गणित

(www.tiwariacademy.com)
(अध्याय - 11) (क्षेत्रमिति)
(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 11.4

प्रश्न 1:

आपको एक बेलनाकार टैंक दिया हुआ है, निम्नलिखित में से किस स्थिति में आप उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे और किस स्थिति में आयतन:

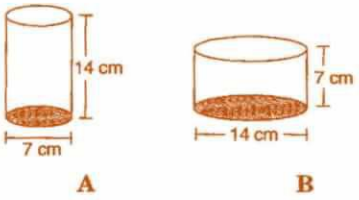
(a) यह ज्ञात करने के लिए कि इसमें कितना पानी रखा जा सकता है।
(b) इसका प्लास्टर करने के लिए वांछित सीमेंट बोरियों की संख्या।
(c) इसमें भरे पानी से भरे जाने वाले छोटे टैंकों की संख्या।

उत्तर 1:

(a) आयतन (b) पृष्ठीय क्षेत्रफल (c) आयतन

प्रश्न 2:

बेलन A का व्यास 7 cm और ऊँचाई 14 cm है। बेलन B का व्यास 14 cm और ऊँचाई 7 cm है। परिकलन किए बिना क्या आप बता सकते हैं कि इन दोनों में किसका आयतन अधिक है। दोनों बेलनों का आयतन ज्ञात करते हुए इसका सत्यापन कीजिए। जाँच कीजिए कि क्या अधिक आयतन वाले बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।



उत्तर 2:

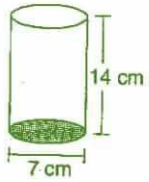
हाँ, बेलन B का आयतन अधिक है क्योंकि उसकी त्रिज्या अधिक है।

बेलन A का व्यास = 7 cm

$\Rightarrow$ बेलन A की त्रिज्या = $\frac{7}{2}$ cm

और बेलन A की ऊँचाई = 14 cm

$\therefore$ बेलन A का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times 14 = 539 \text{ cm}^3$

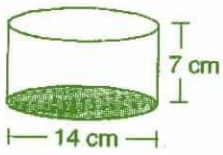


तथा बेलन B का व्यास = 14 cm

$\Rightarrow$ बेलन B की त्रिज्या = $\frac{14}{2}$ = 7 cm

और बेलन B की ऊँचाई = 7 cm

$\therefore$ बेलन A का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7}\times 7\times 7\times 7 = 1078 \text{ cm}^3$



बेलन A का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(2h+r)$ [$\because$ यह ऊपर से खुला हुआ है]

$$= \frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\left(2\times 14+\frac{7}{2}\right) = 11\times\left(28+\frac{7}{2}\right)$$

$$= 11\times\frac{63}{2} = 346.5 \text{ cm}^2$$

बेलन B का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(2h+r)$ [$\because$ यह ऊपर से खुला हुआ है]

$$= \frac{22}{7} \text{ x } 7 \text{ (2 x 7 + 7)}$$

$$= 22 \text{ x } (14 + 7) = 22 \text{ x } 21 = 462 \text{ cm}^2$$

हाँ, अधिक आयतन वाले बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।

प्रश्न 3:

एक ऐसे घनाभ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसके आधार का क्षेत्रफल 180 cm^2 और जिसका आयतन 900 cm^3 है?

उत्तर 3:

दिया है: घनाभ के आधार का क्षेत्रफल $(l \times b) = 180 \text{ cm}^2$ और घनाभ का आयतन $= 900 \text{ cm}^3$
हम जानते हैं कि,

घनाभ का आयतन $= l \times b \times h \quad \Rightarrow 900 = 180 \times h \quad \Rightarrow h = \frac{900}{180} = 5 \text{ m}$

अतः, घनाभ की ऊँचाई 5 m है।

प्रश्न 4:

एक घनाभ की विमाएँ 60 cm x 54 cm x 30 cm हैं। इस घनाभ के अंदर 6 cm भुजा वाले कितने छोटे घन रखे जा सकते हैं।

उत्तर 4:

दिया है: घनाभ की लंबाई $(l) = 60$ cm, घनाभ की चौड़ाई $(b) = 54$ cm और घनाभ की ऊँचाई $(h) = 30$ cm

हम जानते हैं कि, घनाभ का आयतन $= l \times b \times h = 60 \text{ x } 54 \text{ x } 30 \text{ cm}^3$
और घन का आयतन $= (\text{Side})^3 = 6 \text{ x } 6 \text{ x } 6 \text{ cm}^3$
$\therefore$ छोटे घनों की संख्या $= \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{60 \text{ x } 54 \text{ x } 30}{6 \text{ x } 6 \text{ x } 6} = 450$

अतः, घनाभ के अंदर 450 छोटे घन रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 5:

एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 1.54 m^3 और जिसके आधार का व्यास 140 cm है?

उत्तर 5:

दिया है: बेलन का आयतन $= 1.54 \text{ m}^3$ और बेलन के आधार का व्यास $= 140$ cm

$\therefore$ बेलन के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{140}{2} = 70$ cm

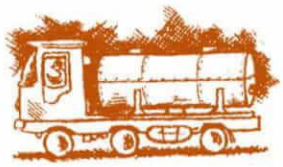
बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$\Rightarrow 1.54 = \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times h \quad \Rightarrow h = \frac{1.54 \times 7}{22 \times 0.7 \times 0.7} \quad \Rightarrow h = \frac{154 \times 7 \times 10 \times 10}{22 \times 7 \times 7 \times 100} = 1 \text{ m}$

अतः, बेलन की ऊँचाई 1 m है।

प्रश्न 6:

एक दूध का टैंक बेलन के आकार का है जिसकी त्रिज्या 1.5 m और लंबाई 7 m है। इस टैंक में भरे जा सकने वाले दूध की मात्रा लीटर में ज्ञात कीजिए।



उत्तर 6:

दिया है: बेलनाकार टैंक की त्रिज्या $(r) = 1.5$ m और बेलनाकार टैंक की ऊँचाई $(h) = 7$ m

बेलनाकार टैंक का आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 7 = 49.5 \text{ cm}^3$
$= 49.5 \text{ x } 1000$ लीटर $\quad [\because 1 \text{ m}^3 = 1000$ लीटर$]$
$= 49500$ लीटर

अतः, टैंक में भरे दूध की मात्रा 49500 लीटर है।

प्रश्न 7:

यदि किसी घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो
(i) इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि होगी?
(ii) इसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी?

उत्तर 7:

(i) माना, घन के प्रत्येक किनारे की लंबाई = l.
हम जानते हैं, घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल (A) = $6l^2$
यदि घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो
घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल (A')= $6(2l)^2 = 6\times 4l^2 = 4\times 6l^2$

$$A' = 4 \text{ x } A$$

अतः, इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल चार गुना हो जाएगा।

(ii) घन का आयतन (V) = l^3
यदि घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो
घन का आयतन (V')= $(2l)^3 = 8l^3$

$$V' = 8 \text{ x } V$$

अतः, इसका आयतन 8 गुना हो जाएगा।

प्रश्न 8:

एक कुंड के अंदर 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी गिर रहा है। यदि कुंड का आयतन 108 m^3 है, तो ज्ञात कीजिए कि इस कुंड को भरने में कितने घंटे लगेंगे?

उत्तर 8:

दिया है: कुंड का आयतन = 108 m^3

कुंड के अंदर पानी गिरने की दर = 60 लीटर / मिनट

$$= \frac{60}{1000} \text{ m}^3/\text{ मिनट} \qquad \left[\because 1l = \frac{1}{1000}\text{m}^3\right]$$

$$= \frac{60\times 60}{1000} \text{ m}^3/\text{ घंटे}$$

$\because$ कुंड में $\frac{60\times 60}{1000}$ m^3 पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

$\therefore$ कुंड में 1 m^3 पानी भरने में लगा समय = $\frac{1000}{60\times 60}$ घंटे

$\therefore$ कुंड में 108 m^3 पानी भरने में लगा समय = $\frac{108\times 1000}{60\times 60}$ घंटे = 30 घंटे

अतः, इस कुंड को भरने में 30 घंटे लगेंगे।