गणित

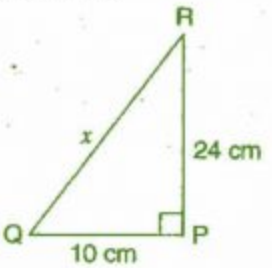
(www.tiwariacademy.com)
(अध्याय - 6) (त्रिभुज और उसके गुण)
(कक्षा - 7)

प्रश्नावली 6.5

प्रश्न 1:

PQR एक त्रिभुज है जिसका P एक समकोण है। यदि PQ = 10 cm तथा PR = 24 cm तब QR ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:



दिया है: PQ = 10 cm, PR = 24 cm

माना, QR = x cm

समकोण त्रिभुज QPR में, (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow$ $(QR)^2 = (PQ)^2 + (PR)^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = (10)^2 + (24)^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = 100 + 576 = 676$

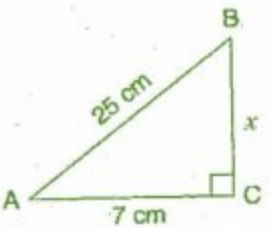
$\Rightarrow$ $x = \sqrt{676} = 26$ cm

अतः, QR की लम्बाई 26 cm है।

प्रश्न 2:

ABC एक त्रिभुज है जिसका C एक समकोण है। यदि AB = 25 cm तथा AC = 7 cm तब BC ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:



दिया है: AB = 25 cm, AC = 7 cm

माना, BC = x cm

समकोण त्रिभुज ACB में, (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow$ $(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$

$\Rightarrow$ $(25)^2 = (7)^2 + x^2$

$\Rightarrow$ $625 = 49 + x^2$

$\Rightarrow$ $x^2 = 625 - 49 = 576$

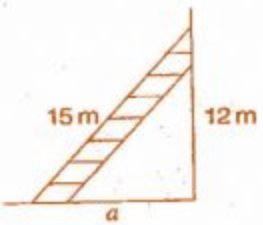
$\Rightarrow$ $x = \sqrt{576} = 24$ cm

अतः, BC की लम्बाई 24 cm है।

प्रश्न 3:

दीवार के सहारे उसके पैर कुछ दूरी पर टिका कर 15 m लंबी एक सीढ़ी भूमि से 12 m ऊँचाई पर स्थित खिड़की तक पहुँचती है। दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:



माना, AC सीढ़ी है तथा बिंदु A खिड़की है।

दिया है: AC = 15 m, AB = 12 m, माना CB = a m

समकोण त्रिभुज ACB में,

(कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

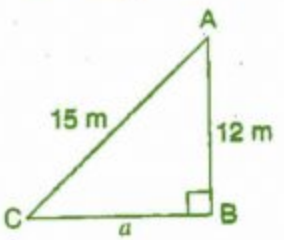
$\Rightarrow$ $(AC)^2 = (CB)^2 + (AB)^2$

$\Rightarrow$ $(15)^2 = (a)^2 + (12)^2$

$\Rightarrow$ $225 = a^2 + 144$

$\Rightarrow$ $a^2 = 225 - 144 = 81$

$\Rightarrow$ $a = \sqrt{81} = 9$ cm



अतः, दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी 9 m है।

प्रश्न 4:

निम्नलिखित में भुजाओं के कौन से समूह एक समकोण त्रिभुज बना सकते हैं?

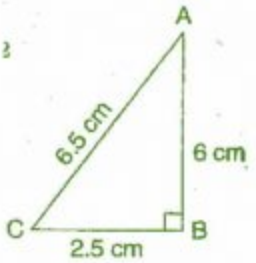
(i) 2.5 cm, 6.5 cm, 6 cm (ii) 2 cm, 2 cm, 5 cm (iii) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm

समकोण त्रिभुज होने की स्थिति में उसके समकोण को भी पहचानिए।

उत्तर 4:

सबसे बड़ी भुजा को कर्ण मानकर, पाइथागोरस गुण से समकोण त्रिभुज की सत्यता की जाँच करते हैं।

(i) 2.5 cm, 6.5 cm, 6 cm



ΔABC में, $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

L.H.S. $= (6.5)^2 = 42.25$ cm

R.H.S. $= (6)^2 + (2.5)^2 = 36 + 6.25 = 42.25$ cm

क्योंकि, L.H.S. = R.H.S.

इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज बनाती हैं।

समकोण सबसे बड़ी भुजा 6.5 cm के सामने होगा अर्थात कोण B पर है।

(ii) 2 cm, 2 cm, 5 cm

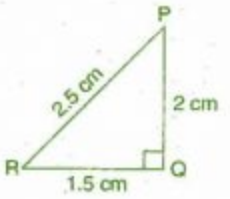
दी गई भुजाओं से, $(5)^2 = (2)^2 + (2)^2$

L.H.S. $= (5)^2 = 25$

R.H.S. $= (2)^2 + (2)^2 = 4 + 4 = 8$

क्योंकि, L.H.S. $\neq$ R.H.S. इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज नहीं बनाती हैं।

(iii) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm



ΔPQR में, $(PR)^2 = (PQ)^2 + (RQ)^2$

L.H.S. $= (2.5)^2 = 6.25$ cm

R.H.S. $= (1.5)^2 + (2)^2 = 2.25 + 4 = 6.25$ cm

क्योंकि, L.H.S. = R.H.S.

इसलिए, ये भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज बनाती हैं।

समकोण सबसे बड़ी भुजा 2.5 cm के सामने होगा अर्थात कोण Q पर है।

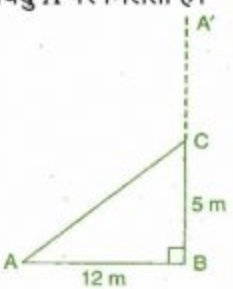
प्रश्न 5:

एक पेड़ भूमि से 5 m की ऊँचाई पर टूट जाता है और उसका उपरी सिरा भूमि को उसके आधार से 12 m की दूरी पर छूता है। पेड़ की पूरी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना A'CB टूटने से पहले पेड़ की स्थिति है। पेड़ बिंदु C से टूटता है और इसका बिंदु A' भूमि पर बिंदु A पर मिलता है।

इसलिए ΔABC में कोण B समकोण है। AB = 12 m और BC = 5 m है।



पाइथागोरस गुण से, ΔABC में, $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = (12)^2 + (5)^2$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = 144 + 25$

$\Rightarrow \quad (AC)^2 = 169$

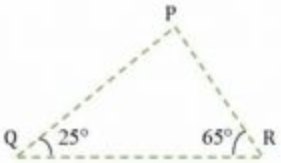
$\Rightarrow \quad AC = 13$ m

अतः, पेड़ की पूरी ऊँचाई = AC + CB = 13 + 5 = 18 m है।

प्रश्न 6:

त्रिभुज PQR में कोण Q = 25° तथा कोण R = 65° हैं। निम्नलिखित में कौन सा कथन सत्य है?

(i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$
(ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$
(iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$



उत्तर 6:

ΔPQR में,

$\angle PQR + \angle QRP + \angle RPQ = 180°$ [त्रिभुज के कोण योग नियाम से]

$\Rightarrow 25° + 65° + \angle RPQ = 180°$

$\Rightarrow 90° + \angle RPQ = 180°$

$\Rightarrow \angle RPQ = 180° - 90° = 90°$

अतः, ΔPQR एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण P समकोण है।

$\therefore$ (कर्ण)^2 = (आधार)^2 + (लंब)^2 [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow (QR)^2 = (PR)^2 + (QP)^2$

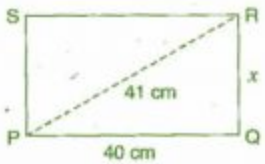
अतः, विकल्प (ii) सही है।

प्रश्न 7:

एक आयत की लंबाई 40 cm है तथा उसका विकर्ण 41 cm है। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

दिया है: विकर्ण (PR) = 41 cm और लम्बाई (PQ) = 40 cm



माना, (QR) = x cm.

समकोण त्रिभुज PQR में,

$(PR)^2 = (RQ)^2 + (PQ)^2$ [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow (41)^2 = x^2 + (40)^2$ $\Rightarrow 1681 = x^2 + 1600$ $\Rightarrow x^2 = 1681 - 1600$

$\Rightarrow x^2 = 81$ $\Rightarrow x = \sqrt{81} = 9$ cm

अतः, आयत की चौड़ाई = 9 cm.

आयत का परिमाप = 2(लम्बाई + चौड़ाई) = 2 (9 + 49) = 2 x 49 = 98 cm

अतः, आयत का परिमाप 98 cm है।

प्रश्न 8:

एक समचतुर्भुज के विकर्ण 16 cm तथा 30 cm हैं। इसका परिमाप ज्ञात कीजिए।

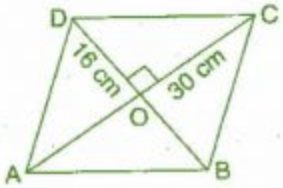
उत्तर 8:

दिया है: विकर्ण AC = 30 cm और DB = 16 cm.

हम जानते हैं कि समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते है।

इसलिए, $OD = \frac{DB}{2} = \frac{16}{2} = 8$ cm

और $OC = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15$ cm



अब, समकोण त्रिभुज DOC में,

$(DC)^2 = (OD)^2 + (OC)^2$ [पाइथागोरस गुण से]

$\Rightarrow (DC)^2 = (8)^2 + (15)^2$ $\Rightarrow (DC)^2 = 64 + 225 = 289$ $\Rightarrow DC = \sqrt{289} = 17$ cm

समचतुर्भुज का परिमाप = 4 x भुजा = 4 x 17 = 68 cm

अतः, समचतुर्भुज का परिमाप 68 cm है।