प्रश्नावली 3.2

प्रश्न 1:

निम्न समस्याओं में रैखिक समीकरणों के युग्म बनाइए और उनके ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए।

(i) कक्षा X के 10 विद्यार्थियों ने एक गणित की पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से 4 अधिक हो, तो प्रतियोगिता में भाग लिए लड़कों और लड़कियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य ₹50 है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य ₹46 है। एक पेंसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

(i) माना, लड़कियों की संख्या = x तथा माना, लड़कों की संख्या = y

विद्यार्थियों की कुल संख्या = 10

इसलिए, $x + y = 10$ ... (1)

प्रश्नानुसार, लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से 4 अधिक है, इसलिए

$x = y + 4$ ... (2)

ग्राफीय रूप इसप्रकार है: प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए,

समीकरण (1) से

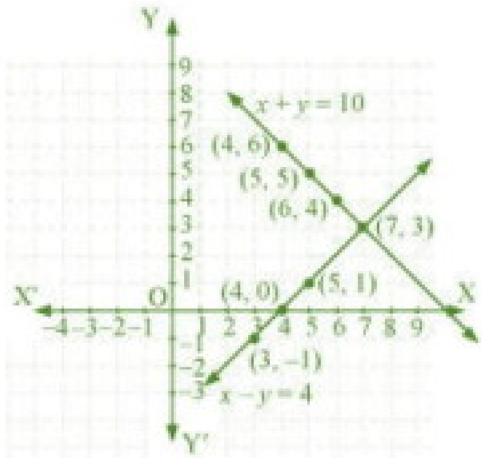
$x = 10 - y$

x	5	4	6
y	5	6	4

समीकरण (2) से

$x = y + 4$

x	5	4	3
y	1	0	−1



(ii) माना, एक पेंसिल का मूल्य = ₹ x तथा माना, एक कलम का मूल्य = ₹ y

पहली शर्त के अनुसार,

$5x + 7y = 50$ ... (1)

दूसरी शर्त के अनुसार

$7x + 5y = 46$ ... (2)

ग्राफीय रूप इसप्रकार है: प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए, समीकरण (1) से

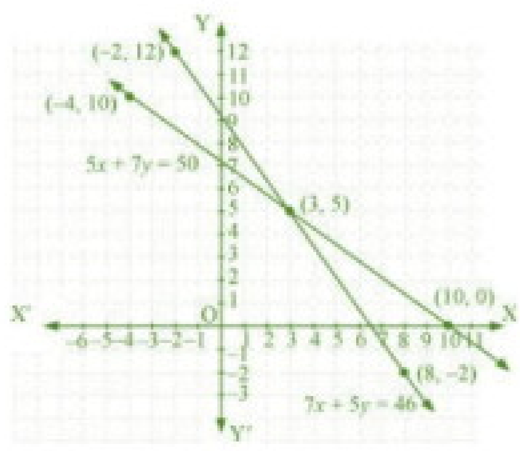
$$x = \frac{50 - 7y}{5}$$

x	3	10	−4
y	5	0	10

समीकरण (2) से

$$x = \frac{46 - 5y}{7}$$

x	8	3	−2
y	−2	5	12



प्रश्न 2:

अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समांतर हैं अथवा संपाती हैं:

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$

उत्तर 2:

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}$ और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, इसलिए समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ संपाती हैं।

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ समांतर हैं।

प्रश्न 3:

अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं या असंगत:

(i) $3x + 2y = 5$; $2x - 3y = 7$

(ii) $2x - 3y = 8$; $4x - 6y = 9$

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$; $9x - 10y = 14$

(iv) $5x - 3y = 11$; $-10x + 6y = -22$

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8$; $2x + 3y = 12$

उत्तर 3:

(i) $3x + 2y = 5$
$2x - 3y = 7$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$ और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

(ii) $2x - 3y = 8$

$4x - 6y = 9$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म असंगत हैं।

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7$

$9x - 10y = 14$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3/2}{9} = \frac{1}{6}$ और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{5/3}{-10} = -\frac{1}{6}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

(iv) $5x - 3y = 11$

$-10x + 6y = -22$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8$

$2x + 3y = 12$

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4/3}{2} = \frac{2}{3}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{3}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

प्रश्न 4:

निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों में से कौन से युग्म संगत/असंगत हैं, यदि संगत हैं तो ग्राफीय विधि से हल ज्ञात कीजिए।

(i) $x + y = 5, 2x + 2y = 10$ **(ii)** $x - y = 8, 3x - 3y = 16$

(iii) $2x + y - 6 = 0, 4x - 2y - 4 = 0$ **(iv)** $2x - 2y - 2 = 0, 4x - 4y - 5 = 0$

उत्तर 4:

(i) $x + y = 5$ ... (1)

$2x + 2y = 10$ ... (2)

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

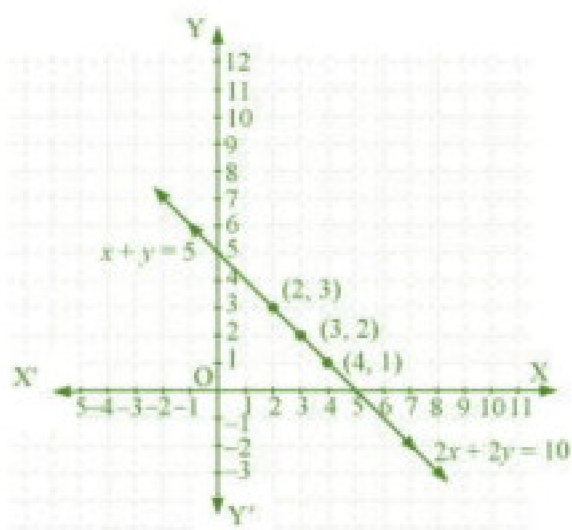
प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए, समीकरण (1) से

$x = 5 - y$

x	4	3	2
y	1	2	3

समीकरण (2) से $x = \frac{10-2y}{2}$

x	4	3	2
y	1	2	3



(ii) $x - y = 8$ ... (1)
$3x - 3y = 16$ ... (2)

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म असंगत हैं।

(iii) $2x + y - 6 = 0$ ... (1)
$4x - 2y - 4 = 0$ ... (2)

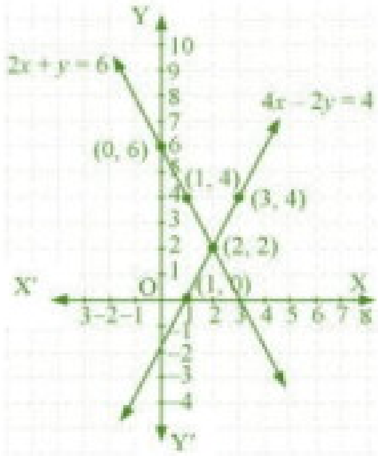
यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ और $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म संगत हैं।

प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए, समीकरण (1) से

$x = \frac{6 - y}{2}$

x	0	1	2
y	6	4	2



समीकरण (2) से

$x = \frac{4 + 2y}{4}$

x	1	2	3
y	0	2	4

(iv) $2x - 2y - 2 = 0$ ... (1)
$4x - 4y - 5 = 0$ ... (2)

यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, इसलिए रैखिक समीकरणों के युग्म असंगत हैं।

प्रश्न 5:

एक आयताकार बाग, जिसकी लम्बाई, चौड़ाई से 4 m अधिक है, का अर्धपरिमाप 36 m हैं। बाग की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना, आयताकार बाग की चौड़ाई = x m तथा माना, आयताकार बाग की लम्बाई = y m

अर्धपरिमाप = 36 m

$\Rightarrow \frac{1}{2}[2(x + y)] = 36$

$\Rightarrow x + y = 36$ ... (1)

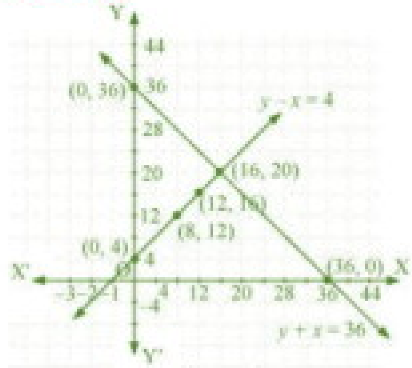
प्रश्नानुसार, बाग की लम्बाई, चौड़ाई से 4 m अधिक है, इसलिए

$y = x + 4$ ... (2)

ग्राफीय रूप इसप्रकार है: प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए,
समीकरण (1) से

$x = 36 - y$

x	0	36	16
y	36	0	20



समीकरण (2) से

$y = x + 4$

x	0	8	12
y	4	8	16

दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेद बिंदु $(16, 20)$ है। अतः, बाग की चौड़ाई 16 m तथा लम्बाई 20 m है।

प्रश्न 6:

एक रैखिक समीकरण $2x + 3y - 8 = 0$ दी गई है। दो चरों में एक ऐसी और रैखिक समीकरण लिखिए ताकि प्राप्त युग्म का ज्यामिति निरूपण जैसा कि

(i) प्रतिच्छेद करती रेखाएँ हों। **(ii)** समांतर रेखाएँ हों।

(iii) संपाती रेखाएँ हों।

उत्तर 6:

(i) दी गई रेखा $2x + 3y - 8 = 0$ तथा प्रतिच्छेद करती रेखा $x + 3y - 10 = 0$, क्योंकि

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

(ii) दी गई रेखा $2x + 3y - 8 = 0$ तथा समांतर रेखा $4x + 6y - 9 = 0$, क्योंकि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

(iii) दी गई रेखा $2x + 3y - 8 = 0$ तथा संपाती रेखा $4x + 6y - 16 = 0$, क्योंकि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

प्रश्न 7:

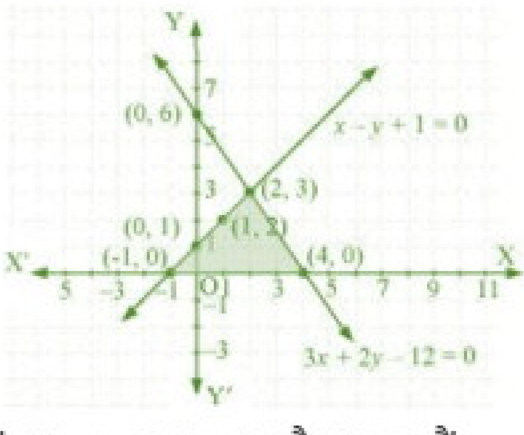
समीकरणों $x - y + 1 = 0$ और $3x + 2y - 12 = 0$ का ग्राफ खींचिए। x – अक्ष और इन रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए और त्रिभुजाकार पटल को छायांकित कीजिए।

उत्तर 7:

प्रत्येक समीकरण के तीन हल के लिए, समीकरण (1) से

$x = y - 1$

x	0	1	2
y	1	2	3



समीकरण (2) से

$$x = \frac{12 - 2y}{3}$$

x	4	2	0
y	0	3	6

x –अक्ष और इन रेखाओं से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक $(-1, 0)$, $(4, 0)$ और $(2, 3)$ हैं।