प्रश्नावली 3.4

प्रश्न 1:

निम्न समीकरणों के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए। कौन-सी विधि अधिक उपयुक्त है?

(i) $x + y = 5$ और $2x - 3y = 4$ **(ii)** $3x + 4y = 10$ और $2x - 2y = 2$

(iii) $3x - 5y - 4 = 0$ और $9x = 2y + 7$ **(iv)** $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$ और $x - \frac{y}{3} = 3$

उत्तर 1:

(i) $x + y = 5$ ... (1)

$2x - 3y = 4$ ... (2)

समीकरण (1) को 2 से गुणा करके समीकरण (2) में से घटाने पर

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 4 \\ 2x + 2y = 10 \\ - \quad - \qquad - \\ \hline -5y = -6 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = \frac{6}{5}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर

$x + \frac{6}{5} = 5 \quad \Rightarrow x = 5 - \frac{6}{5} = \frac{19}{5} \quad \Rightarrow x = \frac{19}{5}$

अतः, $x = \frac{19}{5}$ तथा $y = \frac{6}{5}$ है।

(ii) $3x + 4y = 10$ ... (1)

$2x - 2y = 2$ ... (2)

समीकरण (2) को 2 से गुणा करके समीकरण (1) में जोड़ने पर

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = 10 \\ 4x - 4y = 4 \\ \hline 7x = 14 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{7} = 2$$

x का मान समीकरण (1) में रखने पर

$3(2) + 4y = 10 \quad \Rightarrow 4y = 4 \quad \Rightarrow y = 1$

अतः, $x = 2$ तथा $y = 1$ है।

(iii) $3x - 5y - 4 = 0$ ... (1)

$9x - 2y = 7$ ... (2)

समीकरण (1) को 3 से गुणा करके समीकरण (2) में से घटाने पर

$$\begin{array}{r} 9x - 2y = 7 \\ 9x - 15y = 12 \\ - \quad + \qquad - \\ \hline 13y = -5 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{5}{13}$$

y का मान समीकरण (2) में रखने पर

$9x - 2\left(-\frac{5}{13}\right) = 7 \quad \Rightarrow 9x = 7 - \frac{10}{13} = \frac{81}{13} \quad \Rightarrow x = \frac{9}{13}$

अतः, $x = \frac{9}{13}$ तथा $y = -\frac{5}{13}$ है।

(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

$\Rightarrow 3x + 4y = -6 \qquad \dots (1)$

और $x - \frac{y}{3} = 3$

$\Rightarrow 3x - y = 9 \qquad \dots (2)$

समीकरण (1) से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = -6 \\ 3x - \ \ y = 9 \\ - \quad + \qquad - \\ \hline 5y = -15 \end{array}$$

$$\Rightarrow y = -3$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर

$3x + 4(-3) = -6 \quad \Rightarrow 3x = 6 \quad \Rightarrow x = 2$

अतः, $x = 2$ तथा $y = -3$ है।

प्रश्न 2:

निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके हल (यदि उनका अस्तित्व हो) विलोपन विधि से ज्ञात कीजिए :

(i) यदि हम अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें, तो भिन्न 1 में बदल जाती है। यदि हर में 1 जोड़ दें, तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती है। वह भिन्न क्या है?

(ii) पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की आयु कितनी है।

(iii) दो अंको की संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या का नौ गुना, संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

(iv) मीना ₹2000 निकालने के लिए एक बैंक गई। उसने खजाँची से ₹50 तथा ₹100 के नोट देने के लिए कहा। मीना ने कुल 25 नोट प्राप्त किए। ज्ञात कीजिए कि उसने ₹50 और ₹100 के कितने-कितने नोट प्राप्त किए।

(v) किराए पर पुस्तकें देने वाले किसी पुस्तकालय का प्रथम तीन दिनों का एक नियत किराया है तथा उसके बाद प्रत्येक अतिरिक्त दिन का अलग किराया है। सरिता ने सात दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए ₹27 अदा किए, जबकि सूसी ने एक पुस्तक पाँच दिनों तक रखने के ₹21 अदा किए। नियत किराया तथा प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

(i) माना, अंश = x

माना, हर = y

इसलिए, परिमेय संख्या = $\frac{x}{y}$

पहली शर्त के अनुसार

$\frac{x+1}{y-1} = 1$

$\Rightarrow x + 1 = y - 1$

$\Rightarrow x - y = -2$ ... (1)

दूसरी शर्त के अनुसार

$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 2x = y + 1$

$\Rightarrow 2x - y = 1$ ... (2)

समीकरण (1) को 2 से गुणा करके समीकरण (2) में से घटाने पर

$$\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ 2x - 2y = -4 \\ - \quad + \qquad + \\ \hline y = 5 \end{array}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर

$x - 5 = -2 \quad \Rightarrow x = 3$

अतः, परिमेय संख्या = $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ है।

(ii) माना, नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष

माना, सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पूर्व

नूरी की आयु = $x - 5$ वर्ष

सोनू की आयु = $y - 5$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$x - 5 = 3(y - 5) \quad \Rightarrow x - 5 = 3y - 15$

$\Rightarrow x - 3y = -10$ ... (1)

दस वर्ष पश्चात

नूरी की आयु = $x + 10$ वर्ष

सोनू की आयु = $y + 10$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$x + 10 = 2(y + 10) \quad \Rightarrow x + 10 = 2y + 20$

$\Rightarrow x - 2y = 10$ ... (2)

समीकरण (1) से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} x - 3y = -10 \\ x - 2y = 10 \\ - \quad + \qquad - \\ \hline -y = -20 \\ \Rightarrow y = 20 \end{array}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर

$x - 3(20) = -10 \quad \Rightarrow x = 50$

अतः, नूरी की वर्तमान आयु 50 वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु 20 वर्ष है।

(iii) माना, इकाई का अंक = x
माना, दहाई का अंक = y
इसलिए, संख्या = $10y + x$
संख्या के अंकों का योग 9 है। इसलिए,
$x + y = 9$ ... (1)
संख्या के अंकों को पलटने से बनी संख्या = $10x + y$
शर्त के अनुसार
$9(10y + x) = 2(10x + y)$
$\Rightarrow 90y + 9x = 20x + 2y$
$\Rightarrow 11x - 88y = 0$
$\Rightarrow x - 8y = 0$ ... (2)
समीकरण (1) से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} x + \;\; y = 9 \\ x - 8y = 0 \\ - \;\; + \quad\;\; - \\ \hline 9y = 9 \\ \Rightarrow \;\; y = 1 \end{array}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर
$x + 1 = 9$
$\Rightarrow x = 8$
इसलिए, संख्या = $10y + x = 10(1) + 8 = 18$
अतः, दो अंको की संख्या 18 है।

(iv) माना, ₹50 के नोटों की संख्या = x
माना, ₹100 के नोटों की संख्या = y
नोटों की कुल संख्या 25 है। इसलिए,
$x + y = 25$ ... (1)
₹50 के नोटों और ₹100 के नोटों की कुल राशि = ₹2000,
इसलिए
$50x + 100y = 2000$
$\Rightarrow x + 2y = 40$ ... (2)
समीकरण (1) से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} x + \;\; y = 25 \\ x + 2y = 40 \\ - \;\; - \quad\;\; - \\ \hline -y = -15 \\ \Rightarrow \;\; y = 15 \end{array}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर
$x + 15 = 25$
$\Rightarrow x = 10$
अतः, ₹50 के नोटों की संख्या 10 तथा ₹100 के नोटों की संख्या 15 है।

(v) माना, प्रथम तीन दिनों का किराया = x
माना, प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया = y
सात दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए किराया ₹27 है।
इसलिए,
$x + 4y = 27$ ... (1)
पाँच दिनों तक एक पुस्तक रखने के लिए किराया ₹21 है।
इसलिए,
$x + 2y = 21$ ... (1)
समीकरण (1) से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} x + 4y = 27 \\ x + 2y = 21 \\ - \quad - \qquad - \\ \hline 2y = 6 \\ \Rightarrow \quad y = 3 \end{array}$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर
$x + 4(3) = 27$
$\Rightarrow x = 15$
अतः, नियत किराया ₹15 तथा अतिरिक्त दिन का किराया ₹3 है।