \quad = 4 \times 22 \times 0.03 \times 0.63 \times 0.63 \ = 1.05\ \text{m}^3$ (लगभग)
अतः, गोले का आयतन $1.05\ \text{m}^3$ है।

प्रश्न 2:
उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्न है:
(i) 28 cm **(ii)** 0.21 m

उत्तर 2:
(i) गेंद की त्रिज्या $r = 28/2 = 14$ cm है।
गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 \ = \frac{4}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times 14 \ = 11498\frac{2}{3}\ \text{cm}^3$
अतः, गोले का आयतन $11498\frac{2}{3}\ \text{cm}^3$ है।

(ii) गेंद की त्रिज्या $r = 0.21/2 = 0.105$ m है।
गेंद द्वारा हटाए गए पानी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.105 \times 0.105 \times 0.105 \ = 4 \times 22 \times 0.005 \times 0.63 \times 0.63 \ = 0.004861\ \text{m}^3$
अतः, गोले का आयतन $0.004861\ \text{m}^3$ है।

प्रश्न 3:
धातु की एक गेंद का व्यास 4.2 cm है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति cm^3 है, तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:
गेंद की त्रिज्या $r = 4.2/2 = 2.1$ cm है।
गेंद का आयतन $= = \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$
$= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1 \ = 38.808\ \text{cm}^3$
यहाँ, 1 cm^3 का द्रव्यमान = 8.9 ग्राम
इसलिए, 38.808 cm^3 का द्रव्यमान = 8.9 × 38.808 = 345.39 ग्राम (लगभग)
अतः, इस गेंद का द्रव्यमान 345.39 ग्राम है।

प्रश्न 4:
चंद्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है?

उत्तर 4:
माना, पृथ्वी की त्रिज्या R है।
इसलिए, पृथ्वी का व्यास = $2R$
प्रश्नानुसार, चन्द्रमा का व्यास $=\frac{1}{4}(2R)$

अतः, चन्द्रमा की त्रिज्या = $\frac{\frac{1}{4}(2R)}{2} = \frac{1}{4}R$
अब,

$$\frac{\text{चन्द्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{4}R\right)^3}{\frac{4}{3}\pi(R)^3} = \frac{\frac{1}{64}R^3}{R^3} = \frac{1}{64}$$

$\Rightarrow$ चन्द्रमा का आयतन $= \frac{1}{64} \times$ पृथ्वी का आयतन
अतः, चंद्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की $\frac{1}{64}$ है।

प्रश्न 5:
व्यास 10.5 cm वाले एक अर्धगोलाकार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है?

उत्तर 5:
अर्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ cm है।
अर्धगोलाकार कटोरे का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$
$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 5.25 \; = 2 \times 22 \times 0.25 \times 5.25 \times 5.25 \; = 303 \text{ cm}^3$ (लगभग)
$= \frac{303}{1000}$ लीटर   [$\because$ $1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000}$ लीटर]
= 0.303 लीटर
अतः, अर्धगोलाकार कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।

प्रश्न 6:
एक अर्धगोलाकार टंकी 1 cm मोटी एक लोहे की चादर (Sheet) से बनी है। यदि इसकी आंतरिक त्रिज्या 1 m है, तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:
अर्धगोलाकार टंकी की आंतरिक त्रिज्या $r = 1$ m और मोटाई 1 cm = 0.01 m है।
इसलिए, बहरी त्रिज्या $R = 1 + 0.01 = 1.01$ m
अर्धगोलाकार टंकी का आयतन $= \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times [(1.01)^3 - 1^3] \; = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.030301 - 1)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.030301$

$= 0.06348 \text{ m}^3$

अतः, टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन 0.06348 m^3 है।

प्रश्न 7:

उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 cm^2 है।

उत्तर 7:

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $A = 154\ cm^2$ है।

माना, गोले की त्रिज्या = r cm

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$\Rightarrow 154 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$

$\Rightarrow r^2 = \frac{154 \times 7}{22 \times 4} = \frac{49}{4}$

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= \frac{539}{3} = 179\frac{2}{3}\ cm^3$

अतः, गोले का आयतन $179\frac{2}{3}\ cm^3$ है।

प्रश्न 8:

किसी भवन का गुंबद एक अर्धगोले के आकार का है। अंदर से, इसमें सफेदी कराने में ₹498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर ₹2 प्रति वर्ग मीटर है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल **(ii)** गुंबद के अंदर की हवा का आयतन

उत्तर 8:

(i) माना, गुंबद की आंतरिक त्रिज्या = r m

गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

₹2 प्रति वर्ग मीटर की दर से, इसमें सफेदी कराने में व्यय = $2\pi r^2 \times ₹2 = ₹4\pi r^2$

$\Rightarrow ₹4\pi r^2 = ₹498.96$

$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.96$

$\Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$

$\Rightarrow r = \sqrt{39.69} = 6.3$ m

इसलिए, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (6.3)^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$

$= 2 \times 22 \times 0.9 \times 6.3$

$= 249.48\ m^2$

अतः, गुंबद का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $249.48\ m^2$ है।

(ii) गुंबद के अंदर की हवा का आयतन $=\frac{2}{3}\pi r^3$

$=\frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times(6.3)^3$

$=\frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times 6.3\times 6.3\times 6.3$

$= 2\times 22\times 0.3\times 6.3\times 6.3$

$= 523.9\ \text{cm}^3$

अतः, गुंबद के अंदर की हवा का आयतन $523.9\ \text{cm}^3$ है।

प्रश्न 9:

लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है, और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है। ज्ञात कीजिए:

(i) नए गोले की त्रिज्या r' **(ii)** S और S' का अनुपात

उत्तर 9:

(i) ठोस गोले की त्रिज्या r और नए गोले की त्रिज्या r' है।

ठोस गोले का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3$

इसलिए, 27 ठोस गोलों का आयतन $= 27\times\frac{4}{3}\pi r^3$

प्रश्नानुसार, नए गोले का आयतन = 27 ठोस गोलों का आयतन

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi(r')^3 = 27\times\frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow (r')^3 = 27\times r^3$

$\Rightarrow r' = 3\times r$

अतः, नए गोले की त्रिज्या $3r$ है।

(ii) ठोस गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S = 4\pi r^2$

नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S' = 4\pi(r')^2 = 4\pi(3r)^2 = 36\pi r^2$

इसलिए,

$\frac{S}{S'} = \frac{4\pi r^2}{36\pi r^2} = \frac{1}{9}$

अतः, S और S' का अनुपात $1:9$ है।

प्रश्न 10:

दवाई का एक कैप्सूल (Capsule) 3.5 mm व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैप्सूल को भरने के लिए कितनी दवाई (mm^3 में) की आवश्यकता होगी?

उत्तर 10:

कैप्सूल की त्रिज्या $r = 3.5/2 = 1.75$ mm है।

कैप्सूल को भरने के लिए दवाई का आयतन $= =\frac{4}{3}\pi r^3$

$=\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 1.75\ \times 1.75\ \times 1.75$

$=\frac{4}{3}\times 22\times 0.25\times 1.75\times 1.75$

$= 22.46\ \text{mm}^3$ (लगभग)

अतः, इस कैप्सूल को भरने के लिए $22.46\ \text{mm}^3$ दवाई की आवश्यकता होगी है।