गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ – 7) (निर्देशांक ज्यामिति)

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 7.3

प्रश्न 1:

उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष हैं:

(i) $(2,3),(-1,0),(2,-4)$ **(ii)** $(-5,-1),(3,-5),(5,2)$

उत्तर 1:

(i) $(2,3),(-1,0),(2,-4)$

त्रिभुज के शीर्ष $A(2,3)$, $B(-1,0)$ और $C(2,-4)$ हैं।

त्रिभुज के क्षेत्रफल व्यंजक $\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$ द्वारा

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}[2\{0-(-4)\}+(-1)\{(-4)-3\}+2(3-0)]$

$= \frac{1}{2}[8+7+6]$

$= \frac{21}{2} = 10.5$ वर्ग मात्रक

(ii) $(-5,-1),(3,-5),(5,2)$

त्रिभुज के शीर्ष $A(-5,-1)$, $B(3,-5)$ और $C(5,\ 2)$ हैं।

त्रिभुज के क्षेत्रफल व्यंजक $\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$ द्वारा

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}[(-5)(-5-2)+3\{2-(-1)\}+5\{-1-(-5)\}]$

$= \frac{1}{2}[35+9+20]$

$= \frac{64}{2} = 32$ वर्ग मात्रक

प्रश्न 2:

निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'k' का मान ज्ञात कीजिए, ताकि तीनों बिंदु संरेखी हों:

(i) $(7,-2),(5,1),(3,k)$ **(ii)** $(8,1),(k,-4),(2,-5)$

उत्तर 2:

(i) $A(7,-2)$, $B(5,1)$, $C(3,k)$

यदि तीनों बिंदु संरेखी होंगे, तो इनसे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

अतः, त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[7(1-k)+5\{k-(-2)\}+3(-2-1)] = 0$

$\Rightarrow 7-7k+5k+10-9 = 0$

$\Rightarrow -2k = -8$

$\Rightarrow k = 4$

(ii) $P(8,1)$, $Q(k,-4)$, $R(2,-5)$

यदि तीनों बिंदु संरेखी होंगे, तो इनसे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

अतः, त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल $= 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[8\{-4-(-5)\}+k(-5-1)+2\{1-(-4)\}] = 0$

$\Rightarrow 8-6k+10 = 0$

$\Rightarrow -6k = -18$

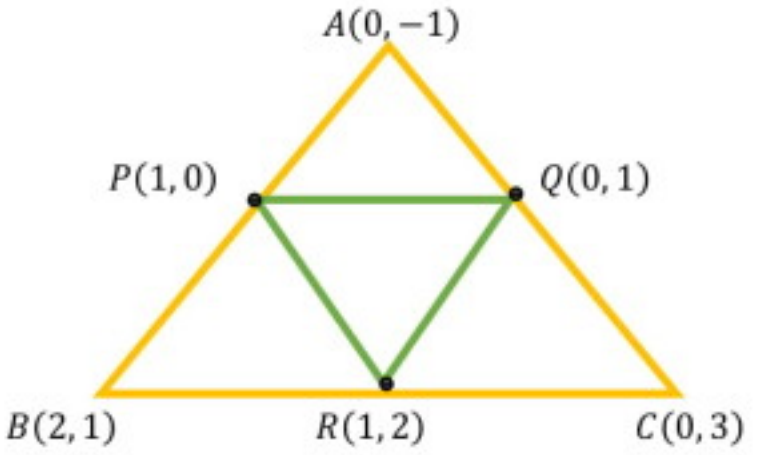
$\Rightarrow k = 3$

प्रश्न 3:

शीर्षों $(0,-1),(2,1)$ और $(0,3)$ वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

माना, शीर्षों $A(0,-1), \mathrm{B}(2,1)$ और $C(0,3)$ वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं से बनने वाला त्रिभुज PQR है।



AB के मध्य बिंदु P के निर्देशांक $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (1,0)$

BC के मध्य बिंदु R के निर्देशांक $= \left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (1,2)$

AC के मध्य बिंदु Q के निर्देशांक $= \left(\frac{0+0}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = (0,1)$

त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं से बनने वाले त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[1(2-1)+1(1-0)+0(0-1)] = \frac{1}{2}[2] = 1$ वर्ग मात्रक

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[0(1-3)+2\{3-(-1)\}+0(-1-1)] = \frac{1}{2}[8] = 4$ वर्ग मात्रक

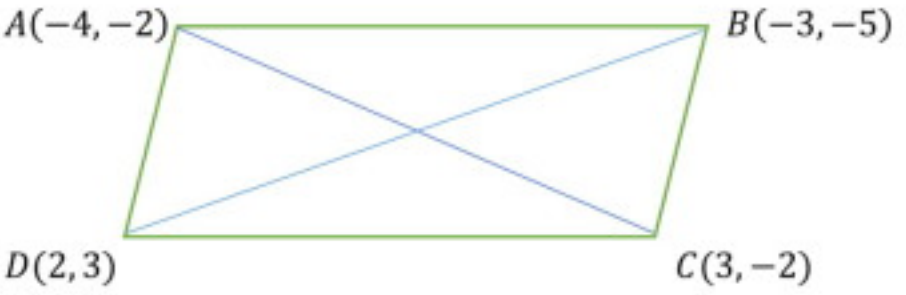
अतः, $\frac{\text{त्रिभुज } PQR \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{त्रिभुज } ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{4}$

प्रश्न 4:

उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में, $(-4,-2),(-3,-5),(3,-2)$ और $(2,3)$ हैं।

उत्तर 4:

दिया है: बिंदु $A(-4,-2), B(-3,-5), C(3,-2)$ और $D(2,3)$ एक चतुर्भुज के शीर्ष हैं।



त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[(-4)\{-5-(-2)\}+(-3)\{-2-(-2)\}+3\{-2-(-5)\}]$

$= \frac{1}{2}[12 + 0 + 9]$

$= \frac{1}{2}[21] = 10.5$ वर्ग मात्रक

त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[(-4)(-2-3) + 3\{3-(-2)\} + 2\{-2-(-2)\}]$

$= \frac{1}{2}[20 + 15 + 0] = \frac{1}{2}[35] = 17.5$ वर्ग मात्रक

चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल + त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल

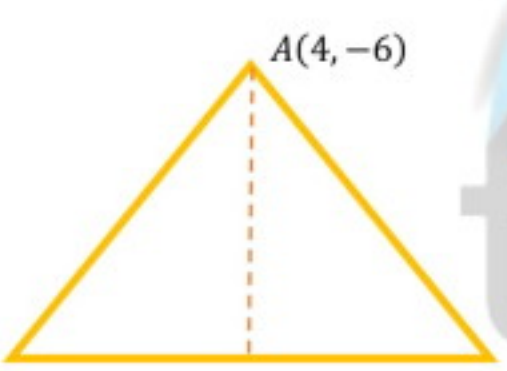
⇒ चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल = $(10.5 + 17.5)$ वर्ग मात्रक $= 28$ वर्ग मात्रक

प्रश्न 5:

कक्षा IX में आपने पढ़ा है (अध्याय 9, उदाहरण 3) कि किसी त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वालो दो त्रिभुजों में विभाजित करती है। उस त्रिभुज ABC के लिए इस परिणाम का सत्यापन कीजिए जिसके शीर्ष $A(4,-6), B(3,-2)$ और $C(5,2)$ हैं।

उत्तर 5:

त्रिभुज ABC शीर्ष $A(4,-6), B(3,-2)$ और $C(5,2)$ हैं।



BC के मध्य बिंदु D के निर्देशांक $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{3+5}{2}, \frac{-2+2}{2}\right) = (4, 0)$

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[4(-2-0) + 3\{0-(-6)\} + 4\{-6-(-2)\}]$

$= \frac{1}{2}[-8 + 18 - 16] = \frac{1}{2}[-6] = -3 = 3$ वर्ग मात्रक

त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[4(2-0) + 5\{0-(-6)\} + 4(-6-2)]$

$= \frac{1}{2}[8 + 30 - 32] = \frac{1}{2}[6] = 3$ वर्ग मात्रक

⇒ त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल = 3 वर्ग मात्रक

अतः, किसी त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वालो दो त्रिभुजों में विभाजित करती है।