गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ – 3) (दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म)

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 3.3

प्रश्न 1:

निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए:

(i) $x + y = 14$; $x - y = 4$ **(ii)** $s - t = 3$; $\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

(iii) $3x - y = 3$; $9x - 3y = 9$ **(iv)** $0.2x + 0.3y = 1.3$; $0.4x + 0.5y = 2.3$

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$; $\sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 0$ **(vi)** $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$; $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

उत्तर 1:

(i) $x + y = 14$ ... (1)

$x - y = 4$ ... (2)

समीकरण (1) से

$y = 14 - x$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$x - (14 - x) = 4$

$\Rightarrow 2x = 18$

$\Rightarrow x = 9$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर

$y = 14 - 9 = 5$

अतः, $x = 9$ तथा $y = 5$ है।

(ii) $s - t = 3$ ... (1)

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$ ... (2)

समीकरण (1) से

$s = 3 + t$ ... (3)

समीकरण (2) में s का मान रखने पर

$$\frac{3 + t}{3} + \frac{t}{2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{6 + 2t + 3t}{6} = 6$$

$\Rightarrow 5t + 6 = 36$

$\Rightarrow t = 6$

t का मान समीकरण (3) में रखने पर

$s = 3 + 6 = 9$

अतः, $s = 9$ तथा $t = 6$ है।

(iii) $3x - y = 3$ ... (1)

$9x - 3y = 9$ ... (2)

समीकरण (1) से

$y = 3x - 3$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$9x - 3(3x - 3) = 9$

$\Rightarrow 9 = 9$, जो सत्य है। अतः रैखिक युग्म के अनंत हल होंगे।

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$ ... (1)

$0.4x + 0.5y = 2.3$ ... (2)

समीकरण (1) से

$y = \frac{1.3-0.2x}{0.3}$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$0.4x + 0.5\left(\frac{1.3 - 0.2x}{0.3}\right) = 2.3$

$\Rightarrow 0.12x + 0.65 - 0.10x = 0.69$

$\Rightarrow 0.02x = 0.04 \quad \Rightarrow x = 2$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर

$y = \frac{1.3 - 0.2(2)}{0.3} = \frac{0.9}{0.3} = 3$

अतः, $x = 2$ तथा $y = 3$ है।

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$ ... (1)

$\sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 0$ ... (2)

समीकरण (1) से

$y = -\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$\sqrt{3}x - \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}}\right) = 0$

$\Rightarrow 3x - 2x = 0 \quad \Rightarrow x = 0$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर

$y = 0$

अतः, $x = 0$ तथा $y = 0$ है।

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2$ ... (1)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$ ... (2)

समीकरण (1) से

$\frac{5}{3}y = \frac{3x}{2} + 2 = \frac{3x+4}{2}$

$y = \frac{3}{5}\left(\frac{3x+4}{2}\right) = \frac{9x+12}{10}$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{9x + 12}{10}\right) = \frac{13}{6} \quad \Rightarrow \frac{20x + 27x + 36}{60} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow 282x + 216 = 780$

$\Rightarrow 282x = 564 \quad \Rightarrow x = 2$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर

$y = \frac{9(2) + 12}{10} = 3$

अतः, $x = 2$ तथा $y = 3$ है।

प्रश्न 2:

$2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ को हल कीजिए और इससे 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ हो।

उत्तर 2:

$2x + 3y = 11$ ... (1)

$2x - 4y = -24$ ... (2)

समीकरण (1) से

$y = \frac{11-2x}{3}$ ... (3)

समीकरण (2) में y का मान रखने पर

$2x - 4\left(\frac{11-2x}{3}\right) = -24$

$\Rightarrow 6x - 44 + 8x = -72$

$\Rightarrow 14x = -28$

$\Rightarrow x = -2$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर

$y = \frac{11-2(-2)}{3} = 5$

अतः, $x = -2$ तथा $y = 5$ है।

$y = mx + 3$ में x और y का मान रखने पर

$5 = -2m + 3$

$\Rightarrow m = -1$

प्रश्न 3:

निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरण युग्म बनाइए और उनके हल प्रतिस्थापन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए:

(i) दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(ii) दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

(iii) एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 बल्ले तथा 6 गेंदें ₹3800 में खरीदी। बाद में, उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें ₹1750 में खरीदी। प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए।

(iv) एक नगर में टैक्सी के भाड़े में एक नियत भाड़े के अतिरिक्त चली गई दूरी पर भाड़ा सम्मिलित किया जाता है। 10 km दूरी के लिए भाड़ा ₹105 है तथा 15 km के लिए भाड़ा ₹155 है। नियत भाड़ा तथा प्रति km भाड़ा क्या है? एक व्यक्ति को 25 km यात्रा करने के लिए कितना भाड़ा देना होगा?

(v) यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है। यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

(vi) पाँच वर्ष बाद जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु से तीन गुनी हो जाएगी। पाँच वर्ष पूर्व जैकब की आयु उसके पुत्र की आयु की सात गुनी थी। उनकी वर्तमान आयु क्या है?

उत्तर 3:

(i) माना, एक संख्या = x
माना, दूसरी संख्या = y
प्रश्नानुसार,
$x = 3y$ ... (1)
संख्याओं का अंतर 26 है, इसलिए
$x - y = 26$ ... (2)
समीकरण (1) से x का मान रखने पर
$3y - y = 26$
$\Rightarrow 2y = 26 \quad \Rightarrow y = 13$
समीकरण (1) में y का मान रखने पर
$x = 3(13) = 39$
अतः, एक संख्या 13 तथा दूसरी संख्या 39 है।

(ii) माना, बड़ा कोण छोटे कोण = x
माना, छोटा कोण = y
प्रश्नानुसार,
$x = y + 18$ ... (1)
दोनों कोण संपूरक हैं, इसलिए
$x + y = 180$ ... (2)
समीकरण (1) से x का मान रखने पर
$y + 18 + y = 180$
$\Rightarrow 2y = 162 \quad \Rightarrow y = 81$
समीकरण (1) में y का मान रखने पर
$x = 81 + 18 = 99$
अतः, एक कोण 81 तथा दूसरा कोण 99 है।

(iii) माना, एक बल्ले का मूल्य = ₹ x
माना, एक गेंद का मूल्य = ₹ y

पहली शर्त के अनुसार
$7x + 6y = 3800$
$\Rightarrow x = \frac{3800-6y}{7}$ ... (1)
दूसरी शर्त के अनुसार
$3x + 5y = 1750$ ... (2)
समीकरण (1) से x का मान रखने पर
$3\left(\frac{3800-6y}{7}\right) + 5y = 1750$
$\Rightarrow 11400 - 18y + 35y = 12250$
$\Rightarrow 17y = 850 \quad \Rightarrow y = 50$
समीकरण (1) में y का मान रखने पर
$$x = \frac{3800 - 6(50)}{7} = 500$$
अतः, एक बल्ले का मूल्य ₹500 तथा एक गेंद का मूल्य ₹50 है।

(iv) माना, अंश = x
माना, हर = y
इसलिए, परिमेय संख्या = $\frac{x}{y}$
पहली शर्त के अनुसार
$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$
$\Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$
$\Rightarrow x = \frac{9y-4}{11}$ ... (1)
दूसरी शर्त के अनुसार
$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$
$\Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$
$\Rightarrow 6x - 5y = -3$ ... (2)
समीकरण (1) से x का मान रखने पर
$6\left(\frac{9y-4}{11}\right) - 5y = -3 \quad \Rightarrow 54y - 24 - 55y = -33$
$\Rightarrow -y = -9 \quad \Rightarrow y = 9$
समीकरण (1) में y का मान रखने पर
$$x = \frac{9(9) - 4}{11} = 7$$
अतः, परिमेय संख्या = $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$ है।

(v) माना, जैकब की वर्तमान आयु = x वर्ष
माना, पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष
5 वर्ष बाद
जैकब की आयु = $x + 5$ वर्ष
पुत्र की आयु = $y + 5$ वर्ष
प्रश्नानुसार,
$x + 5 = 3(y + 5) \quad \Rightarrow x + 5 = 3y + 15$
$\Rightarrow x = 3y + 10$ ... (1)
5 वर्ष पूर्व
जैकब की आयु = $x - 5$ वर्ष
पुत्र की आयु = $y - 5$ वर्ष
प्रश्नानुसार,
$x - 5 = 7(y - 5) \quad \Rightarrow x - 5 = 7y - 35$
$\Rightarrow x - 7y = -30$ ... (2)
समीकरण (1) से x का मान रखने पर
$3y + 10 - 7y = -30$
$\Rightarrow -4y = -40 \quad \Rightarrow y = 10$
समीकरण (1) में y का मान रखने पर
$x = 3(10) + 10 = 40$
अतः, जैकब की आयु 40 वर्ष तथा पुत्र की आयु 10 वर्ष है।