गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय – 12)(हीरोन का सूत्र)

(कक्षा – 9)

प्रश्नावली 12.1

प्रश्न 1:

एक यातायात संकेत बोर्ड पर 'आगे स्कूल है' लिखा है और यह भुजा 'a' वाले एक समबाहु त्रिभुज के आकार का है। हीरोन के सूत्र का प्रयोग करके इस बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि संकेत बोर्ड का परिमाप 180 cm है, तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?

उत्तर 1:

यहाँ, त्रिभुज की भुजाएँ a, a और a हैं।

अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप $s = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)\left(\frac{3a}{2}-a\right)} = \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{3a-2a}{2}\right)\left(\frac{3a-2a}{2}\right)\left(\frac{3a-2a}{2}\right)}$

$= \sqrt{\frac{3a}{2}\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$

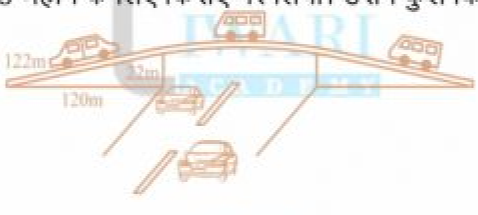
समबाहु त्रिभुज का परिमाप $= 3a$

प्रश्नानुसार, $3a = 180$ cm $\Rightarrow a = \frac{180}{3} = 60$ cm

इसलिए, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = \frac{(60)^2}{4}\sqrt{3} = \frac{3600}{4}\sqrt{3} = 900\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

प्रश्न 2:

किसी फ्लाईओवर (Flyover) की त्रिभुजाकार दीवार को विज्ञापन के लिए प्रयोग किया जाता है। दीवार की भुजाओं की लम्बाईयाँ 122 m, 22 m और 120 m हैं (देखिए आकृति 12.9) । इस विज्ञापन से प्रति वर्ष ₹ 5000 प्रति m^2 की प्राप्ति होती है। एक कम्पनी ने एक दीवार को विज्ञापन देने के लिए 3 महीने के लिए किराए पर लिया। उसने कुल कितना किराया दिया?



आकृति 12.9

उत्तर 2:

यहाँ, त्रिभुज की भुजाएँ $a = 122$ m, $b = 22$ m और $c = 120$ m हैं।

अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{122+22+120}{2} = \frac{264}{2} = 132$ m

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{132(132-122)(132-22)(132-120)} = \sqrt{132(10)(110)(11)}$

$= \sqrt{11 \times 12 \times (10)(11 \times 10)(12)} = 11 \times 12 \times 10 = 1320\ \text{m}^2$

विज्ञापन से 1 वर्ष (12 महीने) में प्राप्ति = ₹ 5000× 1320

⇒ विज्ञापन से 1 महीने में प्राप्ति $= \frac{₹\ 5000 \times 1320}{12}$

⇒ विज्ञापन से 3 महीने में प्राप्ति $= \frac{₹\ 5000 \times 1320}{12} \times 3 =$ ₹16,50,000

प्रश्न 3:

किसी पार्क में एक फिसल पट्टी (Slide) बनी हुई है। इसकी पार्श्वीय दीवारों (Side walls) में से एक दीवार पर किसी रंग से पेंट किया गया है और उस पर "पार्क को हरा-भरा और साफ रखिए" लिखा हुआ है (देखिए आकृति)। यदि इस दीवार की विमाएँ 15 m, 11 m और 6 m हैं, तो रंग से पेंट हुए भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

यहाँ, त्रिभुज की भुजाएँ $a = 15$ m, $b = 11$ m और $c = 6$ m हैं।

अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+11+6}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ m}$$

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16(16-15)(16-11)(16-6)}$

$= \sqrt{16(1)(5)(10)}$

$= \sqrt{4 \times 4 \times (1)(5)(5 \times 2)}$

$= 4 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \text{ m}^2$

अतः, रंग से पेंट हुए भाग का क्षेत्रफल $20\sqrt{2} \text{ m}^2$ है।

प्रश्न 4:

उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो भुजाएँ 18 cm और 10 cm हैं तथा उसका परिमाप 42 cm है।

उत्तर 4:

यहाँ, त्रिभुज की दो भुजाएँ $a = 18$ cm, $b = 10$ cm और परिमाप 42 cm हैं।

हम जानते हैं कि त्रिभुज का परिमाप $= a + b + c$

$\Rightarrow 42 = 18 + 10 + c$

$\Rightarrow c = 14$ cm

अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{42}{2} = 21$ cm

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21(21-18)(21-10)(21-14)}$

$= \sqrt{21(3)(11)(7)}$

$= \sqrt{7 \times 3 \times (3)(11)(7)}$

$= 7 \times 3\sqrt{11} = 21\sqrt{11} \text{ cm}^2$

अतः, त्रिभुज का क्षेत्रफल $21\sqrt{11} \text{ cm}^2$ है।

प्रश्न 5:
एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 12:17:25 है और उसका परिमाप 540 cm है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:
त्रिभुज का परिमाप = 540 cm
त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात = 12:17:25
माना, त्रिभुज की एक भुजा $a = 12x$
इसलिए, अन्य दो भुजाएँ $b = 17x$ और $c = 25x$
हम जानते हैं कि त्रिभुज का परिमाप = $a + b + c$
$\Rightarrow 540 = 12x + 17x + 25x$
$\Rightarrow 540 = 54x$
$\Rightarrow x = \frac{540}{54} = 10$
इसलिए, त्रिभुज की भुजाएँ इस प्रकार हैं:
$a = 12 \times 10 = 120$ cm, $b = 17 \times 10 = 170$ cm और $c = 25 \times 10 = 250$ cm
अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{540}{2} = 270 \text{ cm}$$

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{270(270-120)(270-170)(270-250)}$
$= \sqrt{270(150)(100)(20)}$
$= \sqrt{81000000}$
$= 9000 \text{ cm}^2$
अतः, त्रिभुज का क्षेत्रफल 9000 cm^2 है।

प्रश्न 6:
एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30 cm है और उसकी बराबर भुजाएँ 12 cm लम्बाई की हैं। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:
त्रिभुज का परिमाप = 30 cm
माना, त्रिभुज की तीसरी भुजा (जो बराबर नहीं है) की लंबाई a cm
अन्य दो भुजाएँ $b = 12$ cm और $c = 12$ cm
हम जानते हैं कि त्रिभुज का परिमाप = $a + b + c$
$\Rightarrow 30 = a + 12 + 12$
$\Rightarrow 30 - 24 = a$
$\Rightarrow a = 6$
अतः, त्रिभुज का अर्धपरिमाप

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

इसलिए, हीरोन के सूत्र से, त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$= \sqrt{15(15-6)(15-12)(15-12)}$
$= \sqrt{15(9)(3)(3)}$
$= 9\sqrt{15} \text{ cm}^2$
अतः, त्रिभुज का क्षेत्रफल $9\sqrt{15} \text{ cm}^2$ है।