गणित

(www.tiwariacademy.com)
(अध्याय - 8) (राशियों की तुलना)
(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 8.3

प्रश्न 1:

निम्नलिखित के लिए कुल राशि एवं चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए:

(a) ₹ 10,800 पर 3 वर्ष के लिए $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर से वार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(b) ₹ 18,000 पर $2\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से वार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(c) ₹ 62,500 पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 8% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

(d) ₹ 8,000 पर 1 वर्ष के लिए 9% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर। (आप सत्यापन करने के लिए साधारण ब्याज के सूत्र का उपयोग करते हुए एक के बाद दूसरे वर्ष के लिए परिकलन कर सकते हैं)

(e) ₹ 10,000 पर 1 वर्ष के लिए 8% वार्षिक दर से अर्धवार्षिक रूप से संयोजित करने पर।

उत्तर 1:

(a) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10800, समय (n) = 3 वर्ष, ब्याज की दर (R) = $12\frac{1}{2}\% = \frac{25}{2}\%$ वार्षिक

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10800\left(1+\frac{25}{2\times100}\right)^3 = 10800\left(1+\frac{1}{2\times4}\right)^3$

$= 10800\left(1+\frac{1}{8}\right)^3 = 10800\left(\frac{9}{8}\right)^3 = 10800\times\frac{9}{8}\times\frac{9}{8}\times\frac{9}{8}$

= ₹ 15,377.34

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 10800 – ₹15377.34 = ₹4,577.34

(b) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 18,000, समय (n) = $2\frac{1}{2}$ वर्ष, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 18000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$

$= 18000\left(1+\frac{1}{10}\right)^2 = 18000\left(\frac{11}{10}\right)^2$

$= 18000\times\frac{11}{10}\times\frac{11}{10}$ = ₹ 21,780

₹ 21,780 पर 10% वार्षिक दर से $\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज = $\frac{1}{2}\times\frac{21780\times10\times1}{100}$ = ₹ 1,089

$2\frac{1}{2}$ वर्ष बाद कुल धन = ₹ 21,780 + ₹ 1089 = ₹ 22,869

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 22869 – ₹ 18000 = ₹ 4,869

(c) यहाँ,

मूलधन (P) = ₹ 62500, समय (n) = $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 8% वार्षिक = 4% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 62500\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 62500\left(1+\frac{1}{25}\right)^3$

$= 62500\left(\frac{26}{25}\right)^3 = 62500\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}$ = ₹ 70,304

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 70304 – ₹ 62500 = ₹ 7,804

(d) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 9% वार्षिक = $\frac{9}{2}$% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{9}{2\times100}\right)^2 = 8000\left(1+\frac{9}{200}\right)^2$

$= 8000\left(\frac{209}{200}\right)^2 = 8000\times\frac{209}{200}\times\frac{209}{200}$ = ₹ 8,736.20

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 8736.20 – ₹ 8000 = ₹ 736.20

(e) यहाँ,

मूलधन (P) = ₹ 10,000, समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 8% वार्षिक = 4% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{4}{100}\right)^2 = 10000\left(1+\frac{1}{25}\right)^2$

$= 10000\left(\frac{26}{25}\right)^2 = 10000\times\frac{26}{25}\times\frac{26}{25}$ = ₹ 10,816

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 10,816 – ₹ 10,000 = ₹ 816

प्रश्न 2:

कमला ने एक स्कूटर खरीदने के लिए किसी बैंक से ₹ 26,400, 15% वार्षिक दर से उधार लिए जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होना है। 2 वर्ष और 4 महीने के अंत में उधार चकता करने के लिए उसे कितनी राशि का भुगतान करना पड़ेगा? (**संकेत**: ब्याज को वार्षिक संयोजित करते हुए पहले 2 वर्ष के लिए A ज्ञात कीजिए और दूसरे वर्ष की कुल राशि पर $\frac{4}{12}$ वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।)

उत्तर 2:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 26,400, समय (n) = 2 वर्ष 4 महीने, ब्याज की दर (R) = 15% वार्षिक

2 वर्ष के बाद कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 26400\left(1+\frac{15}{100}\right)^2 = 26400\left(1+\frac{3}{20}\right)^2$

$= 26400\left(\frac{23}{20}\right)^2 = 26400\times\frac{23}{20}\times\frac{23}{20}$ = ₹ 34,914

4 महीने = $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ वर्ष, और ब्याज की दर = 15% वार्षिक

4 महीने का साधारण ब्याज = $\frac{1}{3}\times\frac{34914\times15\times1}{100}$ = ₹ 1745.70

∴ कुल राशि = ₹ 34,914 + ₹ 1,745.70 = ₹ 36,659.70

प्रश्न 3:

फैबिना ने ₹ 12,500, 3 वर्ष के लिए 12% वार्षिक दर से साधारण ब्याज पर उधार लिए और राधा ने उतनी ही राशि उतने ही समय के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली जबकि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित होना है। किसे अधिक ब्याज का भुगतान करना है और कितना अधिक करना है?

उत्तर 3:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 12,500, समय (T) = 3 वर्ष, ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक

फैबिना के लिए साधारण ब्याज = $\frac{P \times R \times T}{100} = \frac{12500 \times 12 \times 3}{100}$ = ₹ 4,500

राधा के लिए, P = ₹ 12,500, R = 10% वार्षिक और n = 3 वर्ष

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 12500\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = 12500\left(1+\frac{1}{10}\right)^3$

$= 12500\left(\frac{11}{10}\right)^3 = 12500 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$ = ₹ 16,637.50

$\therefore$ राधा के लिए चक्रवृद्धि ब्याज = A – P = ₹ 16,637.50 – ₹ 12,500 = ₹ 4,137.50

अतः, फैबिना द्वारा अधिक ब्याज का भुगतान = ₹ 4,500 – ₹ 4,137.50 = ₹ 362.50

प्रश्न 4:

मैंने जमशेद से ₹12,000, 2 वर्ष के लिए 6% वार्षिक दर से साधारण ब्याज पर उधार लिए। यदि मैंने यह राशि 6% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली हुई होती तो मुझे कितनी अतिरिक्त राशि का भुगतान करना पड़ता?

उत्तर 4:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹12,000, समय (T) = 2 वर्ष, ब्याज की दर (R) = 6% वार्षिक

साधारण ब्याज = $\frac{P \times R \times T}{100} = \frac{12000 \times 6 \times 2}{100}$ = ₹ 1,440

यदि यह राशि 6% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार ली हुई होती तो,

चक्रवृद्धि ब्याज $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P = 12000\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 - 12000$

$= 12000\left(1+\frac{3}{50}\right)^2 - 12000 = 12000\left(\frac{53}{50}\right)^2 - 12000$

$= 12000 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} - 12000$ = ₹ 13,483.20 – ₹ 12,000

= ₹ 1,483.20

अतिरिक्त राशि का भुगतान = ₹ 1,483.20 – ₹ 1,440.00 = ₹ 43.20

प्रश्न 5:

वासुदेवन ने 12% वार्षिक दर पर ₹ 60,000 का निवेश किया। यदि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है तो ज्ञात कीजिए कि वह (i) 6 महीने के अंत में (ii) एक वर्ष के अंत में, कुल कितनी राशि प्राप्त करेगा?

उत्तर 5:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 60,000,

समय (n) = 6 महीने = 1 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक = 6% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 60000\left(1+\frac{6}{100}\right)^1 = 60000\left(1+\frac{3}{50}\right)^1$

$= 60000\left(\frac{53}{50}\right)^1 = 60000\times\frac{53}{50} = ₹\ 63{,}600$

अतः, 6 महीने के अंत में, वासुदेवन कुल ₹ 63,600 प्राप्त करेगा।

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 60,000,
समय (n) = 1 वर्ष = 2 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)
ब्याज की दर (R) = 12% वार्षिक = 6% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 60000\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = 60000\left(1+\frac{3}{50}\right)^2$

$= 60000\left(\frac{53}{50}\right)^2 = 60000\times\frac{53}{50}\times\frac{53}{50} = ₹\ 67{,}416$

अतः, एक वर्ष के अंत में, वासुदेवन कुल ₹ 67,416 प्राप्त करेगा।

प्रश्न 6:

आरिफ ने एक बैंक से ₹ 80,000 का कर्ज लिया। यदि ब्याज की दर 10% वार्षिक है तो $1\frac{1}{2}$ वर्ष पश्चात् उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशियों में अंतर ज्ञात कीजिए। यदि ब्याज (i) वार्षिक संयोजित होता है (ii) अर्धवार्षिक संयोजित होता है।

उत्तर 6:

(i) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 80,000, समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक

एक वर्ष के अंत में कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 80000\left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

$= 80000\left(1+\frac{1}{10}\right)^1 = 80000\left(\frac{11}{10}\right)^1 = ₹\ 88{,}000$

$\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज = $\frac{88000\times10\times1}{100\times2} = ₹\ 4{,}400$

कुल राशि = ₹ 88,000 + ₹ 4,400 = ₹ 92,400

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 80,000,
समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)
ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक = 5% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 80000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 80000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$

$= 80000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 80000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = ₹\ 92{,}610$

राशियों में अंतर = ₹ 92,610 – ₹ 92,400 = ₹ 210

प्रश्न 7:

मारिया ने किसी व्यापार में ₹ 8000 का निवेश किया। उसे 5% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज का भुगतान किया जाएगा। यदि ब्याज वार्षिक रूप से संयोजित होता है तो: (i) दो वर्ष के अंत में उसके नाम से जमा की गई राशि ज्ञात कीजिए। (ii) तीसरे वर्ष का ब्याज ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

(i) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, ब्याज की दर (R) = 5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2 = 8000\left(1+\frac{1}{20}\right)^2$$

$$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^2 = 8000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = ₹\ 8{,}820$$

(ii) यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 8000, ब्याज की दर (R) = 5% वार्षिक, समय (n) = 3 वर्ष

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 8000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 8000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 8000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = ₹\ 9{,}261$$

तीसरे वर्ष का ब्याज = A – P = ₹ 9,261 – ₹ 8,820 = ₹ 441

प्रश्न 8:

₹10,000 पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज और कुल राशि ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होना है। क्या यह ब्याज उस ब्याज से अधिक होगा जो उसे वार्षिक रूप से संयोजित करने पर प्राप्त होगा?

उत्तर 8:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10000,
ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक = 5% अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)
समय (n) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

$$\text{कुल राशि (A)} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3 = 10000\left(1+\frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 10000\left(\frac{21}{20}\right)^3 = 10000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = ₹\ 11{,}576.25$$

चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = A – P = ₹ 11,576.25 – ₹ 10,000 = ₹ 1,576.25

जब वार्षिक संयोजित होता है, तब

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 10000, ब्याज की दर (R) = 10% वार्षिक, समय (n) = $1\frac{1}{2}$ वर्ष

$$\text{कुल राशि (A) for 1 वर्ष} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 10000\left(1+\frac{10}{100}\right)^1 = 10000\left(1+\frac{1}{10}\right)^1$$

$$= 10000\left(\frac{11}{10}\right)^1 = 10000\times\frac{11}{10} = ₹\ 11{,}000$$

$\frac{1}{2}$ वर्ष का ब्याज = $\frac{11000\times1\times10}{2\times100}$ = ₹ 550

$\therefore$ $1\frac{1}{2}$ वर्ष में कुल राशि = ₹ 11,000 + ₹ 550 = ₹ 11,550

यहाँ, चक्रवृद्धि ब्याज = A – P = ₹ 11,550 – ₹ 10,000 = ₹ 1,550

हाँ, यह ब्याज उस ब्याज से अधिक होगा जो उसे वार्षिक रूप से संयोजित करने पर प्राप्त होगा ।

प्रश्न 9:

यदि राम ₹ 4096, 18 महीने के लिए $12\frac{1}{2}\%$ वार्षिक दर पर उधार देता है और ब्याज अर्धवार्षिक संयोजित होता है तो ज्ञात कीजिए कि राम कुल कितनी राशि प्राप्त करेगा।

उत्तर 9:

यहाँ, मूलधन (P) = ₹ 4096,

ब्याज की दर (R) = $12\frac{1}{2}=\frac{25}{2}\%$ वार्षिक = $\frac{25}{4}\%$ अर्धवार्षिक (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

समय (n) = 18 महीने = $1\frac{1}{2}$ वर्ष = 3 अर्ध-वर्ष (अर्धवार्षिक संयोजित होता है)

कुल राशि (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 4096\left(1+\frac{25}{4\times100}\right)^3 = 4096\left(1+\frac{1}{4\times4}\right)^3$

$= 4096\left(\frac{17}{16}\right)^3 = 4096\times\frac{17}{16}\times\frac{17}{16}\times\frac{17}{16}$ = ₹ 4,913

प्रश्न 10:

5% वार्षिक दर से बढ़ते हुए वर्ष 2003 के अंत में एक स्थान की जनसंख्या 54,000 हो है। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए:

(i) वर्ष 2001 में जनसंख्या

(ii) वर्ष 2005 में कितनी जनसंख्या होगी?

उत्तर 10:

(i) यहाँ, वर्ष 2003 में जनसंख्या (A_{2003}) = 54,000, R = 5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष

वर्ष 2001 की जनसंख्या दो वर्ष बाद बढ़कर वर्ष 2003 की जनसंख्या होगी क्योंकि जनसँख्या सदैव बढ़ती रहती है।

$\therefore$ $A_{2003} = P_{2001}\left(1+\frac{R}{100}\right)^n \Rightarrow 54000 = P_{2001}\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

$\Rightarrow 54000 = P_{2001}\left(1+\frac{1}{20}\right)^2 \Rightarrow 54000 = P_{2001}\left(\frac{21}{20}\right)^2$

$\Rightarrow 54000 = P_{2001}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} \Rightarrow P_{2001}=\frac{54000\times20\times20}{21\times21}$

$\Rightarrow P_{2001}$ = 48,980 (लगभग)

(ii) क्योंकि जनसँख्या सदैव बढ़ती रहती है। इसलिए, प्रश्नानुसार, वर्ष 2005 में जनसंख्या (A_{2005})

$A_{2005} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n = 54000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2 = 54000\left(1+\frac{1}{20}\right)^2$

$$= 54000\left(\frac{21}{20}\right)^2 = 54000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20} = 59{,}535$$

अतः, वर्ष 2005 में कुल जनसंख्या 59,535 होगी।

प्रश्न 11:

एक प्रयोगशाला में, किसी निश्चित प्रयोग में बैक्टीरिया की संख्या 2.5% प्रति घंटे की दर से बढ़ रही है। यदि प्रयोग के शुरू में बैक्टीरिया की संख्या 5,06,000 थी तो 2 घंटे के अंत में बैक्टीरिया की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 11:

यहाँ, शुरू में बैक्टीरिया की संख्या (P) = 5,06,000, दर (R) = 2.5% वार्षिक, समय (n) = 2 वर्ष

2 घंटे के अंत में,

बैक्टीरिया की कुल संख्या (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$= 506000\left(1+\frac{2.5}{100}\right)^2$$

$$= 506000\left(1+\frac{25}{1000}\right)^2$$

$$= 506000\left(1+\frac{1}{40}\right)^2$$

$$= 506000\left(\frac{41}{40}\right)^2$$

$$= 506000\times\frac{41}{40}\times\frac{41}{40} = 531616.25$$

अतः, 2 घंटे के अंत में, बैक्टीरिया की कुल संख्या 531616 (लगभग) हो जाएगी।

प्रश्न 12:

एक स्कूटर ₹ 42,000 में ख़रीदा गया। 8% वार्षिक दर से इसके मूल्य का अवमूल्यन हो गया। 1 वर्ष के बाद स्कूटर का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 12:

यहाँ, स्कूटर का वर्तमान मूल्य (P) = ₹ 42,000,

अवमूल्यन की दर (R) = 8% वार्षिक, समय (n) = 1 वर्ष

1 वर्ष के बाद स्कूटर का कुल मूल्य (A) = $P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

$$= 42000\left(1-\frac{8}{100}\right)^1$$

$$= 42000\left(1+\frac{2}{25}\right)^1$$

$$= 42000\left(\frac{27}{25}\right)^1 = 42000\times\frac{27}{25} = ₹\ 38{,}640$$

अतः, 1 वर्ष के बाद स्कूटर का कुल मूल्य ₹ 38,640 रह जाएगा।