गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 14) (सांख्यिकी)
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 14.2

प्रश्न 1:

निम्नलिखित सरणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है:

आयु (वर्षों में)	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

उपरोक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए।

उत्तर 1:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

यहाँ, 30 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i और f_id_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या (f_i)	वर्गचिन्ह (x_i)	$d_i = x_i - 30$	f_id_i
5 – 15	6	10	– 20	– 120
15 – 25	11	20	– 10	– 110
25 – 35	21	30	0	0
35 – 45	23	40	10	230
45 – 55	14	50	20	280
55 – 65	5	60	30	150
योग	**80**			**430**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 80, \sum f_i d_i = 430$ और $a = 30$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 30 + \left(\frac{430}{80}\right) = 30 + 5.375 = 35.375 = 35.38$$

अतः, बंटन का माध्य 35.38 है।

यहाँ, रोगियों की आयु का औसत माध्य 35.38 वर्ष है। ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 23 है जो कि वर्ग 35 – 45 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 35 – 45 है।

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 35$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 23$

वर्गमाप $(h) = 10$

बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 21$

बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 14$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14}\right) \times 10 = 35 + \frac{2}{11} \times 10 = 35 + 1.81 = 36.81$$

अतः, इस बंटन का बहुलक 36.8 है। यह दर्शाता है कि अस्पताल में भर्ती अधिकतम रोगी 36.8 वर्ष के हैं।

प्रश्न 2:

निम्नलिखित आँकड़े, 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घंटों में) की सूचना देते हैं:

जीवनकाल (घंटों में)	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
बारंबारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

यहाँ, ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 61 है जो कि वर्ग 60 – 80 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 60 – 80 है।

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 60$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 61$

वर्गमाप $(h) = 20$
बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 52$
बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 38$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 60 + \left(\frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38}\right) \times 20 = 60 + \frac{9}{32} \times 20 = 60 + 5.625 = 65.625$$

अतः, उपकरणों का बहुलक जीवनकाल 65.625 घंटे है।

प्रश्न 3:

निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलू व्यय के बंटन को दर्शाते हैं। इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए। साथ ही, माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए।

व्यय (₹ में)	परिवारों की संख्या
1000 – 1500	24
1500 – 2000	40
2000 – 2500	33
2500 – 3000	28
3000 – 3500	30
3500 – 4000	22
4000 – 4500	16
4500 – 5000	7

उत्तर 3:

यहाँ, ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 40 है जो कि वर्ग 1500 – 2000 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 1500 – 2000 है।
बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 1500$
बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 40$
वर्गमाप $(h) = 500$
बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 24$
बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 33$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2 \times 40 - 24 - 33}\right) \times 500 = 1500 + \frac{16}{23} \times 500 = 1500 + 347.826 = 1847.83$$

अतः, इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ₹1847.83 है।
प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

बंटन का वर्गमाप $(h) = 500$.
यहाँ, 2750 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i, u_i और f_iu_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

व्यय (₹ में)	परिवारों की संख्या f_i	x_i	$d_i = x_i - 2750$	$u_i = \frac{di}{500}$	f_iu_i
1000 – 1500	24	1250	– 1500	– 3	– 72
1500 – 2000	40	1750	– 1000	– 2	–80
2000 – 2500	33	2250	– 500	– 1	–33
2500 – 3000	28	2750	0	0	0
3000 – 3500	30	3250	500	1	30
3500 – 4000	22	3750	1000	2	44
4000 – 4500	16	4250	1500	3	48
4500 – 5000	7	4750	2000	4	28
Total	**200**				**–35**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 200, \sum f_i u_i = -35, a = 2750$ और $h = 500$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 2750 + \left(\frac{-35}{200}\right) \times 500 = 2750 - 87.5 = 2662.50$$

अतः, परिवारों का माध्य मासिक व्यय ₹ 2662.50 है।

प्रश्न 4:

निम्नलिखित बंटन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक-विद्यार्थी अनुपात को दर्शाता है। इन आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों मापकों की व्याख्या कीजिए।

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या
15 – 20	3
20 – 25	8
25 – 30	9
30 – 35	10
35 – 40	3
40 – 45	0
45 – 50	0
50 – 55	2

उत्तर 4:

यहाँ, ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 10 है जो कि वर्ग 30 – 35 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 30 – 35 है।

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 30$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 10$

वर्गमाप $(h) = 5$

बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 9$

बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 3$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 30 + \left(\frac{10 - 9}{2 \times 10 - 9 - 3}\right) \times 5 = 30 + \frac{1}{8} \times 5 = 30 + 0.625 = 30.625$$

यहाँ, ये आँकड़े दर्शाते हैं कि अधिकतर राज्यों/संघीय क्षेत्रों में प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या 30.6 है।

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

यहाँ, 32.5 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i, u_i और $f_i u_i$ का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्यों/संघीय क्षेत्रों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - 32.5$	$u_i = \frac{di}{5}$	$f_i u_i$
15 – 20	3	17.5	– 15	– 3	– 9
20 – 25	8	22.5	– 10	– 2	–16
25 – 30	9	27.5	– 5	– 1	– 9
30 – 35	10	32.5	0	0	0
35 – 40	3	37.5	5	1	3
40 – 45	0	42.5	10	2	0
45 – 50	0	47.5	15	3	0
50 – 55	2	52.5	20	4	8
Total	**35**				**–23**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 35, \sum f_i u_i = -23, a = 32.5$ और $h = 5$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 32.5 + \left(\frac{-23}{35}\right) \times 5 = 32.5 - \frac{23}{7} = 32.5 - 3.28 = 29.22$$

अतः, इस बंटन का माध्य 29.2 है। यह दर्शाता है कि प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या 29.2 है।

प्रश्न 5:

दिया हुआ बंटन विश्व के कुछ श्रेष्ठतम बल्लेबाजों द्वारा एकदिवसीय अन्तराष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है:

बनाए गए रन	बल्लेबाज़ों की संख्या
3000 – 4000	4
4000 – 5000	18
5000 – 6000	9
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

यहाँ, ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 18 है जो कि वर्ग 4000 – 5000 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 4000 – 5000 है।

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 4000$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 18$

वर्गमाप $(h) = 1000$

बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 4$

बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 9$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 4000 + \left(\frac{18 - 4}{2 \times 18 - 4 - 9}\right) \times 1000 = 4000 + 608.695 = 4608.695$$

अतः, इस बंटन का बहुलक 4608.7 रन है।

प्रश्न 6:

एक विद्यार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संख्याएँ नोट की और उन्हें नीचे दी हुई सरणी के रूप में व्यक्त किया। सरणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अन्तराल में उस स्थान से होकर जाने वाली कारों की संख्याओं से संबंधित है। ऐसे 100 अंतरालों पर प्रेक्षण लिए गए। इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

कारों की संख्या	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
बारंबारता	7	14	13	12	20	11	15	8

उत्तर 6:

यहाँ, ये स्पष्ट है कि सबसे अधिक बारंबारता 20 है जो कि वर्ग 40 – 50 में है। इसलिए बहुलक वर्ग 40 – 50 है।

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 40$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 20$

वर्गमाप $(h) = 10$

बहुलक वर्ग से ठीक पहले आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_0) = 12$

बहुलक वर्ग से ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $(f_2) = 11$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h = 40 + \left(\frac{20 - 12}{2 \times 20 - 12 - 11}\right) \times 10 = 40 + \frac{8}{17} \times 10 = 40 + 4.7 = 44.7$$

अतः, इन आँकड़ों का बहुलक 44.7 कारें है।