प्रश्नावली 13.7

प्रश्न 1:

उस लंब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए:

(i) जिसकी त्रिज्या 6 cm और ऊँचाई 7 cm है।

(ii) जिसकी त्रिज्या 3.5 cm और ऊँचाई 12 cm है।

उत्तर 1:

(i) शंकु के आधार की त्रिज्या $r = 6$ cm और ऊँचाई $h = 7$ cm है।

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7 \;\; = 264 \text{ cm}^3$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 264 cm^3 है।

(ii) शंकु के आधार की त्रिज्या $r = 3.5$ cm और ऊँचाई $h = 12$ cm है।

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 12 \;\; = 154 \text{ cm}^3$

अतः, लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 154 cm^3 है।

प्रश्न 2:

शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी

(i) जिसकी त्रिज्या 7 cm और तिर्यक ऊँचाई 25 cm है।

(ii) जिसकी त्रिज्या 12 cm और तिर्यक ऊँचाई 13 cm है।

उत्तर 2:

(i) बर्तन की त्रिज्या $r = 7$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 25$ cm है।

माना, बर्तन की ऊँचाई = h cm

हम जानते हैं कि, $l^2 = r^2 + h^2$

$\Rightarrow 25^2 = 7^2 + h^2$

$\Rightarrow 625 = 49 + h^2 \;\Rightarrow h^2 = 625 - 49 = 576 \;\Rightarrow h = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$

बर्तन का धारिता $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \;\; = 1232 \text{ cm}^3 \;\; = \frac{1232}{1000} = 1.232$ लीटर

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता 1.232 लीटर है।

(ii) बर्तन की ऊँचाई $h = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm है।

माना, बर्तन की त्रिज्या = r cm

हम जानते हैं कि, $l^2 = h^2 + r^2$

$\Rightarrow 13^2 = 12^2 + r^2$

$\Rightarrow 169 = 144 + r^2$

$\Rightarrow r^2 = 169 - 144 = 25 \;\Rightarrow r = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

बर्तन का धारिता $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12 \; = \frac{2200}{7} \text{ cm}^3$

$= \frac{2200}{7 \times 1000} = \frac{11}{35}$ लीटर

अतः, शंकु के आकार के बर्तन की धारिता $\frac{11}{35}$ लीटर है।

प्रश्न 3:

एक शंकु की ऊँचाई 15 cm है। यदि इसका आयतन 1570 cm^3 है, तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 3:

शंकु का आयतन $V = 1570$ cm^3 और ऊँचाई $h = 15$ cm है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या = r cm

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\Rightarrow 1570 = \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15 \quad \Rightarrow 1570 = 3.14 \times r^2 \times 5 \quad \Rightarrow r^2 = \frac{1570}{3.14 \times 5} = 100$

$\Rightarrow r = \sqrt{100} = 10$ cm

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 10 cm है।

प्रश्न 4:

यदि 9 cm ऊँचाई वाले एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 48π cm^3 है, तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

शंकु का आयतन $V = 48\pi$ cm^3 और ऊँचाई $h = 9$ cm है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या = r cm

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\Rightarrow 48\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 \quad \Rightarrow 48\pi = \pi \times r^2 \times 3 \quad \Rightarrow r^2 = \frac{48\pi}{\pi \times 3} = 16 \quad \Rightarrow r = \sqrt{16} = 4$ cm

इसलिए, आधार का व्यास = $2 \times 4 = 8$ cm

अतः, आधार का व्यास 8 cm है।

प्रश्न 5:

ऊपरी व्यास 3.5 m वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 m गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है?

उत्तर 5:

गड्ढे के आधार की त्रिज्या $r = 3.5/2 = 1.75$ m और ऊँचाई $h = 12$ m है।

गड्ढे की धारिता $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.75 \times 1.75 \times 12 \quad = 38.5 \text{ m}^3$

= 38.5 किलोलीटर [$\because 1 \text{ m}^3 = 1$ किलोलीटर]

अतः, गड्ढे की धारिता 38.5 किलोलीटर है।

प्रश्न 6:

एक लंब वृत्तीय शंकु का आयतन 9856 cm^3 है। यदि इसके आधार का व्यास 28 cm है, तो ज्ञात कीजिए:

(i) शंकु की ऊँचाई **(ii)** शंकु की तिर्यक ऊँचाई **(iii)** शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 6:

(i) शंकु का आयतन $V = 9856$ cm^3 और त्रिज्या $r = 28/2 = 14$ cm है।

माना, शंकु की ऊँचाई = h cm इसलिए, शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

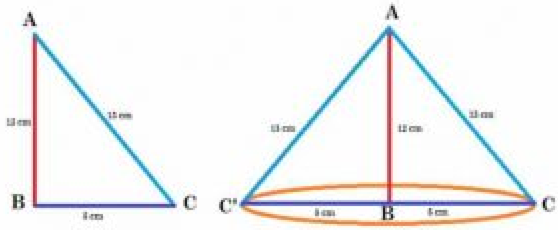
$\Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h \quad \Rightarrow 9856 = \frac{1}{3} \times 22 \times 2 \times 14 \times h \quad \Rightarrow h = \frac{9856 \times 3}{22 \times 2 \times 14} \quad \Rightarrow h = 48$ cm

अतः, शंकु की ऊँचाई 48 cm है।

(ii) शंकु की ऊँचाई $h = 48$ cm और त्रिज्या $r = 14$ cm है। माना, शंकु की तिर्यक ऊँचाई = l cm
हम जानते हैं कि, $l^2 = h^2 + r^2$
$\Rightarrow l^2 = 48^2 + 14^2 \quad \Rightarrow l^2 = 2304 + 196 \quad \Rightarrow l^2 = 2500 \quad \Rightarrow l = \sqrt{2500} = 50$ cm
अतः, शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 cm है।

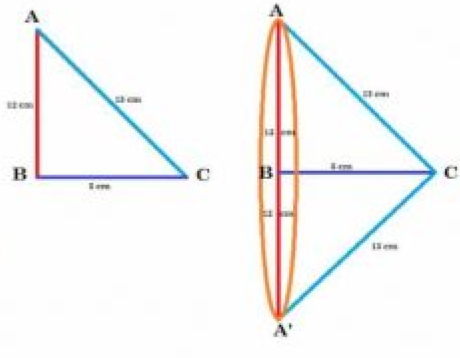
(iii) शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 50$ cm और त्रिज्या $r = 14$ cm है।
शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50 = 22 \times 2 \times 50 = 2200 \text{ cm}^2$
अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 cm^2 है।

प्रश्न 7:
भुजाओं 5 cm, 12 cm और 13 cm वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 cm के परित घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।



उत्तर 7:
त्रिभुज की 12 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या $r = 5$ cm, ऊँचाई $h = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm होगी।
ठोस की आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$
अतः, ठोस का आयतन $100\pi \text{ cm}^3$ है।

प्रश्न 8:
यदि प्रश्न 7 के त्रिभुज ABC को यदि भुजा 5 के परित घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। प्रश्नों 7 और 8 में प्राप्त किए दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।



उत्तर 8:
त्रिभुज की 5 cm भुजा के परित घुमाने पर प्राप्त ठोस एक शंकु होगा। जिसकी त्रिज्या $r = 12$ cm, ऊँचाई $h = 5$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 13$ cm होगी।
ठोस की आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 5 = 240\pi \text{ cm}^3$
अतः, ठोस का आयतन $240\pi \text{ cm}^3$ है।

प्रश्न 9:
गेहूँ की एक ढेरी व्यास 10.5 m और ऊँचाई 3 m वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए केनवास से ढका जाना है। वाँछित केनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:
गेहूँ की ढेरी की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ m और ऊँचाई $h = 3$ m है।
गेहूँ की ढेरी की आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \times 3 = 22 \times 0.75 \times 5.25 = 86.625 \text{ m}^3$
अतः, गेहूँ की ढेरी का आयतन 86.625 m^3 है।
माना, गेहूँ की ढेरी की तिर्यक ऊँचाई = l m
हम जानते हैं कि, $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow l^2 = 3^2 + (5.25)^2 \Rightarrow l^2 = 9 + 27.5625 \Rightarrow l^2 = 36.5625$
$\Rightarrow l = \sqrt{36.5625} = 6.05$ m (लगभग)
वाँछित केनवास का क्षेत्रफल = $\pi r l$
$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 6.05 = 22 \times 0.75 \times 6.05 = 99.825 \text{ m}^2$
अतः, इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए वाँछित केनवास का क्षेत्रफल 99.825 m^2 है।