

प्रश्न 1:

निम्नलिखित का मान निकालिए:

(i). $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$ (ii). $\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$ (iii). $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$ (iv). $\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$

उत्तर 1:

(i) $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$

$$= \frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = \frac{\cos(90^\circ - 18^\circ)}{\cos 72^\circ} \quad [\text{क्योंकि } \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$= \frac{\cos 72^\circ}{\cos 72^\circ} = 1$$

(ii) $\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$

$$\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ} = \frac{\cot(90^\circ - 26^\circ)}{\cot 64^\circ} \quad [\text{क्योंकि } \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta]$$

$$= \frac{\cot 64^\circ}{\cot 64^\circ} = 1$$

(iii) $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$

$$\cos 48^\circ - \sin 42^\circ = \cos 48^\circ - \cos(90^\circ - 42^\circ) \quad [\text{क्योंकि } \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$= \cos 48^\circ - \cos 48^\circ = 0$$

(iv) $\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$

$$\operatorname{cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ = \operatorname{cosec} 31^\circ - \operatorname{cosec}(90^\circ - 59^\circ) \quad [\text{क्योंकि } \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta]$$

$$= \operatorname{cosec} 31^\circ - \operatorname{cosec} 31^\circ = 0$$

प्रश्न 2:

दिखाइए कि

(i). $\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$

(ii). $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$

उत्तर 2:

(i). $\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$

$$\begin{aligned} \text{वाम पक्ष} &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ \\ &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot(90^\circ - 42^\circ) \cot(90^\circ - 67^\circ) \quad [\text{क्योंकि } \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta] \\ &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot 48^\circ \cot 23^\circ \\ &= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \times \frac{1}{\tan 48^\circ} \times \frac{1}{\tan 23^\circ} \\ &= 1 \\ &= \text{दाँया पक्ष} \end{aligned}$$

(ii). $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$

वाम पक्ष = $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ$

= $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos(90^\circ - 38^\circ) \cos(90^\circ - 52^\circ)$ [क्योंकि $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$]

= $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos 52^\circ \cos 38^\circ$

= 0 = दाया पक्ष

प्रश्न 3:

यदि $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$, जहाँ $2A$ एक न्यून कोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

दिया है $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$

$\Rightarrow \cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$ [क्योंकि $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$]

$\Rightarrow 90^\circ - 2A = A - 18^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 18^\circ = 3A$

$\Rightarrow 3A = 108^\circ$

$\Rightarrow A = 36^\circ$

इसलिए, $A = 36^\circ$

प्रश्न 4:

यदि $\tan A = \cot B$, तो सिद्ध कीजिए कि $A + B = 90^\circ$

उत्तर 4:

दिया है $\tan A = \cot B$

$\Rightarrow \cot(90^\circ - A) = \cot B$ [क्योंकि $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$]

$\Rightarrow 90^\circ - A = B$

$\Rightarrow 90^\circ = A + B$

इसलिए, $A + B = 90^\circ$

प्रश्न 5:

यदि $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$, जहाँ $4A$ एक न्यून कोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

दिया है $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$

$\Rightarrow \operatorname{cosec}(90^\circ - 4A) = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ [क्योंकि $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$]

$\Rightarrow 90^\circ - 4A = A - 20^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 20^\circ = 5A$

$\Rightarrow 5A = 110^\circ$

$\Rightarrow A = 22^\circ$

इसलिए, $A = 22^\circ$

प्रश्न 6:

यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अंतः कोण हों, तो दिखाइए कि

$$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\frac{A}{2}$$

उत्तर 6:

$$\text{वाम पक्ष} = \sin\left(\frac{B+C}{2}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{180^\circ - A}{2}\right)$$

$$\left[\text{क्योंकि } A + B + C = 180^\circ\right]$$

$$= \sin\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right)$$

$$= \cos\frac{A}{2}$$

$$\left[\text{क्योंकि } \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta\right]$$

$$= \text{दाया पक्ष}$$

प्रश्न 7:

$\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$ को 0° और 45° के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर 7:

हम जानते हैं कि $\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$ और $\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$

इसलिए, $\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$

$$= \cos(90^\circ - 67^\circ) + \sin(90^\circ - 75^\circ)$$

$$= \cos 23^\circ + \sin 15^\circ$$

