प्रश्नावली 13.2

प्रश्न 1:
ऊँचाई 14 cm वाले एक लम्ब वृतीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 cm^2 है। बेलन के आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:
बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 cm^2 और ऊँचाई $h = 14$ cm है।
माना, बेलन के आधार की त्रिज्या = r cm
बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$\Rightarrow 88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 \quad \Rightarrow 88 = 88r \ \Rightarrow r = 1$ cm

अतः, बेलन के आधार का व्यास $= 2r = 2 \times 1 = 2$ cm है।

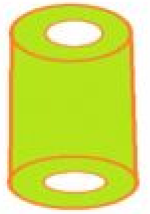
प्रश्न 2:
धातु की एक चादर से 1 m ऊँची और 140 cm व्यास के आधार वाली एक बंद बेलनाकार टंकी बनाई जानी है। इस कार्य के लिए कितने वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी?

उत्तर 2:
बेलन के आधार की त्रिज्या $r = 140/2 = 70$ cm $= 0.7$ m और ऊँचाई $h = 1$ m है।
बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7(0.7 + 1) \ = 4.4 \times 1.7 \ = 7.48 \ m^2$

अतः, टंकी के लिए 7.48 वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 3:
धातु का एक पाइप 77 cm लम्बा है। इसके एक अनुप्रस्थकाट का आंतरिक व्यास 4 cm है और बाहरी व्यास 4.4 cm है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए: **(i)** आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल **(ii)** बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल **(iii)** कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

उत्तर 3:


(i) पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 4/2 = 2$ cm और ऊँचाई $h = 77$ m है।
पाइप का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 77 \ = 2 \times 22 \times 2 \times 11 = 968 \ cm^2$

अतः, पाइप का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 cm^2 है।

(ii) पाइप की बाहरी त्रिज्या $R = 4.4/2 = 2.2$ cm और ऊँचाई $h = 77$ m है।
पाइप का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi Rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.2 \times 77 \ = 2 \times 22 \times 2.2 \times 11 = 1064.80 \ cm^2$

अतः, पाइप का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 1064.80 cm^2 है।

(iii) पाइप की आंतरिक त्रिज्या $r = 2$ cm, बाहरी त्रिज्या $R = 2.2$ cm और ऊँचाई $h = 77$ m है।
पाइप के ऊपरी वलय का क्षेत्रफल $= \pi(R^2 - r^2)$

$= \frac{22}{7} \times (2.2^2 - 2^2) \ = \frac{22}{7} \times (4.84 - 4) \ = 22 \times 0.12 = 2.64 \ cm^2$

पाइप के निचले वलय का क्षेत्रफल = 2.64 cm^2
पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल
= आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + ऊपरी वलय का क्षेत्रफल + निचले वलय का क्षेत्रफल
$= 968 + 1064.80 + 2.64 + 2.64 = 2038.08 \ cm^2$
अतः, पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 2038.08 cm^2 है।

प्रश्न 4:

एक रोलर (Roller) का व्यास 84 cm है और लंबाई 120 cm है। एक खेल के मैदान को एक बार समतल करने के लिए 500 चक्कर लगाने पड़ते हैं। खेल के मैदान का m^2 में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

रोलर की त्रिज्या $r = 84/2 = 42$ cm $= 0.42$ m और लंबाई $h = 120$ cm $= 1.2$ m है।

रोलर का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1.2 = 2 \times 22 \times 0.06 \times 1.2 = 3.168\ m^2$

रोलर के एक चक्कर से समतल मैदान का क्षेत्रफल $= 3.168\ m^2$

अतः, रोलर के 500 चक्कर से समतल मैदान का क्षेत्रफल $= 500 \times 3.168 = 1584\ m^2$

अतः, खेल के मैदान का क्षेत्रफल $1584\ m^2$ है।

प्रश्न 5:

किसी बेलनाकार स्तंभ का व्यास 50 cm है और ऊँचाई 3.5 m है। ₹12.50 प्रति m^2 की दर से इस स्तंभ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

स्तंभ की त्रिज्या $r = 50/2 = 25$ cm $= 0.25$ m और ऊँचाई $h = 3.5$ m है।

स्तंभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.25 \times 3.5 = 2 \times 22 \times 0.25 \times 0.5 = 5.5\ m^2$

1 m^2 पेंट कराने का व्यय = ₹ 12.50, इसलिए, 5.5 m^2 पेंट कराने का व्यय = ₹ 12.50 × 5.5 = ₹ 68.75

अतः, स्तंभ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ₹ 68.75 है।

प्रश्न 6:

एक लंब वृतीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4 m^2 है। यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 0.7 m है, तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4 m^2 और त्रिज्या $r = 0.7$ m है।

माना, बेलन की ऊँचाई = h m

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$\Rightarrow 4.4 = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times h \Rightarrow 4.4 = 4.4h \Rightarrow h = 1$ m

अतः, बेलन की ऊँचाई= 1 m है।

प्रश्न 7:

किसी वृत्ताकार कुँए का आंतरिक व्यास 3.5 m है और यह 10 m गहरा है। ज्ञात कीजिए:

(i) आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।

(ii) ₹ 40 प्रति m^2 की दर से इसके वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय।

उत्तर 7:

(i) कुँए की आंतरिक त्रिज्या $r = 3.5/2$ m और गहराई $h = 10$ m है।

कुँए का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 10 = 22 \times 0.5 \times 10 = 110\ m^2$

अतः, कुँए का आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $110\ m^2$ है।

(ii) ₹ 40 प्रति m^2 की दर से, वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय= ₹ 110 × 40 = ₹ 4400

अतः, कुँए के वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय ₹ 4400 है।

प्रश्न 8:

गरम पानी द्वारा गरम रखने वाले एक संयंत्र में 28 m लंबाई और 5 cm व्यास वाला एक बेलनाकार पाइप है। इस संयंत्र में गर्मी देने वाला कुल कितना पृष्ठ है?

उत्तर 8:

बेलनाकार पाइप की त्रिज्या $r = 5/2$ cm $= 2.5$ cm $= 0.025$ m और लंबाई $h = 28$ m है।

बेलनाकार पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times (0.025 + 28)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times 28.025$

$= 4.4\ \text{m}^2$ (लगभग)

अतः, इस संयंत्र में गर्मी देने वाला कुल पृष्ठ लगभग $4.4\ \text{m}^2$ है।

प्रश्न 9:

ज्ञात कीजिए:

(i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, जिसका व्यास 4.2 m है और ऊँचाई 4.5 m है।

(ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (Steel) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का $\frac{1}{12}$ भाग बनाने में नष्ट हो गया है?

उत्तर 9:

(i) पेट्रोल की टंकी की त्रिज्या $r = 4.2/2 = 2.1$ m और ऊँचाई $h = 4.5$ m है।

पेट्रोल की टंकी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5$

$= 2 \times 22 \times 0.3 \times 4.5$

$= 59.4\ \text{m}^2$

अतः, पेट्रोल की टंकी का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $59.4\ \text{m}^2$ है।

(ii) पेट्रोल की टंकी का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times (2.1 + 4.5)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 6.6$

$= 87.12\ \text{m}^2$

माना, टंकी को बनाने में लगा कुल इस्पात $= x\ \text{m}^2$

टंकी को बनाने में नष्ट हुआ इस्पात $= \frac{1}{12}x\ \text{m}^2$

इसलिए, टंकी में लगा हुआ कुल इस्पात $= x - \frac{1}{12}x = \frac{11}{12}x\ \text{m}^2$

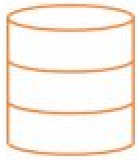
प्रश्नानुसार,

$\frac{11}{12}x = 87.12$

$\Rightarrow x = 87.12 \times \frac{12}{11} = 95.04\ \text{m}^2$

अतः, टंकी को बनाने में कुल $95.04\ \text{m}^2$ इस्पात लगा होगा।

प्रश्न 10:
आकृति में, आप एक लैंपशेड का फ्रेम देख रहे हैं। इसे एक सजावटी कपड़े से ढका जाना है। इस फ्रेम के आधार का व्यास 20 cm है और ऊँचाई 30 cm है। फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 cm अतिरिक्त कपड़ा भी छोड़ा जाना है। ज्ञात कीजिए कि लैंपशेड को ढकने के लिए कुल कितने कपड़े की आवश्यकता होगी?

उत्तर 10:


लैंपशेड की त्रिज्या $r = 20/2 = 10$ cm और ऊँचाई $h = 30$ cm है।

तथा फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 cm अतिरिक्त कपड़ा सहित ऊँचाई

$H = 30 + 2.5 + 2.5 = 35$ cm

लैंपशेड को ढकने के लिए कुल कपड़े का क्षेत्रफल $= 2\pi rH$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 35$

$= 2 \times 22 \times 10 \times 5$

$= 2200 \text{ cm}^2$

अतः, लैंपशेड को ढकने के लिए कुल 2200 cm^2 कपड़े की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 11:
किसी विद्यालय के विद्यार्थियों से एक आधार वाले बेलनाकार कलमदानों को गत्ते से बनाने और सजाने की प्रतियोगिता में भाग लेने के लिए कहा गया। प्रत्येक कलमदान को 3 cm त्रिज्या और 10.5 cm ऊँचाई का होना था। विद्यालय को इसके लिए प्रतिभागियों को गत्ता देना था। यदि इसमें 35 प्रतिभागी थे, तो विद्यालय को कितना गत्ता खरीदना पड़ा होगा?

उत्तर 11:
प्रत्येक कलमदान की त्रिज्या $r = 3$ cm और ऊँचाई $h = 10.5$ cm है।

क्योंकि कलमदान ऊपर से खुला हुआ है, अतः प्रत्येक कलमदान के गत्ते का क्षेत्रफल

$= 2\pi rh + \pi r^2$

$= 2 \times \pi \times 3 \times 10.5 + \pi \times 3^2$

$= 63\pi + 9\pi$

$= 72\pi \text{ cm}^2$

1 कलमदान के गत्ते का क्षेत्रफल $= 72\pi \text{ cm}^2$

इसलिए, 35 कलमदानों के गत्ते का क्षेत्रफल $= 35 \times 72\pi$

$= 35 \times 72 \times \frac{22}{7}$

$= 5 \times 72 \times 22$

$= 7920 \text{ cm}^2$

अतः, विद्यालय को 7920 cm^2 गत्ता खरीदना पड़ा होगा।