

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 1) (वास्तविक संख्याएँ)

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 1.4

प्रश्न 1:

बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किये बताइए कि निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं:

(i) $\frac{13}{3125}$

(ii) $\frac{17}{8}$

(iii) $\frac{64}{455}$

(iv) $\frac{15}{1600}$

(v) $\frac{29}{343}$

(vi) $\frac{23}{2^3 5^2}$

(vii) $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$

(viii) $\frac{6}{15}$

(ix) $\frac{35}{50}$

(x) $\frac{77}{210}$

उत्तर 1:

(i) $\frac{13}{3125}$

$3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

3125 का अभाज्य गुणनखंडन = 5^5

क्योंकि यह गुणनखंडन 5^n के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(ii) $\frac{17}{8}$

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

8 का अभाज्य गुणनखंडन = 2^3

क्योंकि यह गुणनखंडन 2^m के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(iii) $\frac{64}{455}$

$455 = 4 \times 7 \times 13$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

455 का अभाज्य गुणनखंडन = $4 \times 7 \times 13$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में नहीं है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 1) (वास्तविक संख्याएँ)
(कक्षा 10)

(iv) $\frac{15}{1600}$

$$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^6 5^2$$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है। 1600 का अभाज्य गुणनखंडन $= 2^6 5^2$
क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(v) $\frac{29}{343}$

$$343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$343 \text{ का अभाज्य गुणनखंडन } = 7^3$$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में नहीं है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

(vi) $\frac{23}{2^3 5^2}$

$$\text{हर} = 2^3 5^2$$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$\text{हर का अभाज्य गुणनखंडन} = 2^3 5^2$$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(vii) $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$\text{हर का अभाज्य गुणनखंडन} = 2^2 5^7 7^5$$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में नहीं है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

(viii) $\frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{2}{5}$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$\text{हर का अभाज्य गुणनखंडन} = 5$$

क्योंकि यह गुणनखंडन 5^n के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(ix) $\frac{35}{50}$

$$\frac{35}{50} = \frac{5 \times 7}{2 \times 5 \times 5} = \frac{7}{10}$$

$$\text{हर} = 10 = 2 \times 5$$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$\text{हर का अभाज्य गुणनखंडन} = 2 \times 5$$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार सांत होगा।

(x) $\frac{77}{210}$

$$\frac{77}{210} = \frac{7 \times 11}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{11}{30}$$

$$\text{हर} = 30 = 2 \times 3 \times 5$$

हम जानते हैं कि किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ (जहाँ p और q सहअभाज्य हैं) में, यदि q का अभाज्य गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं, तो उसका दशमलव प्रसार सांत होता है।

$$\text{हर का अभाज्य गुणनखंडन} = 2 \times 3 \times 5$$

क्योंकि यह गुणनखंडन $2^m 5^n$ के रूप में नहीं है, इसलिए इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

प्रश्न 2:

ऊपर दिए गए प्रश्न में उन परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसारों को लिखिए जो सांत हैं।

उत्तर 2:

(i) $\frac{13}{3125}$

$$\frac{13}{3125} = \frac{13}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{13}{5^5} \times \frac{2^5}{2^5} = \frac{13 \times 32}{(5 \times 2)^5} = \frac{416}{10^5} = 0.00416$$

(ii) $\frac{17}{8}$

$$\frac{17}{8} = \frac{17}{2 \times 2 \times 2} = \frac{17}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3} = \frac{17 \times 125}{(2 \times 5)^3} = \frac{2125}{10^3} = 2.125$$

(iii) $\frac{64}{455}$

इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

(iv) $\frac{15}{1600}$

$$\frac{15}{1600} = \frac{3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{3}{2^6 \times 5} \times \frac{5^5}{5^5} = \frac{3 \times 3125}{(2 \times 5)^6} = \frac{9375}{10^6} = 0.009375$$

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 1) (वास्तविक संख्याएँ)
(कक्षा 10)

(v) $\frac{29}{343}$

इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

(vi) $\frac{23}{2^3 5^2}$

$$\frac{23}{2^3 5^2} = \frac{23}{2^3 \times 5^2} \times \frac{5}{5} = \frac{23 \times 5}{(2 \times 5)^3} = \frac{115}{10^3} = 0.115$$

(vii) $\frac{129}{2^2 5^7 7^5}$

इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

(viii) $\frac{6}{15}$

$$\frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{4}{10} = 0.4$$

(ix) $\frac{35}{50}$

$$\frac{35}{50} = \frac{5 \times 7}{2 \times 5 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10} = 0.7$$

(x) $\frac{77}{210}$

इसका दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

प्रश्न 3:

कुछ वास्तविक संख्याओं के दशमलव प्रसार नीचे दिए हैं। प्रत्येक स्थिति के लिए निर्धारित कीजिए कि यह संख्या परिमेय संख्या है या नहीं। यदि यह परिमेय संख्या है और $\frac{p}{q}$ के रूप की है तो q के अभाज्य गुणखंडों के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

(i) 43.123456789 (ii) 0.120120012000120000 ... (iii) $43.\overline{123456789}$

उत्तर 3:

(i) 43.123456789

क्योंकि इसका दशमलव प्रसार सांत है, इसलिए, यह परिमेय संख्या है और $\frac{p}{q}$ के रूप की है। q का अभाज्य गुणखंडन $2^m 5^n$ के रूप में है, जहाँ m और n ऋणेतर पूर्णांक हैं।

(ii) 0.120120012000120000 ...

क्योंकि इसका दशमलव प्रसार असांत तथा अनावर्ती है, इसलिए, यह एक अपरिमेय संख्या है।

(iii) $43.\overline{123456789}$

क्योंकि इसका दशमलव प्रसार असांत तथा आवर्ती है, इसलिए, यह एक परिमेय संख्या और $\frac{p}{q}$ के रूप की है। q का अभाज्य गुणखंडन में $2^m 5^n$ के अतिरिक्त कोई और भी अभाज्य संख्या है।