

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

प्रश्नावली 11.1

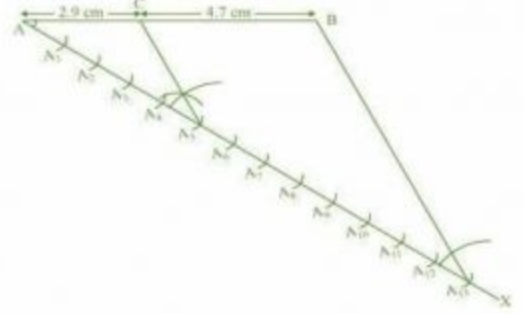
प्रश्न 1:

7.6 cm लंबा एक रेखाखंड खींचिए और इसे 5:8 अनुपात में विभाजित कीजिए। दोनों भागों को मापिए। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 1:

रचना के चरण

- AB = 7.6 cm का एक रेखाखंड बनाया। AB से न्यूनकोण बनाते हुए एक किरण AX को बनाया।
- 13 (= 5 + 8) बिंदुओं $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_{13}$, को AX पर इसप्रकार बनाया कि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ आदि हों।
- BA_{13} को मिलाया।
- बिंदु A_5 से होते हुए तथा रेखाखंड BA_{13} के समान्तर ($\angle AA_5B$ बनाते हुए) एक रेखाखंड खींचा जो AB को बिंदु C पर मिलता है।
- C वह बिंदु है तो कि रेखाखंड AB को 5:8 में विभाजित करता है।
- AC तथा CB की लम्बाई मापने पर हमें क्रमशः 2.9 cm और 4.7 cm प्राप्त होता है।



रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि करने के लिए हमें $\frac{AC}{CB} = \frac{5}{8}$ सिद्ध करना है।

रचना से, हमें प्राप्त है: $A_5C \parallel A_{13}B$.

आधारभूत समनुपतिकता प्रमेय से, त्रिभुज AA_5C में, हमें प्राप्त होता है

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AA_5}{A_5A_{13}} \quad \dots (1)$$

आकृति से, AA_5 और A_5A_{13} में रेखाखंड के क्रमशः 5 और 8 बराबर भाग हैं।

$$\frac{AA_5}{A_5A_{13}} = \frac{5}{8} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर, $\frac{AC}{CB} = \frac{5}{8}$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

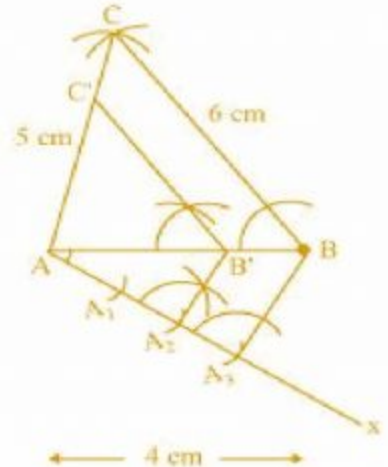
प्रश्न 2:

4 cm, 5 cm और 6 cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{2}{3}$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 2:

रचना के चरण

- रेखाखंड AB = 4 cm बनाया। A को केंद्र मानकर, 5 cm त्रिज्या का एक चाप बनाया। इसीप्रकार बिंदु B को केंद्र मानकर 6 cm त्रिज्या का एक चाप बनाया जो पहले चाप को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करता है। अब A और C को मिलाया तथा B और C को मिलाया। $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज है।
- AB से न्यूनकोण बनाते हुए किरण AX को बनाया जोकि C के विपरीत दिशा में है।
- 3 बिंदुओं A_1, A_2, A_3 (क्योंकि 3 संख्याओं 2 और 3 में बड़ा है) को किरण AX पर इस प्रकार बनाया कि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ हो।
- B से A_3 को मिलाया और बिंदु A_2 से होती हुए BA_3 के समान्तर, एक रेखा खींची जो AB को बिंदु B' पर कटती है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

- बिंदु B' से BC के समान्तर एक रेखा B'C' खींची, जो AC को बिंदु C' पर कटती है।
- $\triangle AB'C'$ अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$AB' = \frac{2}{3}AB, B'C' = \frac{2}{3}BC, AC' = \frac{2}{3}AC$$

यहाँ, रचना से, $B'C' \parallel BC$

$$\therefore \angle AB'C' = \angle ABC$$

(संगत कोण)

$AB'C'$ और $\triangle ABC$ में,

$$\angle AB'C' = \angle ABC$$

(ऊपर सिद्ध किया गया है)

$$\angle B'AC' = \angle BAC$$

(उभयनिष्ठ)

$$\therefore \triangle AB'C' \sim \triangle ABC$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC}$$

... (1)

$\triangle AA_2B'$ और $\triangle AA_3B$ में,

$$\angle A_2AB' = \angle A_3AB$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle AA_2B' = \angle AA_3B$$

(संगत कोण)

$$\therefore \triangle AA_2B' \sim \triangle AA_3B$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AA_2}{AA_3} \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{2}{3}$$

... (2)

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{2}{3}AB, B'C' = \frac{2}{3}BC, AC' = \frac{2}{3}AC$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

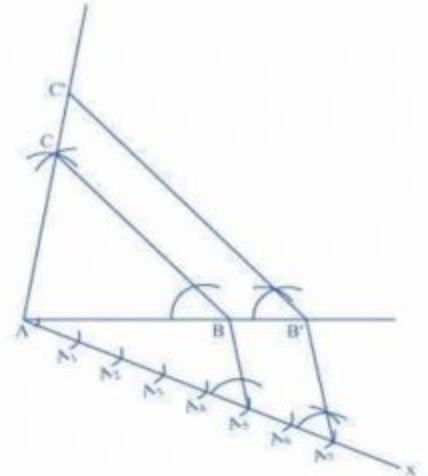
प्रश्न 3:

5 cm, 6 cm और 7 cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{7}{5}$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 3:

रचना के चरण

- रेखाखंड AB = 5 cm बनाया। बिन्दुओं A और B को केंद्र मान कर क्रमशः 6 cm और 5 cm त्रिज्या के चाप बनाए। जो एक दूसरे को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करते हैं। $\triangle ABC$ ही अभीष्ट त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 5 cm, 6 cm और 7 cm हैं।
- रेखाखंड AB से न्यून कोण बनाते हुए किरण AX बनाया जोकि बिंदु C के विपरीत दिशा में है।
- 7 बिन्दुओं, $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ (क्योंकि 7 संख्याओं 5 और 7 में बड़ा है), को AX पर इसप्रकार बनाया ताकि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7$ ।
- B और A_5 को मिलाया। बिंदु A_7 से होते हुए तथा BA_5 के समान्तर रेखा खींची जो बढ़ी हुई भुजा AB को बिंदु B' पर प्रतिच्छेद करता है।
- बिंदु B' से होते हुए तथा BC के समान्तर रेखा खींची जो बढ़ी हुई भुजा AC को बिंदु C' पर प्रतिच्छेद करता है। $\triangle AB'C'$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$AB' = \frac{7}{5} AB, B'C' = \frac{7}{5} BC, AC' = \frac{7}{5} AC$$

$\triangle ABC$ और $\triangle AB'C'$ में,

$$\angle ABC = \angle AB'C'$$

(संगत कोण)

$$\angle BAC = \angle B'AC'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AB'C'$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC}$$

... (1)

$\triangle AA_5B$ और $\triangle AA_7B'$ में,

$$\angle A_5AB = \angle A_7AB'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle AA_5B = \angle AA_7B'$$

(संगत कोण)

$$\therefore \triangle AA_5B \sim \triangle AA_7B'$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AA_5}{AA_7} \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{5}{7}$$

... (2)

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{7}{5} AB, B'C' = \frac{7}{5} BC, AC' = \frac{7}{5} AC$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

प्रश्न 4:

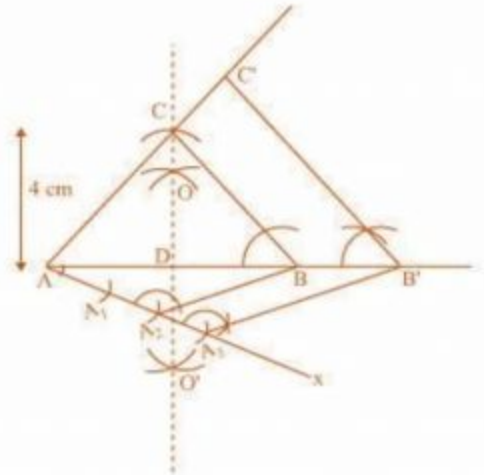
आधार 8 cm तथा ऊँचाई 4 cm के एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ इस समद्विबाहु त्रिभुज की संगत भुजाओं की $1\frac{1}{2}$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 4:

माना $\triangle ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें भुजाएँ CA और CB समान हैं। यहाँ AB = 8 cm तथा शीर्षलम्ब AD = 4 cm है।

रचना के चरण

- रेखाखंड AB = 8 cm बनाया। बिन्दुओं A और B को केंद्र मानकर समान त्रिज्या चाप रेखाखंड AB के दोनों ओर बनाए जो परस्पर बिन्दुओं O और O' पर प्रतिच्छेद करते हैं। OO' को मिलाया। रेखाखंड OO', रेखा AB को D पर प्रतिच्छेद करता है।
- बिंदु D को केंद्र मानकर और 4 cm त्रिज्या लेकर एक चाप बनाया जो रेखा OO' को C पर कटती है। इसप्रकार बना $\triangle ABC$, एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें CD (शीर्षलम्ब) 4 cm तथा AB (आधार) 8 cm हैं।
- रेखाखंड AB से न्यून कोण बनाते हुए किरण AX बनाई जो C के विपरीत दिशा में है।
- 3 बिन्दुओं (क्योंकि 3 संख्याओं 3 और 2 में बड़ी है) A_1, A_2 और A_3 रेखा AX पर इसप्रकार बनाए ताकि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ हो।
- B को A_2 से मिलाया। बिंदु A_3 से रेखा BA_2 के समान्तर रेखा खींची जो बढ़ाई गई रेखा AB को B' पर मिलती है।
- इसीप्रकार, बिंदु B' से रेखा BC के समान्तर एक रेखा खींची जो बढ़ाई गई भुजा AC को C' पर मिलती है। $\triangle AB'C'$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$AB' = \frac{3}{2}AB, B'C' = \frac{3}{2}BC, AC' = \frac{3}{2}AC$$

$\triangle ABC$ और $\triangle AB'C'$ में,

$$\angle ABC = \angle AB'C'$$

(संगत कोण)

$$\angle BAC = \angle B'AC'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\therefore \triangle AB'C' \sim \triangle ABC$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC}$$

$$\dots (1)$$

$\triangle AA_2B$ और $\triangle AA_3B'$ में,

$$\angle A_2AB = \angle A_3AB'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle AA_2B = \angle AA_3B'$$

(संगत कोण)

$$\therefore \triangle AA_2B \sim \triangle AA_3B'$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AA_2}{AA_3} \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{2}{3}$$

$$\dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\begin{aligned} \frac{AB'}{AB} &= \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow AB' &= \frac{3}{2}AB, B'C' = \frac{3}{2}BC, AC' = \frac{3}{2}AC \end{aligned}$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

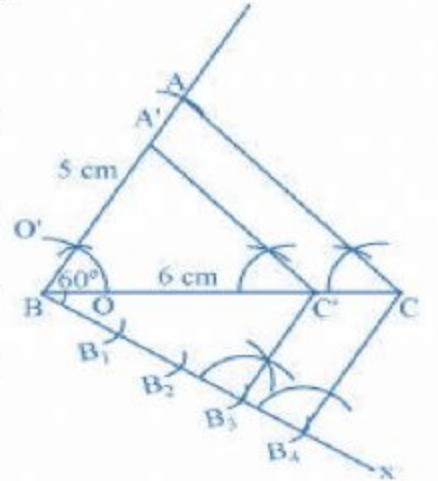
प्रश्न 5:

एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 6$ cm, $AB = 5$ cm और $\angle ABC = 60^\circ$ हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की $\frac{3}{4}$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 5:

रचना के चरण

- $\triangle ABC$ की रचना की, जिसमें $BC = 6$ cm, $AB = 5$ cm और $\angle ABC = 60^\circ$ ।
- BC से न्यून कोण बनाते हुए किरण BX को बनाया, जो कि बिंदु A के विपरीत दिशा में है।
- 4 बिंदु (क्योंकि 4 संख्याओं 3 और 4 में बड़ा है), B_1, B_2, B_3, B_4 , रेखा BX पर बराबर दूरी पर बनाए।
- B_4C को मिलाया और बिंदु B_3 , रेखा B_4C समान्तर रेखा खींची जो BC को बिंदु C' पर मिलती है।
- इसीप्रकार बिंदु C' से होती हुई तथा रेखा AC के समान्तर रेखा खींची जो AB को A' पर मिलती है। $\triangle A'B'C'$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।



रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$A'B = \frac{3}{4}AB, B'C' = \frac{3}{4}BC, A'C' = \frac{3}{4}AC$$

$\triangle A'BC'$ और $\triangle ABC$ में,

$$\angle A'C'B = \angle ACB$$

(संगत कोण)

$$\angle A'BC' = \angle ABC$$

(उभयनिष्ठ)

$$\therefore \triangle A'BC' \sim \triangle ABC$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{A'B}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

$$\dots (1)$$

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

$\triangle BB_3C'$ और $\triangle BB_4C$ में,

$$\angle B_3BC' = \angle B_4BC$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle BB_3C' = \angle BB_4C$$

(संगत कोण)

$$\therefore \triangle BB_3C' \sim \triangle BB_4C$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{BC'}{BC} = \frac{BB_3}{BB_4} \Rightarrow \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\begin{aligned} \frac{A'B}{AB} &= \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow A'B &= \frac{3}{4} AB, BC' = \frac{3}{4} BC, A'C' = \frac{3}{4} AC \end{aligned}$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

प्रश्न 6:

एक त्रिभुज ABC बनाइए, जिसमें $BC = 7$ cm, $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 105^\circ$ हो। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ $\triangle ABC$ की संगत भुजाओं की $4/3$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 6:

यहाँ $\angle B = 45^\circ$ और $\angle A = 105^\circ$

हम जानते हैं कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। अतः, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow 105^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 180^\circ - 150^\circ \Rightarrow \angle C = 30^\circ$$

रचना के चरण

- $\triangle ABC$ की रचना की जिसमें $BC = 7$ cm, $\angle B = 45^\circ$ और $\angle C = 30^\circ$ है।
- BC से न्यून कोण बनाते हुए एक किरण BX खींचा जो कि बिंदु A के विपरीत है।
- 4 बिंदु (क्योंकि 4 संख्याओं 4 और 3 में बड़ा है), B_1, B_2, B_3, B_4 , रेखा BX पर बराबर दूरी पर बनाए।
- B_3C को मिलाया। बिंदु B_4 से होती हुई तथा रेखा B_3C के समान्तर एक रेखा खींची जो बढ़ाई गई रेखा BC को बिंदु C' पर मिलती है।
- इसीप्रकार, बिंदु C' से होती हुई तथा रेखा AC के समान्तर एक रेखा खींची जो बढ़ाई गई रेखा BA को बिंदु A' पर मिलती है।
- $\triangle A'BC'$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$A'B = \frac{4}{3} AB, BC' = \frac{4}{3} BC, AC' = \frac{4}{3} AC$$

$\triangle ABC$ और $\triangle A'BC'$ में,

$$\angle ABC = \angle A'BC'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle ACB = \angle A'C'B$$

(संगत कोण)

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'BC'$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B} = \frac{BC}{BC'} = \frac{AC}{A'C'}$$

... (1)

$\triangle BB_3C$ और $\triangle BB_4C'$ में,

$$\angle B_3BC = \angle B_4BC'$$

(उभयनिष्ठ)

$$\angle BB_3C = \angle BB_4C'$$

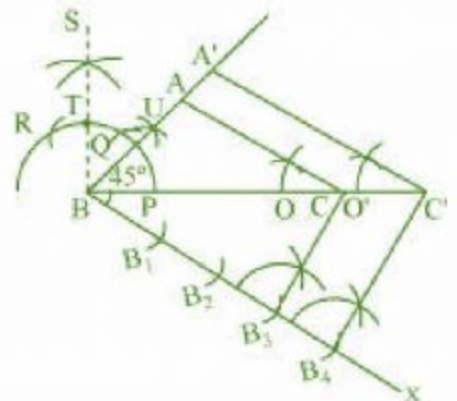
(संगत कोण)

$$\therefore \triangle BB_3C \sim \triangle BB_4C'$$

(AA समरूपता प्रमेय से)

$$\Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{BB_3}{BB_4} \Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{3}{4} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(अध्याय - 11) (रचनाएँ)

(Class - X)

$$\frac{A'B}{AB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow A'B = \frac{4}{3}AB, BC' = \frac{4}{3}BC, AC' = \frac{4}{3}AC$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।

प्रश्न 7:

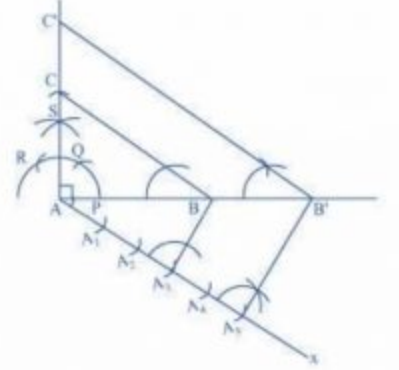
एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 cm तथा 3 cm लम्बाई की हों। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ गुनी हों। रचना का औचित्य भी दीजिए।

उत्तर 7:

दिया है कि समकोण त्रिभुज की भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 cm तथा 3 cm लम्बाई की हैं। अतः, ये परस्पर लम्ब होंगी।

रचना के चरण

- रेखाखंड AB = 4 cm खींचा। इससे 90° का कोण बनाते हुए एक रेखाखंड SA बनाया।
- 3 cm त्रिज्या का एक चाप, बिंदु A को केंद्र मान कर लगाया जो SA को बिंदु C पर कटता है। B और C को मिलाया।
- $\triangle ABC$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।
- रेखाखंड AB से न्यून कोण बनाते हुए किरन AX बनाया जो बिंदु C के विपरीत दिशा में है।
- 5 बिंदु (क्योंकि 5 संख्याओं 5 और 3 में बड़ा है), A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , रेखाखंड AX पर इस प्रकार बनाए ताकि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ हों।
- A_3B को मिलाया। बिंदु A_5 से होती हुई तथा रेखा A_3B के समान्तर एक रेखा खींची जो बढ़ाई गई भुजा AB को बिंदु B' पर कटती है।
- इसीप्रकार, बिंदु B' से होती हुई तथा रेखा BC के समान्तर एक रेखा खींची जो बढ़ाई गई रेखा AC को बिंदु C' पर कटती है।
- $\triangle AB'C'$ ही अभीष्ट त्रिभुज है।



रचना की पुष्टि

रचना की पुष्टि हो जाएगी यदि:

$$AB' = \frac{5}{3}AB, B'C' = \frac{5}{3}BC, AC' = \frac{5}{3}AC$$

$\triangle ABC$ और $\triangle AB'C'$ में,

$$\angle ABC = \angle AB'C' \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\angle BAC = \angle B'AC' \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AB'C' \quad (\text{AA समरूपता प्रमेय से})$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'}$$

$\triangle AA_3B$ और $\triangle AA_5B'$ में,

$$\angle A_3AB = \angle A_5AB' \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

$$\angle AA_3B = \angle AA_5B' \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\therefore \triangle AA_3B \sim \triangle AA_5B' \quad (\text{AA समरूपता प्रमेय से})$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AA_3}{AA_5} \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{3}{5} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{5}{3}AB, B'C' = \frac{5}{3}BC, AC' = \frac{5}{3}AC$$

अतः, रचना की पुष्टि हो जाती है।