प्रश्नावली 4.4

प्रश्न 1:
निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए।

(i). $2x^2 - 3x + 5 = 0$
(ii). $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$
(iii). $2x^2 - 6x + 3 = 0$

उत्तर 1:
(i) $2x^2 - 3x + 5 = 0$
दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 2, b = -3$ और $c = 5$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 9 - 40 = -31 < 0$
अतः दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

(ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$
दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 3, b = -4\sqrt{3}$ और $c = 4$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = \left(-4\sqrt{3}\right)^2 - 4 \times 3 \times 4 = 48 - 48 = 0$
अतः दिए गए समीकरण के वास्तविक और समान मूल हैं।
अतः $x = \frac{4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ और $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ हैं।

(iii) $2x^2 - 6x + 3 = 0$
दिया गया समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार का है, जहाँ $a = 2, b = -6$ और $c = 3$ है।
इसलिए, विविक्तकार $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 36 - 24 = 12 > 0$
अतः दिए गए समीकरण के वास्तविक और असमान मूल हैं।
अतः $x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$ $\left[\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]$
अर्थात $x = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ या $x = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ हैं।

प्रश्न 2:
निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर मूल हों।

(i). $2x^2 + kx + 3 = 0$
(ii). $kx(x - 2) + 6 = 0$

उत्तर 2:
(i) $2x^2 + kx + 3 = 0$
$2x^2 + kx + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2,\ b = k,\ c = 3$ है।
इसलिए $b^2 - 4ac = (k)^2 - 4 \times 2 \times 3 = k^2 - 24$ है।
क्योंकि समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः $k^2 - 24 = 0$
$\Rightarrow k^2 = 24$
$\Rightarrow k = \pm\sqrt{24}$
$\Rightarrow k = \pm 2\sqrt{6}$

(ii) $kx(x-2)+6=0$
सरल करने पर $kx^2-2kx+6=0$
$kx^2-2kx+6=0$ के लिए: यहाँ $a=k,\ b=-2k,\ c=6$ है।
इसलिए $b^2-4ac=(-2k)^2-4\times k\times 6=4k^2-24k$ है।
क्योंकि समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः $4k^2-24k=0$
$\Rightarrow 4k(k-6)=0$
$\Rightarrow 4k=0$ या $(k-6)=0$
$\Rightarrow k=0$ या $k=6$
लेकिन $k\neq 0$ क्योंकि यह समीकरण $kx(x-2)+6=0$ को संतुष्ट नहीं करता है।
इसलिए $k=6$

प्रश्न 3:
क्या एक ऐसी आम की बगिया बनाना संभव है जिसकी लंबाई, चौड़ाई से दुगुनी हो और उसका क्षेत्रफल 800 m^2 हो? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:
माना बगिया की चौड़ाई = x m
इसलिए, बगिया की लंबाई = $2x$ m
इसलिए, क्षेत्रफल = $x\times 2x=2x^2$
प्रश्नानुसार, $2x^2=800$
$\Rightarrow x^2=400$
$\Rightarrow x=\pm 20$
क्योंकि बगिया की चौड़ाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः बगिया की चौड़ाई = 20 m
इसलिए, बगिया की लंबाई = $2\times 20=40$ m

प्रश्न 4:
क्या निम्न स्थिति संभव है? यदि है तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पूर्व उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल 48 था।

उत्तर 4:
माना पहले मित्र की आयु = x वर्ष
इसलिए, दूसरे मित्र की आयु = $20-x$ वर्ष
चार वर्ष पूर्व:
पहले मित्र की आयु = $x-4$ वर्ष
दूसरे मित्र की आयु = $20-x-4=16-x$ वर्ष
प्रश्नानुसार,
$(x-4)(16-x)=48$
$\Rightarrow 16x-x^2-64+4x=48$
$\Rightarrow x^2-20x+112=0$
$x^2-20x+112=0$ के लिए: यहाँ $a=1,\ b=-20,\ c=112$ है।
इसलिए $b^2-4ac=(-20)^2-4\times 1\times 112=400-448=-48<0$ है।
अतः दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।
इसलिए, यह स्थिति संभव नहीं है।

प्रश्न 5:
क्या परिमाप 80 m तथा क्षेत्रफल 400 m^2 के एक पार्क को बनाना संभव है? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:
माना पार्क की लंबाई = x
परिमाप = 80 m
इसलिए, पार्क की चौड़ाई = $40 - x$ m [क्योंकि परिमाप = 2(लंबाई + चौड़ाई)]
प्रश्नानुसार, क्षेत्रफल = $x(40 - x) = 400$
$\Rightarrow 40x - x^2 = 400$
$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 20x - 20x + 400 = 0$
$\Rightarrow x(x - 20) - 20(x - 20) = 0$
$\Rightarrow (x - 20)(x - 20) = 0$
$\Rightarrow (x - 12)^2 = 0$ या $(x - 13) = 0$
$\Rightarrow (x - 20) = 0$
अर्थात $x = 20$
इसलिए, पार्क की लंबाई = 20 m
और पार्क की चौड़ाई = $40 - 20 = 20$ m