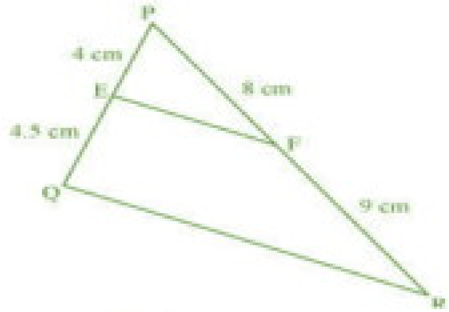
**(ii)**

दिया है, PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm, RF = 9 cm, इसलिए

$\frac{PE}{EQ} = \frac{4}{4.5} = \frac{8}{9}$ तथा $\frac{PF}{FR} = \frac{8}{9}$

क्योंकि $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$, अतः, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, EF और QR समांतर हैं।

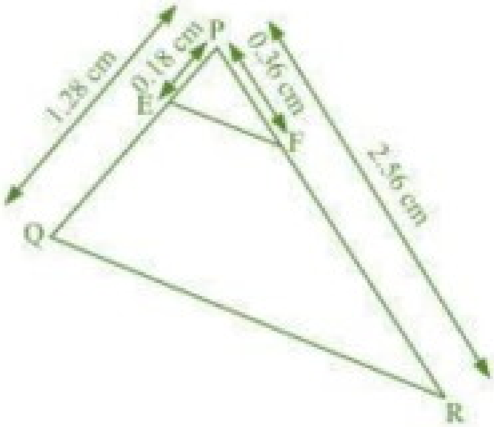



**(iii)**

दिया है, PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm, PF = 0.36 cm, इसलिए

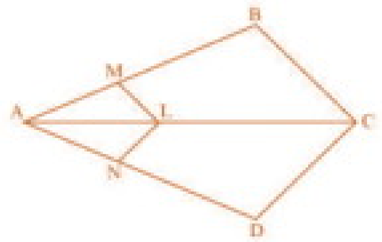
$\frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.28} = \frac{18}{128} = \frac{9}{64}$ तथा $\frac{PF}{FR} = \frac{0.36}{2.56} = \frac{9}{64}$

क्योंकि $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$, अतः, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, EF और QR समांतर हैं।




## प्रश्न 3:

आकृति में, यदि LM || CB और LN || CD हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ है।




## उत्तर 3:

दिया है, ΔABC में, LM || CB, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AM}{AB} = \frac{AL}{AC}$ ... (1)

इसीप्रकार

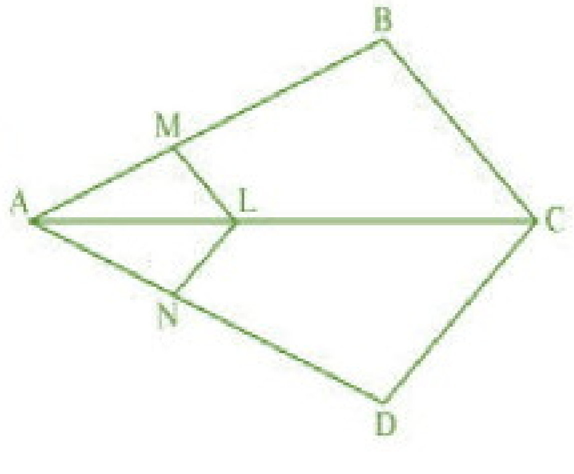
दिया है, ΔADC में, LN || CD, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC}$ ... (2)

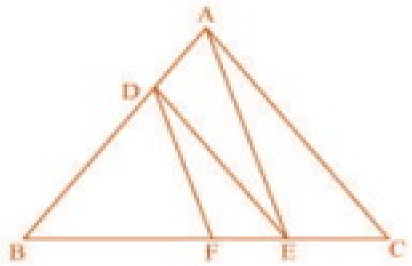
समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$

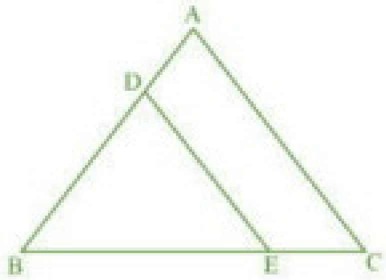



## प्रश्न 4:

आकृति में, DE || AC और DF || AE है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।



**उत्तर 4:**




दिया है, ΔABC में, DE || AC, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

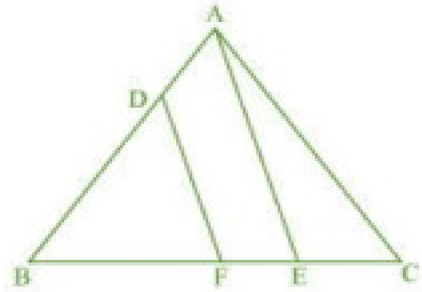
$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ ... (1)

इसीप्रकार

ΔABC में, DF || AE, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE}$ ... (2)

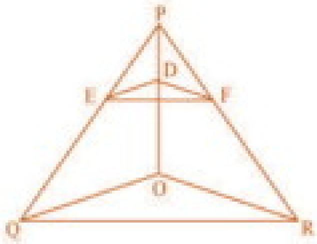



समीकरण (1) और (2) से

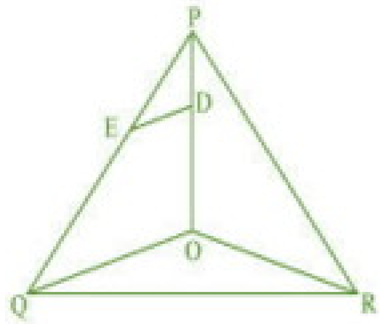
$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

## प्रश्न 5:

आकृति में, DE || OQ और DF || OR है। दर्शाइए कि EF || QR है।




**उत्तर 5:**




दिया है, ΔPOQ में, DE || OQ,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PD}{DO}$ ... (1)

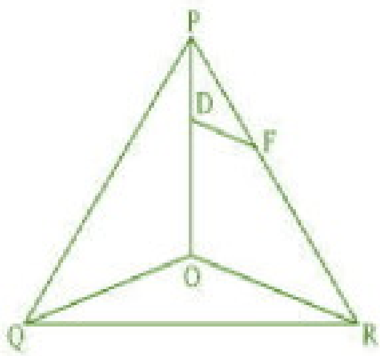
इसीप्रकार

ΔPOR में, DF || OR,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{PF}{FR} = \frac{PD}{DO}$ ... (2)



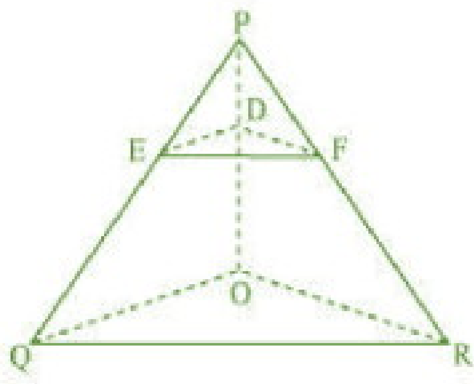

समीकरण (1) और (2) से

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

अब,

त्रिभुज PQR में,

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]



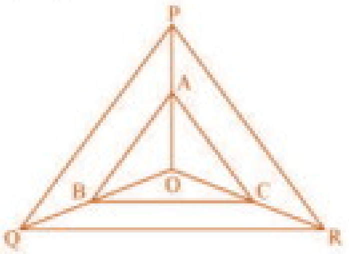

इसलिए,

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से

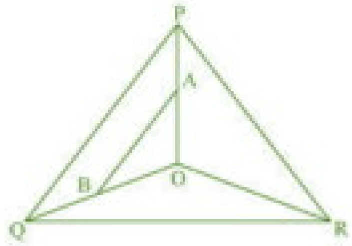
EF || QR

## प्रश्न 6:

आकृति में, क्रमशः OP, OQ और OR पर स्थित बिंदु A, B और C इस प्रकार हैं कि AB || PQ और AC || PR है। दर्शाइए कि BC || QR है।




### उत्तर 6:



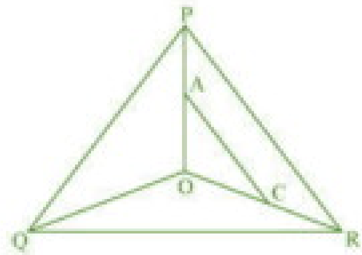

दिया है, ΔPOQ में, AB || PQ,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ ... (1)

इसीप्रकार




ΔPOR में, AC || PR,

इसलिए

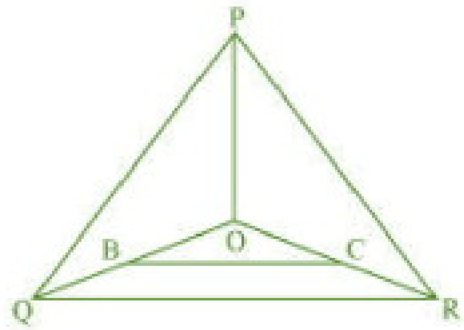
आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR}$ ... (2)

समीकरण (1) और (2) से

$\frac{OB}{OQ} = \frac{OC}{CR}$

अब, त्रिभुज OQR में,




$\frac{OB}{OQ} = \frac{OC}{CR}$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

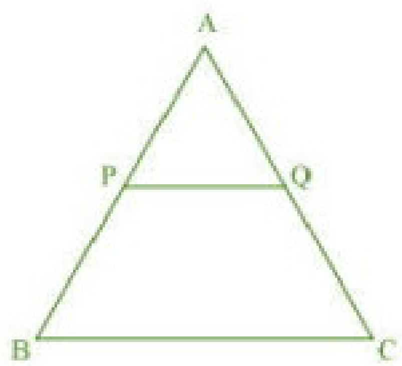
इसलिए, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से

BC || QR

## प्रश्न 7:

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (प्रमेय 6.1) का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिंदु से होकर दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

### उत्तर 7:




माना PQ, त्रिभुज ABC की भुजा AB के मध्य-बिंदु P से होकर, दूसरी भुजा BC के समांतर खींची गई रेखा है। अर्थात PQ || BC, इसलिए

त्रिभुज ABC में, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

$1 = \frac{AQ}{QC}$ [क्योंकि AP = PB]

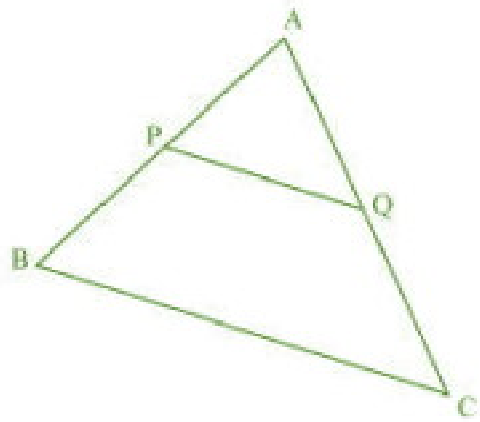
$\Rightarrow AQ = QC$,

अर्थात Q, भुजा AC का मध्य बिंदु है।

## प्रश्न 8:

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम (प्रमेय 6.2) का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।

### उत्तर 8:




माना PQ, त्रिभुज ABC की भुजा AB के मध्य-बिंदु P तथा दूसरी भुजा AC के मध्य-बिंदु Q से होकर जाने वाली रेखा है। इसलिए, AP = PB और AQ = QC

$\Rightarrow \frac{AP}{PB} = 1$ और $\frac{AQ}{QC} = 1$

अर्थात

$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} = 1$

अब, त्रिभुज ABC में,

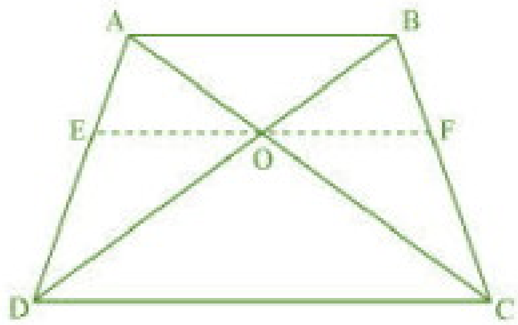
$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ [ऊपर सिद्ध किया गया है]

इसलिए, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, PQ || BC

## प्रश्न 9:

ABCD एक समलंब है जिसमें AB || DC है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।

### उत्तर 9:




O से होती हुई तथा CD के समांतर एक रेखा EF खींची। ताकि EF || CD हो।

ΔADC में, EO || CD

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से, $\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$ ... (1)

इसीप्रकार, ΔABD में, EO || AB

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से, $\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD}$ ... (2)

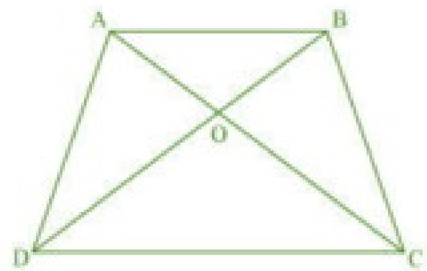
समीकरण (1) और (2) से

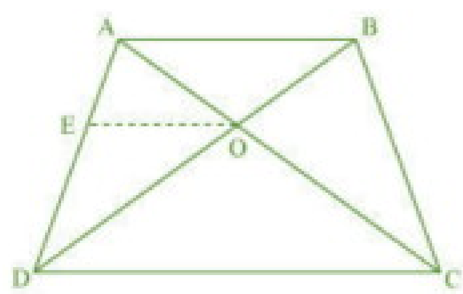
$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} \Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

## प्रश्न 10:

एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। दर्शाइए कि ABCD एक समलंब है।

### उत्तर 10:




चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं ।

O से होती हुई तथा AB के समांतर एक रेखा EO खींची। ताकि EO || AB हो।

ΔABD में, EO || AB

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD}$ ... (1)

परन्तु, दिया है

$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO} \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$ ... (2)

समीकरण (1) और (2) से

$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$

⇒ EO || DC [आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से]

⇒ AB || OE || DC ⇒ AB || CD

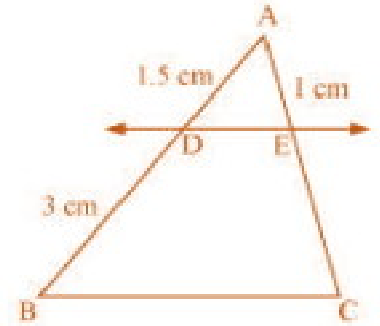
∴ ABCD एक समलंब है।

## प्रश्नावली 6.2

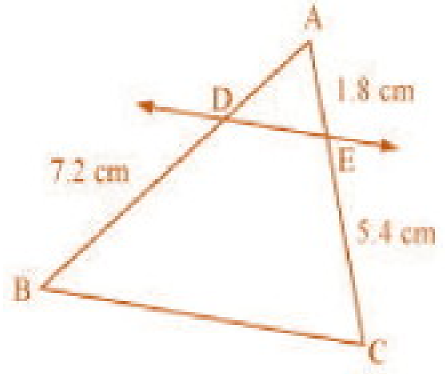
### प्रश्न 1:

आकृति (i) और (ii) में, DE || BC है। (i) में EC और (ii) में AD ज्ञात कीजिए:

**(i)**




**(ii)**




### उत्तर 1:

**(i)**

माना EC = x cm

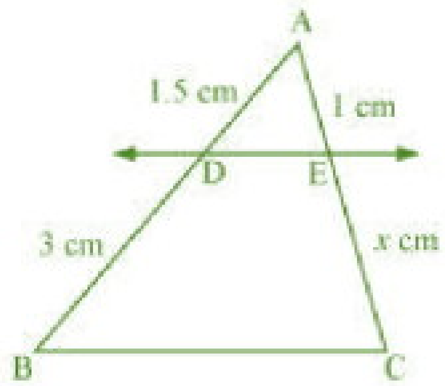
दिया है, ΔABC में, DE || BC, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EC} \quad \Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{3 \times 1}{1.5} = 2$

अतः, $EC = 2$ है।




**(ii)**

माना AD = x cm

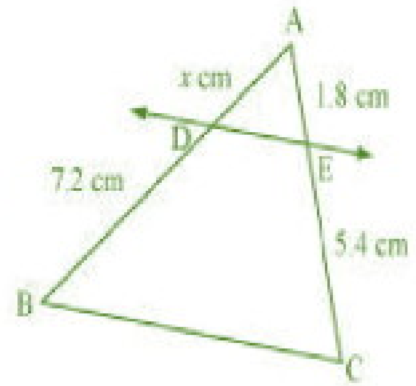
दिया है, ΔABC में, DE || BC, इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{EC} \quad \Rightarrow \frac{x}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\Rightarrow x = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4} = 2.4$

अतः, $AD = 2.4$ है।



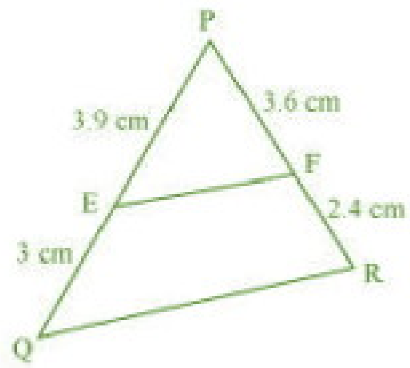

### प्रश्न 2:

किसी ΔPQR की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु E और F स्थित हैं। निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति के लिए, बताइए कि क्या EF || QR हैं:

**(i)** PE = 3.9 cm, EQ = 3 cm, PF = 3.6 cm और FR = 2.4 cm

**(ii)** PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm और RF = 9 cm

**(iii)** PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm और PF = 0.63 cm




### उत्तर 2:

**(i)**

दिया है, PE = 3.9 cm, EQ = 3 cm, PF = 3.6 cm, FR = 2.4 cm, इसलिए

$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = 1.3$ तथा $\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = 1.5$

क्योंकि $\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$, अतः, EF और QR समांतर नहीं हैं।