

प्रश्न 1:

निम्नलिखित सारणी में, रिक्त स्थानों को भरिए, जहाँ AP का प्रथम पद a , सार्व अंतर d और n वाँ पद a_n है:

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	...
(ii)	-18	...	10	0
(iii)	...	-3	18	-5
(iv)	-18.9	2.5	...	3.6
(v)	3.5	0	105	...

उत्तर 1:

(i) यहाँ, $a = 7$, $d = 3$ तथा $n = 8$ है, इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$a_n = 7 + (8 - 1)(3)$$

$$\Rightarrow a_n = 7 + 21 = 28$$

(ii) यहाँ, $a = -18$, $n = 10$ तथा $a_n = 0$ है, इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$0 = -18 + (10 - 1)d$$

$$\Rightarrow 18 = 9d \Rightarrow d = 2$$

(iii) यहाँ, $d = -3$, $n = 18$ तथा $a_n = -5$ है, इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$-5 = a + (18 - 1)(-3)$$

$$\Rightarrow -5 = a - 51$$

$$\Rightarrow a = 46$$

(iv) यहाँ, $a = -18.9$, $d = 2.5$ तथा $a_n = 3.6$ है, इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$3.6 = -18.9 + (n - 1)(2.5)$$

$$\Rightarrow 3.6 = -18.9 + 2.5n - 2.5$$

$$\Rightarrow 2.5n = 3.6 + 21.4 = 25.0$$

$$\Rightarrow n = 10$$

(v) यहाँ, $a = 3.5$, $d = 0$ तथा $n = 105$ है, इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$a_n = 3.5 + (105 - 1)(0)$$

$$\Rightarrow a_n = 3.5 + 0 = 3.5$$

प्रश्न 2:

निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए और उसका औचित्य दीजिए:

(i) A.P.: 10, 7, 4, ..., का 30वाँ पद है:

(A) 97

(B) 77

(C) -77

(D) -87

(ii) A.P.: $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$, का 11वाँ पद है:

(A) 28

(B) 22

(C) -38

(D) $-48\frac{1}{2}$

उत्तर 2:

(i) यहाँ, $a = 10$, $d = 7 - 10 = -3$ तथा $n = 30$ है,

इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$a_{30} = 10 + (30 - 1)(-3)$$

$$\Rightarrow a_{30} = 10 - 87 = -77$$

अतः, विकल्प (C) सही है।

(ii) यहाँ, $a = -3$, $d = -\frac{1}{2} - (-3) = \frac{5}{2}$ तथा $n = 11$ है,
इसलिए $a_n = a + (n - 1)d$ में मान रखने पर

$$a_{11} = -3 + (11 - 1)\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_{11} = -3 + 25 = 22$$

अतः, विकल्प (B) सही है।

प्रश्न 3:

निम्नलिखित समांतर श्रेणियों में, रिक्त खानों (boxes) के पदों को ज्ञात कीजिए:

(i) 2, , 26

(ii) , 13, , 3

(iii) 5, , , $9\frac{1}{2}$

(iv) -4, , , , 6

(v) , 38, , , 22

उत्तर 3:

(i) यहाँ, दिया है $a = 2$ तथा $a_3 = 26$ है, ज्ञात करना है: a_2

दिया है: $a_3 = a + (3 - 1)d = 26$

$$\Rightarrow 2 + 2d = 26$$

$$\Rightarrow d = 12$$

इसलिए $a_2 = a + (2 - 1)d = 2 + 12 = 14$

(ii) यहाँ, दिया है $a_2 = 13$ तथा $a_4 = 3$ है, ज्ञात करना है: a_1 तथा a_3

दिया है: $a_2 = a + (2 - 1)d = 13$

$$\Rightarrow a + d = 13$$

$$\Rightarrow a = 13 - d$$

तथा $a_4 = 3 \Rightarrow a + 3d = 3$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर

$$13 - d + 3d = 3 \Rightarrow d = -5$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर

$$a = 13 - (-5) = 18$$

इसलिए $a_1 = 18$ तथा $a_3 = a + (3 - 1)d = 18 + 2(-5) = 8$

(iii) यहाँ, दिया है $a = 5$ तथा $a_4 = 9\frac{1}{2}$ है, ज्ञात करना है: a_2 तथा a_3

दिया है: $a_4 = a + (4 - 1)d = 9\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 5 + 3d = \frac{19}{2} \Rightarrow 3d = \frac{19}{2} - 5 = \frac{9}{2} \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

इसलिए $a_2 = a + d = 5 + \frac{3}{2} = 6\frac{1}{2}$ तथा $a_3 = a + 2d = 5 + 2\left(\frac{3}{2}\right) = 8$

(iv) यहाँ, दिया है $a = -4$ तथा $a_6 = 6$ है, ज्ञात करना है: a_2 , a_3 , a_4 तथा a_5

दिया है: $a_6 = a + (6 - 1)d = 6$

$$\Rightarrow -4 + 5d = 6 \Rightarrow 5d = 10 \Rightarrow d = 2$$

इसलिए $a_2 = a + d = -4 + 2 = -2$

$$a_3 = a + 2d = -4 + 2(2) = 0$$

$$a_4 = a + 3d = -4 + 3(2) = 2$$

$$a_5 = a + 4d = -4 + 4(2) = 4$$

(v) यहाँ, दिया है $a_2 = 38$ तथा $a_6 = -22$ है, ज्ञात करना है: a_1, a_3, a_4 तथा a_5

दिया है: $a_2 = a + (2 - 1)d = 38$

$$\Rightarrow a + d = 38$$

$$\Rightarrow a = 38 - d \quad \dots (1)$$

$$\text{तथा } a_6 = -22 \Rightarrow a + 5d = -22$$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर

$$38 - d + 5d = -22 \Rightarrow d = -15$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर

$$a = 38 - (-15) = 53$$

$$\text{इसलिए } a_1 = a = 53$$

$$a_3 = a + 2d = 53 + 2(-15) = 23$$

$$a_4 = a + 3d = 53 + 3(-15) = 8$$

$$a_5 = a + 4d = 53 + 4(-15) = -7$$

प्रश्न 4:

A.P.: 3, 8, 13, 18, ... का कौन सा पद 78 है?

उत्तर 4:

यहाँ, $a = 3$ तथा $d = 8 - 3 = 5$ है,

माना, A.P. का n वाँ पद 78 है।

$$\text{इसलिए } a_n = 78$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 78$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1)(5) = 78$$

$$\Rightarrow (n - 1)(5) = 75$$

$$\Rightarrow n - 1 = 15$$

$$\Rightarrow n = 16$$

अतः, A.P.: 3, 8, 13, 18, ... का 16वाँ पद 78 है।

प्रश्न 5:

निम्नलिखित समांतर श्रेणियों में से प्रत्येक श्रेणी में कितने पद हैं?

(i) 7, 13, 19, ..., 205

(ii) $18, 15\frac{1}{2}, 13, \dots, -47$

उत्तर 5:

(i) यहाँ, $a = 7$ तथा $d = 13 - 7 = 6$ है,

माना, समांतर श्रेणी में n पद हैं।

$$\text{इसलिए } a_n = 205$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 205$$

$$\Rightarrow 7 + (n - 1)(6) = 205$$

$$\Rightarrow (n - 1)(6) = 198$$

$$\Rightarrow n - 1 = 33$$

$$\Rightarrow n = 34$$

अतः, समांतर श्रेणी में 34 पद हैं।

(ii) यहाँ, $a = 18$ तथा $d = 15\frac{1}{2} - 18 = -\frac{5}{2}$ है,

माना, समांतर श्रेणी में n पद हैं।

$$\text{इसलिए } a_n = -47$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = -47$$

$$\Rightarrow 18 + (n - 1) \left(-\frac{5}{2} \right) = -47$$

$$\Rightarrow (n - 1) \left(-\frac{5}{2} \right) = -65$$

$$\Rightarrow n - 1 = 26$$

$$\Rightarrow n = 27$$

अतः, समांतर श्रेणी में 27 पद हैं।

प्रश्न 6:

क्या A.P., 11, 8, 5, 2, ... का एक पद -150 है? क्यों?

उत्तर 6:

यहाँ, $a = 11$ तथा $d = 8 - 11 = -3$ है,

माना, A.P. का n वाँ पद -150 है।

$$\text{इसलिए } a_n = -150$$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = -150$$

$$\Rightarrow 11 + (n - 1)(-3) = -150$$

$$\Rightarrow 11 - 3n + 3 = -150$$

$$\Rightarrow -3n = -164$$

$$\Rightarrow n = \frac{164}{3} = 54\frac{2}{3}$$

यहाँ, n एक पूर्णांक संख्या नहीं है। अतः, -150, A.P., 11, 8, 5, 2, ... का पद नहीं है।

प्रश्न 7:

उस A.P का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11वाँ पद 38 है और 16वाँ पद 73 है।

उत्तर 7:

यहाँ, दिया है $a_{11} = 38$ तथा $a_{16} = 73$ है, ज्ञात करना है: a_{31}

$$\text{दिया है: } a_{11} = a + (11 - 1)d = 38$$

$$\Rightarrow a + 10d = 38$$

$$\Rightarrow a = 38 - 10d$$

... (1)

$$\text{तथा } a_{16} = 73$$

$$\Rightarrow a + 15d = 73$$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर

$$38 - 10d + 15d = 73$$

$$\Rightarrow 5d = 35$$

$$\Rightarrow d = 7$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर

$$a = 38 - 10(7) = -32$$

$$\text{इसलिए, } a_{31} = a + 30d = -32 + 30(7) = 178$$

अतः, A.P का 31वाँ पद 178 है।

प्रश्न 8:

एक A.P. में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अंतिम पद 106 है। इसका 29वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

यहाँ, दिया है $a_3 = 12$ तथा $a_{50} = 106$ है, ज्ञात करना है: a_{29}

दिया है: $a_3 = a + (3 - 1)d = 12$

$$\Rightarrow a + 2d = 12$$

$$\Rightarrow a = 12 - 2d$$

... (1)

तथा $a_{50} = 106$

$$\Rightarrow a + 49d = 106$$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर

$$12 - 2d + 49d = 106$$

$$\Rightarrow 47d = 94$$

$$\Rightarrow d = 2$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर

$$a = 12 - 2(2) = 8$$

इसलिए, $a_{29} = a + 28d = 8 + 28(2) = 64$

अतः, A.P का 29वाँ पद 64 है।

प्रश्न 9:

यदि किसी A.P. के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा?

उत्तर 9:

यहाँ, दिया है $a_3 = 4$ तथा $a_9 = -8$ है, ज्ञात करना है: n , जहाँ $a_n = 0$.

दिया है: $a_3 = a + (3 - 1)d = 4$

$$\Rightarrow a + 2d = 4$$

$$\Rightarrow a = 4 - 2d$$

... (1)

तथा $a_9 = -8$

$$\Rightarrow a + 8d = -8$$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर

$$4 - 2d + 8d = -8$$

$$\Rightarrow 6d = -12 \Rightarrow d = -2$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर

$$a = 4 - 2(-2) = 8$$

इसलिए, $a_n = 0$ में मान रखने पर

$$a_n = a + (n - 1)d = 0$$

$$\Rightarrow 8 + (n - 1)(-2) = 0$$

$$\Rightarrow n - 1 = 4 \Rightarrow n = 5$$

अतः, इस A.P का 5वाँ पद शून्य होगा।

प्रश्न 10:

किसी A.P. का 17वाँ पद उसके 10वें पद से 7 अधिक है। इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

उत्तर 10:

माना, पहला पद = a तथा सार्व अंतर = d

प्रश्नानुसार, $a_{17} = a_{10} + 7$

$$\Rightarrow a + 16d = a + 9d + 7$$

$$\Rightarrow 7d = 7 \Rightarrow d = 1$$

अतः, इस A.P का सार्व अंतर 1 है।

प्रश्न 11:

A.P.: 3, 15, 27, 39, ... का कौन-सा पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा?

उत्तर 11:

पहला पद = 3 तथा सार्व अंतर = $15 - 3 = 12$

माना, इस A.P का n वाँ पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा।

प्रश्नानुसार, $a_n = a_{54} + 132$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = a + 53d + 132$$

$$\Rightarrow (n - 1)(12) = 53 \times 12 + 132$$

$$\Rightarrow (n - 1)(12) = 768$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{768}{12} = 64 \quad \Rightarrow n = 65$$

अतः, इस A.P का 65वाँ पद उसके 54वें पद से 132 अधिक होगा।

प्रश्न 12:

दो समांतर श्रेणियों का सार्व अंतर समान है। यदि इनके 100वें पदों का अंतर 100 है, तो इनके 1000वें पदों का अंतर क्या होगा?

उत्तर 12:

माना, पहली समांतर श्रेणी का पहला पद = A तथा सार्व अंतर = d

माना, दूसरी समांतर श्रेणी का पहला पद = a तथा सार्व अंतर = d

इनके 100वें पदों का अंतर = $A_{100} - a_{100} = 100$

$$\Rightarrow (A + 99d) - (a + 99d) = 100$$

$$\Rightarrow A - a = 100$$

इनके 1000वें पदों का अंतर = $A_{1000} - a_{1000}$

$$= (A + 999d) - (a + 999d)$$

$$= A - a = 100 \quad [\because A - a = 100]$$

अतः, इन A.P के 1000वें पदों का अंतर 100 होगा।

प्रश्न 13:

तीन अंको वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?

उत्तर 13:

तीन अंको वाली 7 से विभाज्य संख्याएँ: 105, 112, 119, ..., 994

माना, तीन अंको वाली 7 से विभाज्य कुल संख्याएँ n हैं।

यहाँ, दिया है $a = 105$ तथा $d = 112 - 105 = 7$ है, ज्ञात करना है: n , जहाँ $a_n = 994$.

दिया है: $a_n = a + (n - 1)d = 994$

$$\Rightarrow 105 + (n - 1)(7) = 994$$

$$\Rightarrow 7(n - 1) = 889$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{889}{7} = 127$$

$$\Rightarrow n = 128$$

अतः, तीन अंको वाली 128 संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं।

प्रश्न 14:

10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं?

उत्तर 14:

10 और 250 के बीच में 4 के गुणज: 12, 16, 20, ..., 248

माना, 10 और 250 के बीच में 4 के कुल गुणज n हैं।

यहाँ, दिया है $a = 12$ तथा $d = 16 - 12 = 4$ है, ज्ञात करना है: n , जहाँ $a_n = 248$.

दिया है: $a_n = a + (n - 1)d = 248$

$$\Rightarrow 12 + (n - 1)(4) = 248 \Rightarrow 4(n - 1) = 236$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{236}{4} = 59 \Rightarrow n = 60$$

अतः, 10 और 250 के बीच में 4 के 60 गुणज हैं।

प्रश्न 15:

n के किस मान के लिए, दोनों समांतर श्रेणियों 63, 65, 67, ... और 3, 10, 17, ... के n वें पद बराबर होंगे?

उत्तर 15:

पहली समांतर श्रेणी का पहला पद $= A = 63$ तथा सार्व अंतर $= D = 65 - 63 = 2$

$$\text{इसलिए, } A_n = A + (n - 1)D \Rightarrow A_n = 63 + (n - 1)2$$

दूसरी समांतर श्रेणी का पहला पद $= a = 3$ तथा सार्व अंतर $= d = 10 - 3 = 7$

$$\text{इसलिए, } a_n = a + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 3 + (n - 1)7$$

प्रश्नानुसार, $A_n = a_n$

$$\Rightarrow 63 + (n - 1)2 = 3 + (n - 1)7 \Rightarrow 63 + 2n - 2 = 3 + 7n - 7$$

$$\Rightarrow 65 = 5n \Rightarrow n = 13$$

अतः, दोनों समांतर श्रेणियों के 13वें पद बराबर होंगे हैं।

प्रश्न 16:

वह A.P. ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है।

उत्तर 16:

माना, समांतर श्रेणी का पहला पद $= a$ तथा सार्व अंतर $= d$

तीसरा पद $= 16$

$$\Rightarrow a_3 = 16 \Rightarrow a + 2d = 16 \quad \dots (1)$$

7वाँ पद 5वें पद से 12 अधिक है। इसलिए, $a_7 = a_5 + 12$

$$\Rightarrow a + 6d = a + 4d + 12$$

$$\Rightarrow 2d = 12 \Rightarrow d = 6$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर, $a + 2(6) = 16$

$$\Rightarrow a = 4$$

अतः, A.P. $= a, a + d, a + 2d, \dots = 4, 10, 16, \dots$

प्रश्न 17:

A.P.: 3, 8, 13, ..., 253 में अंतिम पद से 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर 17:

3, 8, 13, ..., 253 में अंतिम पद से 20वाँ पद $= 253, \dots, 13, 8, 3$ में आरंभ से 20वाँ पद

A.P.: 253, ..., 13, 8, 3 में, पहला पद $= 253$ तथा सार्व अंतर $= 3 - 8 = -5$

$$\text{इसलिए, } a_{20} = a + 19d$$

$$\Rightarrow a_{20} = 253 + 19(-5) = 253 - 95 = 158$$

प्रश्न 18:

किसी A.P. के चौथे और 8वें पदों का योग 24 है तथा छठे और 10वें पदों का योग 44 है। इस A.P. के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर 18:

माना, A.P. का पहला पद = a तथा सार्व अंतर = d

पहली शर्त के अनुसार, $a_4 + a_8 = 24$

$$\Rightarrow a + 3d + a + 7d = 24$$

$$\Rightarrow 2a + 10d = 24 \Rightarrow a + 5d = 12$$

$$\Rightarrow a = 12 - 5d \quad \dots (1)$$

दूसरी शर्त के अनुसार, $a_6 + a_{10} = 44$

$$\Rightarrow a + 5d + a + 9d = 44$$

$$\Rightarrow 2a + 14d = 44 \Rightarrow a + 7d = 22$$

समीकरण (1) से a का मान रखने पर,

$$(12 - 5d) + 7d = 22$$

$$\Rightarrow 2d = 10 \Rightarrow d = 5$$

समीकरण (1) में d का मान रखने पर, $a = 12 - 5(5) = -13$

इस A.P. के प्रथम तीन पद: $a, a + d, a + 2d = -13, -8, -3$ हैं।

प्रश्न 19:

सुब्बा राव ने 1995 में ₹5000 के मासिक वेतन पर कार्य आरंभ किया और प्रत्येक वर्ष ₹200 की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उनका वेतन ₹7000 हो गया?

उत्तर 19:

आरंभिक मासिक वेतन = $a = ₹5000$ तथा प्रत्येक वर्ष वेतन वृद्धि (सार्व अंतर) = $d = ₹200$

माना, n वर्ष में उनका वेतन ₹7000 हो गया।

इसलिए, $a_n = 7000$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 7000$$

$$\Rightarrow 5000 + (n - 1)(200) = 7000$$

$$\Rightarrow (n - 1)(200) = 2000$$

$$\Rightarrow n - 1 = 10 \Rightarrow n = 11$$

अतः, 11वें वर्ष में उनका वेतन ₹7000 हो गया।

प्रश्न 20:

रामकली ने किसी वर्ष के प्रथम सप्ताह में ₹5 की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत ₹1.75 बढ़ाती गई। यदि n वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत ₹20.75 हो जाती है, तो n ज्ञात कीजिए।

उत्तर 20:

प्रथम सप्ताह की बचत = $a = ₹5$ तथा बढ़ाई गई साप्ताहिक बचत (सार्व अंतर) = $d = ₹1.75$

n वर्ष में साप्ताहिक बचत ₹20.75 हो जाती है।

इसलिए, $a_n = 20.75$

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 20.75$$

$$\Rightarrow 5 + (n - 1)(1.75) = 20.75$$

$$\Rightarrow (n - 1)(1.75) = 15.75$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{15.75}{1.75} = 9 \Rightarrow n = 10$$

अतः, n का मान 10 है।