गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 13)(पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 13.3

प्रश्न 1:

एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 cm है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 cm है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

शंकु की त्रिज्या $r = 10.5/2 = 5.25$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 10$ cm है।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 5.25 \times 10$

$= 22 \times 0.75 \times 10$

$= 165 \text{ cm}^2$

अतः, शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 165 cm^2 है।

प्रश्न 2:

एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 m है और आधार का व्यास 24 m है।

उत्तर 2:

शंकु की त्रिज्या $r = 24/2 = 12$ cm और तिर्यक ऊँचाई $l = 21$ cm है।

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(r + l)$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times (12 + 21)$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 33$

$= 1244.57 \text{ m}^2$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1244.57 m^2 है।

प्रश्न 3:

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 cm^2 है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 cm है। ज्ञात कीजिए:

(i) आधार की त्रिज्या **(ii)** शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 3:

(i) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 308 cm^2 और तिर्यक ऊँचाई $l = 14$ cm है।

माना, शंकु के आधार की त्रिज्या $= r$ cm

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$\Rightarrow 308 = \frac{22}{7} \times r \times 14$

$\Rightarrow 308 = 44r$

$\Rightarrow r = \frac{308}{44} = 7$ cm

अतः, शंकु के आधार की त्रिज्या 7 cm है।

(ii) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r(r + l)$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + 14)$

$= 22 \times 21$

$= 462 \text{ cm}^2$

अतः, शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 cm^2 है।

प्रश्न 4:
शंकु के आकार का एक तंबू 10 m ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 m है। ज्ञात कीजिए:
(i) तंबू की तिर्यक ऊँचाई
(ii) तंबू में लगे केनवास (Canvas) की लागत, यदि 1 m² केनवास की लागत 70 रूपए है।

उत्तर 4:
(i) शंकु की त्रिज्या $r = 24$ m और ऊँचाई $h = 10$ m है।
माना, तिर्यक ऊँचाई = l m
हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$
$\Rightarrow l^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$
$\Rightarrow l = \sqrt{676} = 26$ m

(ii) तंबू में लगे केनवास का क्षेत्रफल = $\pi r l$
$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26$ m²
1 m² केनवास की लागत = ₹ 70
$\frac{22}{7} \times 24 \times 26$ m² केनवास की लागत = ₹ 70 × $\frac{22}{7} \times 24 \times 26$ = ₹ 137280
अतः, तंबू में लगे केनवास की लागत ₹ 137280 है।

प्रश्न 5:
8 m ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 m वाले एक शंकु के आकार का तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की कितनी लंबाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 cm तिरपाल अतिरिक्त लगेगा।
($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 5:
शंकु की त्रिज्या $r = 6$ m और ऊँचाई $h = 8$ m है।
माना, तिर्यक ऊँचाई = l m
हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$
$\Rightarrow l^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
$\Rightarrow l = \sqrt{100} = 10$ m
तंबू में लगे तिरपाल का क्षेत्रफल = $\pi r l$
$= 3.14 \times 6 \times 10 = 188.40$ m²
माना, 3 m चौड़े तिरपाल की लंबाई = L
इसलिए, तिरपाल का क्षेत्रफल = 3 × L
प्रश्नानुसार,
$3 \times L = 188.40$
$\Rightarrow L = \frac{188.40}{3} = 62.80$ m
सिलाई और कटाई में लगा अतिरिक्त तिरपाल = 20 cm = 0.20 m
इसलिए, तिरपाल की कुल लंबाई = 62.80 + 0.20 = 63 m
अतः, तंबू बनाने में 3 m चौड़े तिरपाल की 63 m लंबाई लगेगी।

प्रश्न 6:
शंकु के आकार की एक गुंबज की तिर्यक ऊँचाई और आधार व्यास क्रमशः 25 m और 14 m हैं। इसकी वक्र पृष्ठ पर ₹ 210 प्रति 100 m^2 की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:
गुंबज की त्रिज्या $r = 14/2 = 7$ m और तिर्यक ऊँचाई $l = 25$ m है।
गुंबज का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल $= \pi r l$
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550\ m^2$
₹ 210 प्रति 100 m^2 की दर से सफेदी कराने का व्यय = ₹ $550 \times \frac{210}{100}$ = ₹ 1155
अतः, शंकु के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय ₹ 1155 है।

प्रश्न 7:
एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 cm और ऊँचाई 24 cm है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:
शंकु की त्रिज्या $r = 7$ cm और ऊँचाई $h = 24$ cm है।
माना, तिर्यक ऊँचाई = l m
हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$
$\Rightarrow l^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$
$\Rightarrow l = \sqrt{625} = 25$ cm
1 टोपी बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= \pi r l$
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550\ cm^2$
10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 10 \times 550 = 5500\ cm^2$
अतः, 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल 5500 cm^2 है।

प्रश्न 8:
किसी बस स्टाप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 cm है और ऊँचाई 1 m है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर ₹ 12 प्रति m^2 है, तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी? ($\pi = 3.14$ और $\sqrt{1.04} = 1.02$ का प्रयोग कीजिए।)

उत्तर 8:
शंकु की त्रिज्या $r = 40/2 = 20$ cm = 0.2 m और ऊँचाई $h = 1$ m है।
माना, तिर्यक ऊँचाई = l m
हम जानते हैं कि $l^2 = r^2 + h^2$
$\Rightarrow l^2 = (0.2)^2 + 1^2 = 0.04 + 1 = 1.04$
$\Rightarrow l = \sqrt{1.04} = 1.02$ m
शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \pi r l$
$= 3.14 \times 0.2 \times 1.02 = 6.4056\ m^2$
50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 50 \times 6.4056 = 32.028\ m^2$
₹ 12 प्रति m^2 की दर से पेंट कराने का व्यय = ₹ 12×32.028 = ₹ 384.34 (लगभग)
अतः, 50 शंकुओं के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 384.34 है।