

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 4.3

प्रश्न 1:

यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i). $2x^2 - 7x + 3 = 0$

(ii). $2x^2 + x - 4 = 0$

(iii). $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

(iv). $2x^2 + x + 4 = 0$

उत्तर 1:

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

2 से भाग करने पर

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7}{2}x = -\frac{3}{2}$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{7}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2 \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16} \Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24 + 49}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow x - \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$$

अर्थात् $x - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$ या $x - \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} + \frac{7}{4} \text{ या } x = -\frac{5}{4} + \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ या } x = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 3 और $\frac{1}{2}$ हैं।

(ii) $2x^2 + x - 4 = 0$

2 से भाग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = 2$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = 2 + \frac{1}{16} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{32 + 1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \Rightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

अर्थात् $x + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4}$ या $x + \frac{1}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4}$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4} \text{ या } x = -\frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}-1}{4} \text{ या } x = \frac{-\sqrt{33}-1}{4}$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{\sqrt{33}-1}{4}$ और $\frac{-\sqrt{33}-1}{4}$ हैं।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

(iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

4 से भाग करने पर

$$x^2 + \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0 \quad \Rightarrow x^2 + \sqrt{3}x = -\frac{3}{4}$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}(\sqrt{3})\right]^2$ जोड़ने पर

$$x^2 + \sqrt{3}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$\text{अर्थात् } x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ और $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 + x + 4 = 0$

2 से भाग करने पर

$$x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0 \quad \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x = -2$$

दोनों पक्षों में $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\right]^2$ जोड़ने पर

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = -2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = -2 + \frac{1}{16} \quad \Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{-32 + 1}{16}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{31}{16} < 0$$

परन्तु, हम जानते हैं कि किसी भी x के वास्तविक मान के लिए $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2$ ऋणांत्रिक नहीं हो सकता है। इसलिए x का कोई वास्तविक मान दी हुई समीकरण को संतुष्ट नहीं कर सकता। अतः, दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

प्रश्न 2:

उपर्युक्त प्रश्न 1 में दिए गए द्विघात समीकरणों के मूल, द्विघाती सूत्र का उपयोग करके, ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2$, $b = -7$, $c = 3$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25 > 0$ है।

$$\text{अतः } x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{या} \quad x = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 3 और $\frac{1}{2}$ हैं।

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

(ii) $2x^2 + x - 4 = 0$

$2x^2 + x - 4 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2, b = 1, c = -4$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times (-4) = 1 + 32 = 33 > 0$ है।

अतः $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$ [क्योंकि $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$]

अर्थात् $x = \frac{\sqrt{33}-1}{4}$ या $x = \frac{-\sqrt{33}-1}{4}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{\sqrt{33}-1}{4}$ और $\frac{-\sqrt{33}-1}{4}$ हैं।

(iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

$4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (4\sqrt{3})^2 - 4 \times 4 \times 3 = 48 - 48 = 0$ है।

अतः $x = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{8} = -\frac{4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ [क्योंकि $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$]

अर्थात् $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ और $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 + x + 4 = 0$

$2x^2 + x + 4 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 2, b = 1, c = 4$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 1 - 32 = -31 < 0$ है।

परन्तु क्योंकि किसी वास्तविक संख्या का वर्गऋणात्मक नहीं हो सकता है, इसलिए $\sqrt{b^2 - 4ac}$ का मान वास्तविक नहीं होगा।

अतः दिए गए समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

प्रश्न 3:

निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए:

(i). $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

(ii). $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$

उत्तर 3:

(i). $x - \frac{1}{x} = 3, x \neq 0$

$\Rightarrow x^2 - 1 = 3x$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$

$x^2 - 3x - 1 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1, b = -3, c = -1$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 9 + 4 = 13 > 0$ है।

अतः $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

[क्योंकि $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$]

अर्थात् $x = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$ या $x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ हैं।

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

$$(ii). \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

$$\Rightarrow \frac{(x-7) - (x+4)}{(x+4)(x-7)} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{-11}{x^2 - 3x - 28} = \frac{11}{30}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 28 = -30$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1, b = -3, c = 1$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1 > 0$ है।

$$\text{अतः } x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ या } x = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 2 और 1 हैं।

प्रश्न 4:

3 वर्ष पूर्व रहमान की आयु (वर्षों में) का व्युक्तम और अब से 5 वर्ष बाद आयु के व्युक्तम का योग $\frac{1}{3}$ है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:

माना रहमान की वर्तमान आयु = x वर्ष

इसलिए, 3 वर्ष पूर्व आयु = $x - 3$ वर्ष

इसलिए, 5 वर्ष बाद आयु = $x + 5$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5) + (x-3)}{(x-3)(x+5)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2 + 2x - 15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 6x + 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0$$

$x^2 - 4x - 21 = 0$ के लिए: यहाँ $a = 1, b = -4, c = -21$ है।

इसलिए $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 16 + 84 = 100 > 0$ है।

$$\text{अतः } x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{4 \pm 10}{2} \quad [\text{क्योंकि } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}]$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{4+10}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ या } x = \frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

क्योंकि आयुऋणात्मक नहीं हो सकती, अतः रहमान की वर्तमान आयु = 7 वर्ष

प्रश्न 5:

एक क्लास टेस्ट में शोफाली की गणित और अंग्रेजी में प्राप्त किए गए अंकों का योग 30 है। यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले होते, तो उनके अंकों का गुणनफल 210 होता। उसके द्वारा दोनों विषयों में प्राप्त किए अंक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना शोफाली के गणित में अंक = x

इसलिए, शोफाली के अंग्रेजी में अंक = $30 - x$

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम मिले होते,

गणित में अंक = $x + 2$

अंग्रेजी में अंक = $30 - x - 3$

प्रश्नानुसार, गुणनफल = $(x + 2)(27 - x) = 210$

$$\Rightarrow 27x - x^2 + 54 - 2x = 210$$

$$\Rightarrow -x^2 + 25x - 156 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x + 156 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x - 13x + 156 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 12) - 13(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12) = 0 \text{ या } (x - 13) = 0$$

अर्थात् $x = 12$ या $x = 13$

यदि $x = 12$ तो, गणित में अंक = 12, अंग्रेजी में अंक = $30 - 12 = 18$

यदि $x = 13$ तो, गणित में अंक = 13, अंग्रेजी में अंक = $30 - 13 = 17$

प्रश्न 6:

एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मी अधिक लंबा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

माना छोटी भुजा = x m

इसलिए, विकर्ण = $x + 60$ m

इसलिए, बड़ी भुजा = $x + 30$ m

प्रश्नानुसार, $(x + 60)^2 = x^2 + (x + 30)^2$

$$\Rightarrow x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$$

$$\Rightarrow -x^2 + 60x + 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 90) + 30(x - 90) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 90)(x + 30) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 90) = 0 \text{ या } (x + 30) = 0$$

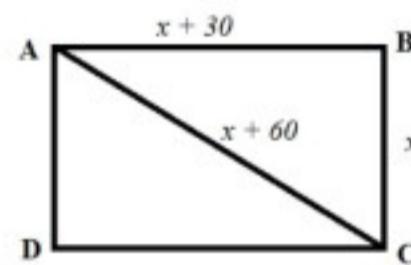
अर्थात् $x = 90$ या $x = -30$

लेकिन $x \neq -30$, क्योंकि x खेत की भुजा है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 90$

अतः, छोटी भुजा = 90 m

इसलिए, बड़ी भुजा = $90 + 30 = 120$ m



प्रश्न 7:

दो संख्याओं के वर्गों का अंतर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

माना बड़ी संख्या = x

माना छोटी संख्या = y

इसलिए, $y^2 = 8x$

प्रश्नानुसार, $x^2 - y^2 = 180$

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

$$\Rightarrow x^2 - 8x = 180$$

[क्योंकि $y^2 = 8x$]

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 18) + 10(x - 18) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 18)(x + 10) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 18) = 0 \text{ या } (x + 10) = 0$$

अर्थात् $x = 18$ या $x = -10$

लेकिन $x \neq -10$, क्योंकि x बड़ी संख्या है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 18$

अतः, बड़ी संख्या = 18

इसलिए, छोटी संख्या = $y = \sqrt{144} = 12$

प्रश्न 8:

एक रेलगाड़ी एक समान चाल से की 360 km दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

माना रेलगाड़ी की चाल = x km/h

तय दूरी = 360 km

इसलिए समय $t_1 = \frac{360}{x}$ घंटे

[क्योंकि समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$]

यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो समय $t_2 = \frac{360}{x+5}$ घंटे

प्रश्नानुसार,

$$\frac{360}{x} = \frac{360}{x+5} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

$$\Rightarrow 360x + 1800 - 360x = x(x+5)$$

$$\Rightarrow 1800 = x^2 + 5x$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 45x - 40x - 1800 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 45) - 40(x + 45) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 45)(x - 40) = 0$$

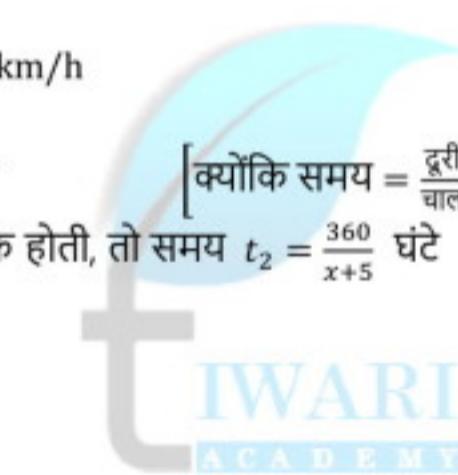
$$\Rightarrow (x + 45) = 0 \text{ या } (x - 40) = 0$$

अर्थात् $x = -45$ या $x = 40$

लेकिन $x \neq -45$, क्योंकि x रेलगाड़ी की चाल है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 40$

अतः, रेलगाड़ी की चाल 40 km/h है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

प्रश्न 9:

दो पानी के नल एक साथ एक हौज को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने के समय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

माना बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x घंटे

इसलिए, छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = $x + 10$ घंटे

इसलिए, बड़े व्यास वाले नल द्वारा 1 घंटे में भरा गया हौज = $\frac{1}{x}$

और छोटे व्यास वाले नल द्वारा 1 घंटे में भरा गया हौज = $\frac{1}{x+10}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{9\frac{3}{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{x+10+x}{x(x+10)} = \frac{8}{75}$$

$$\Rightarrow 75(2x+10) = 8x(x+10)$$

$$\Rightarrow 150x + 750 = 8x^2 + 80x$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 70x - 750 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 35x - 375 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 60x + 25x - 375 = 0$$

$$\Rightarrow 4x(x-15) + 25(x-15) = 0$$

$$\Rightarrow (x-15)(x+25) = 0$$

$$\Rightarrow (x-15) = 0 \text{ या } (x+25) = 0$$

अर्थात् $x = 15$ या $x = -25$

लेकिन $x \neq -25$, क्योंकि x हौज को भरने के समय है और यहऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 15$

अतः, बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = 15 घंटे

और छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = $15 + 10 = 25$ घंटे

प्रश्न 10:

मैसूर और बैंगलोर के बीच के 132 km यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी गाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है (मध्य के स्टेशनों पर ठहरने का समय ध्यान में न लिया जाए)। यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 km/h अधिक हो, तो दोनों रेलगाड़िओं की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 10:

माना सवारी गाड़ी की औसत चाल = $x \text{ km/h}$

इसलिए, एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल = $x + 11 \text{ km/h}$

तथा दूरी = 132 km

इसलिए, सवारी गाड़ी द्वारा लिया गया समय $t_1 = \frac{132}{x}$ घंटे

[क्योंकि समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$]

और एक्सप्रेस रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय $t_2 = \frac{132}{x+11}$ घंटे

प्रश्नानुसार,

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 4) (द्विघात समीकरण)

(कक्षा 10)

$$\begin{aligned}\frac{132}{x} &= \frac{132}{x+11} + 1 \\ \Rightarrow \frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} &= 1 \\ \Rightarrow \frac{132(x+11) - 132x}{x(x+11)} &= 1 \\ \Rightarrow 132x + 1452 - 132x &= x(x+11) \\ \Rightarrow 1452 &= x^2 + 11x \\ \Rightarrow x^2 + 11x - 1452 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 44x - 33x - 1452 &= 0 \\ \Rightarrow x(x+44) - 33(x+44) &= 0 \\ \Rightarrow (x+44)(x-33) &= 0 \\ \Rightarrow (x+44) = 0 \text{ या } (x-33) &= 0\end{aligned}$$

अर्थात् $x = -44$ या $x = 33$

लेकिन $x \neq -44$, क्योंकि x रेलगाड़ी की चाल है और यहऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $x = 33$

अतः, सवारी गाड़ी की औसत चाल = 33 km/h

और एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल = $33 + 11 = 44 \text{ km/h}$

प्रश्न 11:

दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 m^2 है। यदि उनके परिमापों का अंतर 24 m हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 11:

माना बड़े वर्ग की भुजा = $x \text{ m}$

माना छोटे वर्ग की भुजा = $y \text{ m}$

प्रश्नानुसार, $x^2 + y^2 = 468$

परिमापों का अंतर, $4x - 4y = 24$

$$\Rightarrow x - y = 6$$

$$\Rightarrow x = 6 + y$$

... (ii)

समीकरण (i) में x का मान रखने पर

$$(y+6)^2 + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow y^2 + 12y + 36 + y^2 = 468$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 12y - 432 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y - 216 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 18y - 12y - 216 = 0$$

$$\Rightarrow y(y+18) - 12(y+18) = 0$$

$$\Rightarrow (y+18)(y-12) = 0$$

$$\Rightarrow (y+18) = 0 \text{ या } (y-12) = 0$$

अर्थात् $y = -18$ या $y = 12$

लेकिन $y \neq -18$, क्योंकि x वर्ग की भुजा है और यहऋणात्मक नहीं होगी।

इसलिए $y = 12$

अतः, छोटे वर्ग की भुजा = 12 m

समीकरण (ii) में y का मान रखने पर

$$\text{बड़े वर्ग की भुजा} = x = y + 6 = 12 + 6 = 18 \text{ m}$$