गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 12) (वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल)
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 12.1

प्रश्न 1:
दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 19 cm और 9 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधिओं के योग के बराबर है।

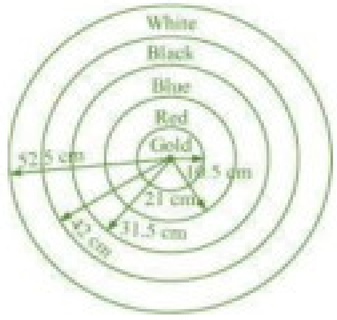
उत्तर 1:
पहले वृत्त की त्रिज्या (r_1) = 19 cm ,   दूसरे वृत्त की त्रिज्या (r_2) = 9 cm
माना तीसरे वृत्त की त्रिज्या = r
पहले वृत्त का परिमाप = 2πr1 = 2π (19) = 38π
दूसरे वृत्त का परिमाप = 2πr2 = 2π (9) = 18π
तीसरे वृत्त का परिमाप = 2πr
प्रश्न के अनुसार,
तीसरे वृत्त का परिमाप = पहले वृत्त का परिमाप + दूसरे वृत्त का परिमाप
$\Rightarrow 2\pi r = 38\pi + 18\pi \Rightarrow 2\pi r = 56\pi \Rightarrow r = \frac{56\pi}{2\pi} = 28$
अतः, उस वृत्त की त्रिज्या 28 cm है, जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधिओं के योग के बराबर है।

प्रश्न 2:
दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 cm और 6 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों की क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

उत्तर 2:
पहले वृत्त की त्रिज्या (r_1) = 8 cm,   दूसरे वृत्त की त्रिज्या (r_2) = 6 cm
माना तीसरे वृत्त की त्रिज्या = r
पहले वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_1^2 = \pi(64) = 64\pi$
दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_2^2 = \pi(36) = 36\pi$
तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2
प्रश्न के अनुसार,
तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल = पहले वृत्त का क्षेत्रफल + दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल
$\Rightarrow \pi r^2 = 64\pi + 36\pi \quad \Rightarrow \pi r^2 = 100\pi \quad \Rightarrow r = \sqrt{100} = 10$ cm
अतः, उस वृत्त की त्रिज्या 10 cm है, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों की क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

प्रश्न 3:
आकृति एक तीरंदाजी लक्ष्य को दर्शाती है, जिसमे केंद्र से बाहर की ओर पाँच क्षेत्र GOLD, RED, BLUE, BLACK और WHITE चिन्हित हैं, जिनके अंक अर्जित किए जा सकते हैं। GOLD अंक वाले क्षेत्र का व्यास 21 cm है तथा प्रत्येक अन्य पट्टी 10.5 cm चौड़ी है। अंक प्राप्त कराने वाले इन पाँचों क्षेत्रों में से प्रत्येक का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:
पहले वृत्त (GOLD क्षेत्र) की त्रिज्या (r_1) = 21/2 =10.5 cm
दूसरे वृत्त की त्रिज्या (r_2) = 10.5 + 10.5 = 21 cm
तीसरे वृत्त की त्रिज्या (r_3) = 21 + 10.5 = 31.5 cm
चौथे वृत्त की त्रिज्या (r_4) = 31.5 + 10.5 = 42 cm
पांचवें वृत्त की त्रिज्या (r_5) = 42 + 10.5 = 52.5 cm



पहले वृत्त (GOLD क्षेत्र) का क्षेत्रफल = $\pi r_1^2 = \pi(10.5)^2 = \pi(110.25) = 346.50$ cm^2
RED क्षेत्र का क्षेत्रफल = दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल - पहले वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$= \pi(21)^2 - \pi(10.5)^2$
$= 441\pi - 110.25\pi$
$= 330.75\pi$
$= 1039.5$ cm^2
BLUE क्षेत्र का क्षेत्रफल = तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल - दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_3^2 - \pi r_2^2$
$= \pi(31.5)^2 - \pi(21)^2$
$= 992.25\pi - 441\pi$
$= 551.25\pi$
$= 1732.5$ cm^2
BLACK क्षेत्र का क्षेत्रफल = चौथे वृत्त का क्षेत्रफल - तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_4^2 - \pi r_3^2$
$= \pi(42)^2 - \pi(31.5)^2$
$= 1764\pi - 992.25\pi$
$= 771.75\pi$
$= 2425.5$ cm^2
WHITE क्षेत्र का क्षेत्रफल = पांचवें वृत्त का क्षेत्रफल - चौथे वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r_5^2 - \pi r_4^2$
$= \pi(52.5)^2 - \pi(42)^2$
$= 2756.25\pi - 1764\pi$
$= 992.25\pi$
$= 3118.5$ cm^2

प्रश्न 4:
किसी कार के प्रत्येक पहिए का व्यास 80 cm है। यदि यह कार 60 km प्रति घंटे के चाल से चल रही है, तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कितने चक्कर लगाती है?

उत्तर 4:
पहिए का व्यास = 80 cm
पहिए की त्रिज्या (r) = 40 cm
पहिए की परिधि = $2\pi r = 2\pi(40) = 80\pi$ cm
कार की चाल = 66 km/hour = $\frac{66\times10000}{60}$ cm/min = 110000 cm/min
10 मिनट में कर द्वारा तय दूरी = 110000 × 10 = 1100000 cm
माना 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कुल n चक्कर लगाती है।
इसलिए, n × एक चक्कर में तय दूरी (परिधि) = 10 मिनट में कर द्वारा तय दूरी
$\Rightarrow n \times 80\pi = 1100000$
$$\Rightarrow n = \frac{1100000}{80\pi} = \frac{1100000 \times 7}{80 \times 22} = \frac{35000}{8} = 4375$$
इसलिए, 10 मिनट में प्रत्येक पहिया 4375 चक्कर लगाती है।

प्रश्न 5:
निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए तथा अपने उत्तर का औचित्य दीजिए:
यदि एक वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है, तो उस वृत्त की त्रिज्या है:
(A) 2 मात्रक (B) π मात्रक (C) 4 मात्रक (D) 7 मात्रक

उत्तर 5:
माना वृत्त की त्रिज्या = r, वृत्त की परिधि (परिमाप)= $2\pi r$, वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2
दिया है कि, वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है, इसलिए
$2\pi r = \pi r^2 \Rightarrow 2 = r$
इसलिए, उस वृत्त की त्रिज्या 2 मात्रक है ।
अतः, विकल्प (A) सही है।