गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ – 15) (प्रायिकता)

(कक्षा 10)

प्रश्नावली 15.1

प्रश्न 1:

निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए:

(i) घटना 'E' की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = ________ है।

(ii) उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती ______ है। ऐसी घटना _______ कहलाती है।

(iii) उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है ______ है। ऐसी घटना _______ कहलाती है।

(iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग ______ है।

(v) किसी घटना की प्रायिकता _____ से बड़ी या उसके बराबर होती है या उसके बराबर होती है तथा ______ से छोटी या बराबर होती है।

उत्तर 1:

(i). घटना 'E' की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता = **1** है।

(ii). उस घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती **0** है। ऐसी घटना **असंभव घटना** कहलाती है।

(iii). उस घटना की प्रायिकता जिसका घटित होना निश्चित है **1** है। ऐसी घटना **निश्चित घटना** कहलाती है।

(iv). किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग **1** है।

(v). किसी घटना की प्रायिकता **0** से बड़ी या उसके बराबर होती है या उसके बराबर होती है तथा **1** से छोटी या बराबर होती है।

प्रश्न 2:

निम्लिखित प्रयोगों में से किन - किन प्रयोगों के परिणाम सम्प्रायिक हैं? स्पष्ट कीजिए।

(i) एक ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। कार चलना प्रारम्भ हो जाती है या कार चलना प्रारम्भ नहीं होती है।

(ii) एक खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। वह बास्केट में बॉल डाल पाती है या नहीं डाल पाती है।

(iii) एक सत्य - असत्य प्रश्न का अनुमान लगाया जाता है। उत्तर सही है या गलत होगा।

(iv) एक बच्चे का जन्म होता है। वह एक लकड़ा है या एक लकड़ी है।

उत्तर 2:

(i). जब ड्राइवर कार चलाने का प्रयत्न करता है। तो कार प्रायः चलना प्रारम्भ हो जाती है, यदि कार में कोई खराबी न हो। अतः यह सम्प्रायिक नहीं है।

(ii). खिलाड़ी बास्केटबॉल को बास्केट में डालने का प्रयत्न करती है। वह बास्केट में बॉल डाल पाती है या नहीं ये बातें खिलाड़ी पर निर्भर करती हैं। एक अच्छा खिलाड़ी अधिकतर बार बॉल बास्केट में डाल पाती है। अतः यह सम्प्रायिक नहीं है।

(iii). सत्य - असत्य प्रश्न का अनुमान लगाना सम्प्रायिक है क्योंकि इसमें दो ही विकल्प हैं और दोनों के चुनने के समान अवसर हैं।

(iv). जब बच्चे का जन्म होता है तो वह एक लकड़ा है या एक लकड़ी है दोनों के होने के समान अवसर हैं। अतः यह सम्प्रायिक है।

प्रश्न 3:

फुटबॉल के खेल को प्रारम्भ करते समय यह निर्णय लेने के लिए कि कौन सी टीम पहले बॉल लेगी, इसके लिए सिक्का उछलना एक न्यायसंगत विधि क्यों माना जाता है?

उत्तर 3:

सिक्का उछलना एक न्यायसंगत विधि इसलिए माना जाता है क्योंकि सिक्के के तो ही पहलु होते हैं। चित या पट तथा दोनों की प्रायिकता समान है।

प्रश्न 4:
निम्लिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?
(A) $\frac{2}{3}$ (B) -1.5 (C) 15% (D) 0.7

उत्तर 4:
(B). -1.5
क्योंकि प्रायिकता कभी भी ऋणात्मक नहीं हो सकती। अर्थात $0 \le P(E) \le 1$.

प्रश्न 5:
यदि $P(E) = 0.05$ है, तो 'E नहीं' की प्रायिकता क्या है?

उत्तर 5:
हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$
इसलिए $0.05 + P(\text{नहीं } E) = 1 \Rightarrow P(\text{नहीं } E) = 1 - 0.05 = 0.95$

प्रश्न 6:
एक थैले में केवल नीबू की महक वाली मीठी गोलियां हैं। मालिनी बिना थैले में झांके उसमे से एक गोली निकलती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली
(i) संतरे की महक वाली है? **(ii)** नीबू की महक वाली है?

उत्तर 6:
(i) थैले में संतरे की महक वाली मीठी गोलियां नहीं हैं इसलिए संतरे की गोली निकलना एक ***असंभव*** घटना है।
$$P\left(\text{संतरे की महक वाली गोली}\right) = 0$$
(ii) थैले में केवल नीबू की महक वाली मीठी गोलियां हैं इसलिए नीबू की गोली निकलना एक ***निश्चित*** घटना है।
$$P\left(\text{नीबू की महक वाली गोली}\right) = 1$$

प्रश्न 7:
यह दिया हुआ है कि 3 विद्यार्थियों के एक समूह में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है। इसकी क्या प्रायिकता है कि इन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

उत्तर 7:
हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$
इसलिए, $P\left(\text{2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}\right) + P\left(\text{2 विद्याथियों के जन्मदिन एक दिन न हो}\right) = 1$
$\Rightarrow P\left(\text{2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}\right) + 0.992 = 1$
$\Rightarrow P\left(\text{2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}\right) = 1 - 0.992 = 0.008$

प्रश्न 8:
एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदे हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद **(i)** लाल हो? **(ii)** लाल नहीं हो?

उत्तर 8:
लाल गेंदे = 3, काली गेंदे = 5, कुल गेंदे = 3 + 5 = 8
$$P\left(\text{लाल गेंद}\right) = \frac{\text{लाल गेंदे}}{\text{कुल गेंदे}} = \frac{3}{8}$$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$, इसलिए, $P\left(\text{लाल गेंदे}\right) + P\left(\text{लाल गेंदे नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{3}{8} + P\left(\text{लाल गेंदे नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow P\left(\text{लाल गेंदे नहीं}\right) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8-3}{8} = \frac{5}{8}$

प्रश्न 9:

एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफ़ेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया कंचा **(i)** लाल है **(ii)** सफ़ेद है **(iii)** हरा नहीं है?

उत्तर 9:

लाल कंचे = 5, सफ़ेद कंचे = 8, हरे कंचे = 4
कुल कंचे = 5 + 8 + 4 = 17

(i)

$$P\left(\text{लाल कंचे}\right) = \frac{\text{लाल कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{5}{17}$$

(ii)

$$P\left(\text{सफ़ेद कंचे}\right) = \frac{\text{सफ़ेद कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{8}{17}$$

(iii)

$$P\left(\text{हरे कंचे}\right) = \frac{\text{हरे कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{4}{17}$$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$

इसलिए, $P\left(\text{हरे कंचे}\right) + P\left(\text{हरे कंचे नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{4}{17} + P\left(\text{हरे कंचे नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow P\left(\text{हरे कंचे नहीं}\right) = 1 - \frac{4}{17} = \frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$

प्रश्न 10:

एक पिग्गी बैंक (piggy bank) में, 50 पैसे के सौ सिक्के हैं, ₹ 1 के पचास सिक्के हैं, ₹ 2 के बीस सिक्के और ₹ 5 के दस सिक्के हैं। यदि पिग्गी बैंक को हिलाकर उल्टा करने पर कोई एक सिक्का गिरने के परिणाम सम्प्रायिक हैं, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गिरा हुआ सिक्का **(i)** 50 पैसे का होगा? **(ii)** ₹ 5 का नहीं होगा?

उत्तर 10:

50 पैसे के सिक्के = 100, ₹ 1 के सिक्के = 50, ₹ 2 के सिक्के = 20, ₹ 5 के सिक्के = 10
कुल सिक्के = 100 + 50 + 20 + 10 = 180

(i)

$$P\left(\text{50 पैसे के सिक्के}\right) = \frac{\text{50 पैसे के सिक्के}}{\text{कुल सिक्के}} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

(ii)

$$P\left(\text{₹ 5 के सिक्के}\right) = \frac{\text{₹ 5 के सिक्के}}{\text{कुल सिक्के}} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18}$$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$

इसलिए, $P\left(\text{₹ 5 के सिक्के}\right) + P\left(\text{₹ 5 के सिक्के नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{18} + P\left(\text{₹ 5 के सिक्के नहीं}\right) = 1$

$\Rightarrow P\left(\text{₹ 5 के सिक्के नहीं}\right) = 1 - \frac{1}{18} = \frac{18-1}{18} = \frac{17}{18}$

प्रश्न 11:

गोपी अपने जल - जीव कुंड के लिए एक दुकान से मछली खरीदती है। दुकानदार एक टंकी, जिसमे 5 नर मछली और 8 मादा मछली हैं, में से एक मछली यादृच्छया उसे देने के किये निकलती है (देखिये आकृति 15.4)। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाली गई मछली नर मछली है ?

उत्तर 11:

आकृति 15.4

नर मछली = 5, मादा मछली = 8

कुल मछली = 5 + 8 = 13

$$P(\text{नर मछली}) = \frac{\text{नर मछली}}{\text{कुल मछली}} = \frac{5}{13}$$

प्रश्न 12:

संयोग (chance) के एक खेल में, एक तीर को घुमाया जाता है, जो विश्राम में आने के बाद संख्याओं 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 और 8 में से किसी एक संख्या को इंगित करता है (देखिए आकृति 15.5)। यदि ये सभी परिणाम समप्रायिक हों तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह तीर इंगित

(i) 8 को करेगा?
(ii) एक विषम संख्या को करेगा?
(iii) 2 से बड़ी संख्या को करेगा?
(iv) 9 से छोटी संख्या को करेगा?

आकृति 15.5

उत्तर 12:

कुल संख्याएँ = 8

(i) 8 की आवृति = 1

$$P(8) = \frac{\text{8 की आवृति}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{1}{8}$$

(ii) विषम संख्याएँ 1, 3, 5, 7

कुल विषम संख्याएँ = 4

$$P(\text{एक विषम संख्या}) = \frac{\text{कुल विषम संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iii) 2 से बड़ी संख्याएँ 3, 4, 5, 6, 7, 8

कुल 2 से बड़ी संख्याएँ = 6

$$P\left(\text{2 से बड़ी संख्या}\right) = \frac{\text{2 से बड़ी संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(iv) 9 से छोटी संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

कुल 9 से छोटी संख्याएँ = 8

$$P\left(\text{9 से छोटी संख्या}\right) = \frac{\text{कुल 9 से छोटी संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{8}{8} = 1$$

प्रश्न 13:

एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्लिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(i) एक अभाज्य संख्या **(ii)** 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या **(iii)** एक विषम संख्या

उत्तर 13:

पासे को एक बार फेकने पर कुल परिणाम = 1, 2, 3, 4, 5, 6

(i) अभाज्य संख्याएँ = 2, 3, 5

$$P(\text{एक अभाज्य संख्या}) = \frac{\text{कुल अभाज्य संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ii) 2 और 6 के बीच स्थित संख्याएँ = 3, 4, 5

$$P\left(\text{2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या}\right) = \frac{\text{2 और 6 के बीच स्थित कुल संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(iii) विषम संख्याएँ = 1, 3, 5

$$P(\text{एक विषम संख्या}) = \frac{\text{कुल विषम संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

प्रश्न 14:

52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्लिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

(i) लाल रंग का बादशाह **(ii)** एक फेस कार्ड अर्थात तस्वीर वाला पत्ता

(iii) लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता **(iv)** पान का गुलाम

(v) हुकुम का पत्ता **(vi)** एक ईंट की बेगम

उत्तर 14:

गड्डी में कुल पत्ते = 52

(i) लाल रंग के कुल बादशाह (1 पान का और 1 ईंट का) = 2

$$P(\text{लाल रंग का बादशाह}) = \frac{\text{लाल रंग के कुल बादशाह}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(ii) तस्वीर वाले कुल पत्ते (3 पान के, 3 हुकुम के, 3 चिड़ी के और 3 ईंट के) = 12

$$P(\text{तस्वीर वाला पत्ता}) = \frac{\text{तस्वीर वाले कुल पत्ते}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(iii) लाल रंग के तस्वीर वाले कुल पत्ते (3 पान के और 3 ईंट के) = 6

$$P(\text{लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता}) = \frac{\text{लाल रंग के तस्वीर वाले कुल पत्ते}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

(iv) पान के कुल गुलाम = 1

$$P(\text{पान का गुलाम}) = \frac{\text{पान के कुल गुलाम}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{1}{52}$$

(v) हुकुम वाले कुल पत्ते = 13

$$P(\text{हुकुम का पत्ता}) = \frac{\text{हुकुम वाले कुल पत्ते}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(vi) ईंट की बेगम वाले कुल पत्ते = 1

$$P\left(\text{एक ईंट की बेगम}\right) = \frac{\text{ईंट की बेगम वाले कुल पत्ते}}{\text{गड्डी में कुल पत्ते}} = \frac{1}{52}$$

प्रश्न 15:
ताश के पाँच पत्तों - ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और एक्का - को पलट करके अच्छी प्रकार फेटा जाता है। फिर इनमें से यदृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है।

(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्ता एक बेगम है?

(ii) यदि बेगम निकल आती है, तो उसे अलग रख दिया जाता है और एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि दूसरा निकाला गया पत्ता **(a)** एक इक्का है? **(b)** एक बेगम है?

उत्तर 15:
कुल पत्ते (ईंट का दहला, गुलाम, बेगम, बादशाह और एक्का) = 5

(i) इन पाँच पत्तों में बेगम के कुल पत्ते = 1

$$P\left(\text{एक बेगम वाला पत्ता}\right) = \frac{\text{बेगम के कुल पत्ते}}{\text{कुल पत्ते}} = \frac{1}{5}$$

(ii) बेगम को अलग रखने पर कुल पत्ते = 4

(a) बेगम को अलग रखने पर, इक्के के कुल पत्ते = 1

$$P(\text{एक इक्का}) = \frac{\text{इक्के के कुल पत्ते}}{\text{कुल पत्ते}} = \frac{1}{4}$$

(b) बेगम को अलग रखने पर, बेगम के कुल पत्ते = 0

$$P\left(\text{एक बेगम}\right) = \frac{\text{बेगम के कुल पत्ते}}{\text{कुल पत्ते}} = \frac{0}{4} = 0$$

प्रश्न 16:
किसी कारण 12 खराब पेन 132 अच्छे पेनों में मिल गए। हैं। केवल देखकर यह नहीं बताया जा सकता है कि कोई पेन खराब है या अच्छा है। इस मिश्रण में से, एक पेन यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गए पेन की अच्छा होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर 16:
खराब पेन = 12, अच्छे पेन = 132

कुल पेन = 144

$$P\left(\text{अच्छे पेन}\right) = \frac{\text{कुल अच्छे पेन}}{\text{कुल पेन}} = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$$

प्रश्न 17:
(i) 20 बल्बों के एक समूह में 4 बल्ब खराब हैं। इस समूह में से एक बल्ब यादृच्छया निकला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब होगा?

(ii) मान लीजिए **(i)** में निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और न ही इसे दुबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है। अब शेष बल्बों में से एक बल्ब यादृच्छया निकला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ब खराब नहीं होगा?

उत्तर 17:
खराब बल्ब = 4, अच्छे बल्ब = 16

कुल बल्ब = 20

(i)

$$P(\text{खराब बल्ब}) = \frac{\text{कुल खराब बल्ब}}{\text{कुल बल्ब}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(ii)

यदि निकाला गया बल्ब खराब नहीं है और न ही इसे दुबारा बल्बों के साथ मिलाया जाता है,

खराब बल्ब = 4

अच्छे (खराब नहीं) बल्ब = 15

कुल बल्ब = 19

$$P(\text{खराब नहीं बल्ब}) = \frac{\text{कुल खराब नहीं बल्ब}}{\text{कुल बल्ब}} = \frac{15}{19}$$

प्रश्न 18:

एक पेटी में 90 डिस्क (discs) हैं, जिन पर 1 से 90 तक संख्याएँ अंकित हैं। यदि इस पेटी में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस डिस्क पर अंकित होगी: **(i)** दो अंकों की एक संख्या **(ii)** एक पूर्ण वर्ग संख्या **(iii)** 5 से विभाज्य एक संख्या

उत्तर 18:

कुल संख्याएँ = 90

(i)

दो अंकों की कुल संख्याएँ (10, 11, 12... 90) = 81

$$P\left(\text{दो अंकों की एक संख्या}\right) = \frac{\text{दो अंकों की कुल संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$$

(ii)

पूर्ण वर्ग की कुल संख्याएँ (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81) = 9

$$P\left(\text{एक पूर्ण वर्ग संख्या}\right) = \frac{\text{पूर्ण वर्ग की कुल संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(iii)

5 से विभाज्य कुल संख्याएँ (5, 10, 15, 20... 90) = 18

$$P\left(\text{5 से विभाज्य एक संख्या}\right) = \frac{\text{5 से विभाज्य कुल संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

प्रश्न 19:

एक बच्चे के पास ऐसा पासा है जिसके फलकों पर निम्नलिखित अक्षर अंकित हैं:

A	B	C	D	E	A

इस पासे को एक बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि **(i)** A प्राप्त हो? **(ii)** D प्राप्त हो?

उत्तर 19:

कुल अक्षर = 6

(i)

कुल अक्षर A = 2

$$P\left(\text{A प्राप्त हो}\right) = \frac{\text{कुल अक्षर A}}{\text{कुल अक्षर}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(ii)

कुल अक्षर D = 1

$$P\left(\text{D प्राप्त हो}\right) = \frac{\text{कुल अक्षर D}}{\text{कुल अक्षर}} = \frac{1}{6}$$

प्रश्न 20:
मान लीजिए आप एक पासे को आकृति 15.6 में दर्शाए आयताकार क्षेत्र में यादृच्छया रूप से गिराते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पासा 1 m व्यास वाले वृत के अंदर गिरेगा?

आकृति 15.6

उत्तर 20:
वृत्त का व्यास = 1 m, इसलिए वृत्त की त्रिज्या (r) = ½ m = 0.5 m
वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = 3.14 \times (0.5)^2 = 3.14 \times 0.25 = 0.785 \text{ m}^2$
आयत का क्षेत्रफल = $3 \times 2 = 6 \text{ m}^2$

$$P\left(\text{पासा 1 m व्यास वाले वृत के अंदर गिरेगा}\right) = \frac{\text{वृत्त का क्षेत्रफल}}{\text{आयत का क्षेत्रफल}} = \frac{0.785}{6} = 0.13$$

प्रश्न 21:
144 बॉल पेनों के एक समूह में 20 बॉल पेन ख़राब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वही पेन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो, परन्तु खराब पेन आप खरीदना नहीं चाहेंगे। दुकानदार इन पेनों में से, यादृच्छया एक पेन निकलकर आपको देता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि
(i) आप वह पेन खरीदेंगे?
(ii) आप वह पेन नहीं खरीदेंगे?

उत्तर 21:
कुल पेन = 144, कुल ख़राब पेन = 20, कुल अच्छे पेन = 144 – 20 = 122

$$P\left(\text{आप वह पेन खरीदेंगे}\right) = \frac{\text{कुल अच्छे पेन}}{\text{कुल पेन}} = \frac{122}{144} = \frac{61}{72}$$

$$P\left(\text{आप वह पेन नहीं खरीदेंगे}\right) = \frac{\text{कुल ख़राब पेन}}{\text{कुल पेन}} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

प्रश्न 22:
उदाहरण 13 को देखिए। **(i)** निम्नलिखित सारिणी को पूरा कीजिए:

घटना दोनों पासों की संख्याओं का योग	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रायिकता	$\frac{1}{36}$						$\frac{5}{36}$				$\frac{1}{36}$

(ii) एक विद्यार्थी यह तर्क देता है कि 'यहाँ कुल 11 परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 हैं। अतः, प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{11}$ है।' क्या आप इस तर्क से सहमत हैं? सकारण उत्तर दीजिए।

उत्तर 22:
(i)

घटना दोनों पासों की संख्याओं का योग	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
प्रायिकता	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(ii) यहाँ कुल 11 परिणाम 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 और 12 हैं, परन्तु ये सभी समप्रायिक नहीं हैं अर्थात इन सभी की प्रायिकता समान नहीं हैं । अतः प्रत्येक की प्रायिकता $\frac{1}{11}$ नहीं होगी।

प्रश्न 23:

एक खेल में एक रुपए के सिक्के को तीन बार उछाला जाता है और प्रत्येक बार का परिणाम लिख लिया जाता है। तीनों परिणाम समान होने पर, अर्थात तीन चित या पट प्राप्त होने पर, हनीफ खेल में जीत जाएगा, अन्यथा वह हार जाएगा। हनीफ के खेल में हार जाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए।

उत्तर 23:

एक रुपए के सिक्के को तीन बार कुल संभावित परिणाम = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

अतः, कुल संभावित परिणाम = 8

हनीफ के खेल में जीतने के अनुकूल कुल परिणाम = {HHH, TTT}

अतः, हनीफ के खेल में जीतने के अनुकूल कुल परिणाम = 2

अतः, हनीफ के खेल में जीतने की प्रायिकता = $\frac{\text{हनीफ के खेल में जीतने के अनुकूल कुल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$

इसलिए, $P\left(\text{हनीफ खेल में जीत जाएगा}\right) + P\left(\text{हनीफ खेल में हार जाएगा}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{4} + P\left(\text{हनीफ खेल में हार जाएगा}\right) = 1$

$\Rightarrow P\left(\text{हनीफ खेल में हार जाएगा}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

प्रश्न 24:

एक पासे को दो बार फेंका जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि **(i)** 5 किसी भी बार में नहीं आएगा? **(ii)** 5 कम से कम एक बार आएगा? [**संकेत**: एक पासे को दो बार फेंकना और दो पासों को एक साथ फेंकना एक ही प्रयोग माना जाता है]

उत्तर 24:

एक पासे को दो बार फेकने पर कुल परिणाम निम्नलिखित हैं:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

कुल परिणाम = 36

(i) 5 किसी भी बार में नहीं आएगा के कुल परिणाम निम्नलिखित हैं:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 6)
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 6)
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 6)
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 6)
(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 6)

कुल परिणाम = 25

$$P\left(5 \text{ किसी भी बार में नहीं आएगा}\right) = \frac{25}{36}$$

(ii) हम जानते हैं कि $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$

इसलिए, $P\left(5 \text{ किसी भी बार में नहीं आएगा}\right) + P\left(5 \text{ कम से कम एक बार आएगा}\right) = 1$

$\Rightarrow \frac{25}{36} + P\left(5 \text{ कम से कम एक बार आएगा}\right) = 1$

$\Rightarrow P\left(5 \text{ कम से कम एक बार आएगा}\right) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{36-25}{36} = \frac{11}{36}$

प्रश्न 25:

निम्नलिखित में से कौन से तर्क सत्य हैं और कौन से तर्क असत्य हैं? सकारण उत्तर दीजिए। **(i)** यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो इसके तीन संभावित परिणाम - दो चित, दो पट या प्रत्येक एक बार हैं। अतः, इनमें से प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। **(ii)** यदि एक पासे को फेंका जाता है, तो इसके दो संभावित परिणाम - एक विषम संख्या या एक सम संख्या हैं। अतः एक विषम संख्या ज्ञात करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

उत्तर 25:

(i) यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो इसके कुल संभावित परिणाम निम्लिखित हैं: {HH, TT, HT, TH}
इस प्रकार इसके तीन संभावित परिणाम - दो चित, दो पट या प्रत्येक एक बार हैं। परन्तु यह तीनों परिणाम सम्प्रायिक नहीं हैं। क्योंकि दो चित की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है, दो पट की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है लेकिन प्रत्येक एक बार आने की प्रायिकता $\frac{2}{4}$ है। अतः, इनमें से प्रत्येक परिणाम की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ नहीं है। अतः ये तर्क असत्य है।

(ii) यदि एक पासे को फेंका जाता है, तो इसके कुल संभावित परिणाम निम्लिखित हैं:
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
इसमें तीन सम संख्याएँ तथा तीन विषम संख्याएँ हैं। तो इसके दो संभावित परिणाम - एक विषम संख्या या एक सम संख्या हैं। अतः एक विषम संख्या ज्ञात करने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है। अतः ये तर्क सत्य है।