

गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 6) (त्रिभुज)

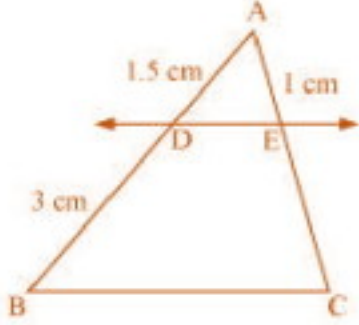
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 6.2

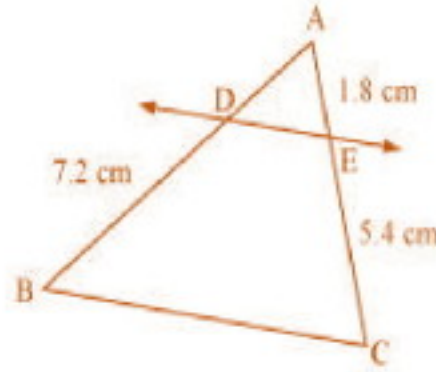
प्रश्न 1:

आकृति (i) और (ii) में, $DE \parallel BC$ है। (i) में EC और (ii) में AD ज्ञात कीजिए:

(i)



(ii)



उत्तर 1:

(i)

माना $EC = x$ cm

दिया है, $\triangle ABC$ में, $DE \parallel BC$, इसलिए आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \times 1}{1.5} = 2$$

अतः, $EC = 2$ है।

(ii)

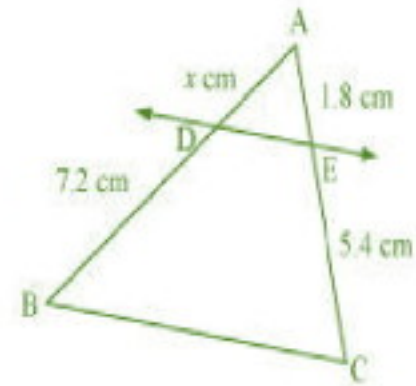
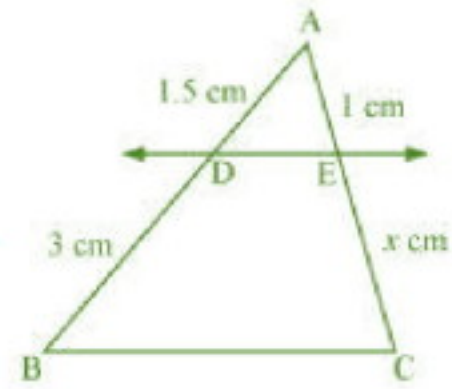
माना $AD = x$ cm

दिया है, $\triangle ABC$ में, $DE \parallel BC$, इसलिए आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4} = 2.4$$

अतः, $AD = 2.4$ है।



प्रश्न 2:

किसी $\triangle PQR$ की भुजाओं PQ और PR पर क्रमशः बिंदु E और F स्थित हैं। निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति के लिए, बताइए कि क्या $EF \parallel QR$ है:

(i) $PE = 3.9$ cm, $EQ = 3$ cm, $PF = 3.6$ cm और $FR = 2.4$ cm

(ii) $PE = 4$ cm, $QE = 4.5$ cm, $PF = 8$ cm और $RF = 9$ cm

(iii) $PQ = 1.28$ cm, $PR = 2.56$ cm, $PE = 0.18$ cm और $PF = 0.63$ cm

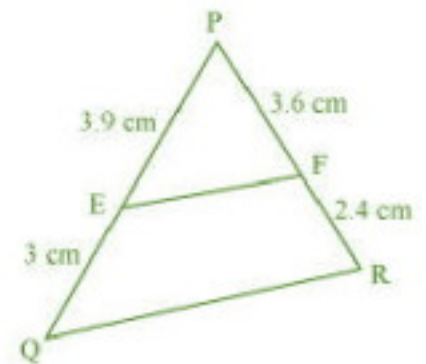
उत्तर 2:

(i)

दिया है, $PE = 3.9$ cm, $EQ = 3$ cm, $PF = 3.6$ cm, $FR = 2.4$ cm, इसलिए

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = 1.3 \text{ तथा } \frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = 1.5$$

क्योंकि $\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$, अतः, EF और QR समांतर नहीं हैं।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 6) (त्रिभुज)

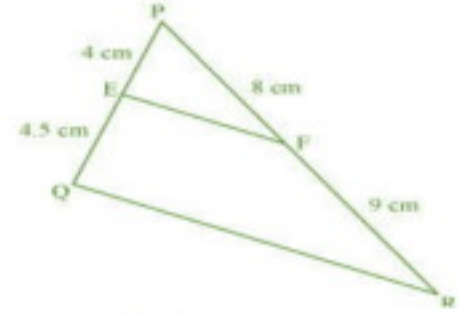
(कक्षा 10)

(ii)

दिया है, PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8 cm, RF = 9 cm, इसलिए

$$\frac{PE}{QE} = \frac{4}{4.5} = \frac{8}{9} \text{ तथा } \frac{PF}{FR} = \frac{8}{9}$$

क्योंकि $\frac{PE}{QE} = \frac{PF}{FR}$, अतः, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, EF और QR समांतर हैं।

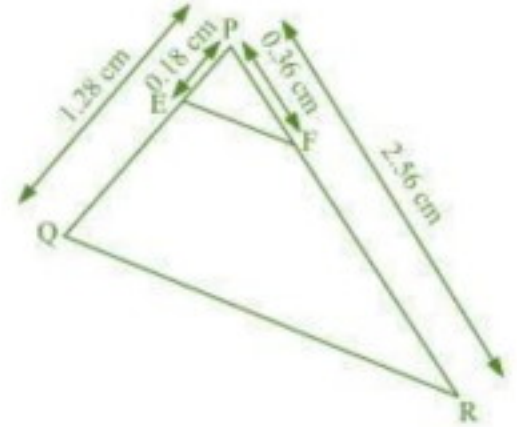


(iii)

दिया है, PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm, PF = 0.36 cm, इसलिए

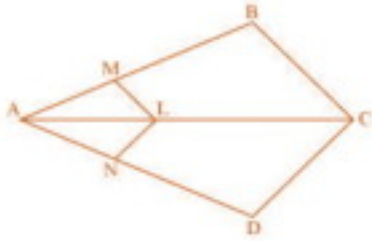
$$\frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.28} = \frac{18}{128} = \frac{9}{64} \text{ तथा } \frac{PF}{FR} = \frac{0.36}{2.56} = \frac{9}{64}$$

क्योंकि $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$, अतः, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, EF और QR समांतर हैं।



प्रश्न 3:

आकृति में, यदि LM || CB और LN || CD हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ है।



उत्तर 3:

दिया है, ΔABC में, LM || CB, इसलिए आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AL}{AC}$$

इसीप्रकार

दिया है, ΔADC में, LN || CD, इसलिए आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

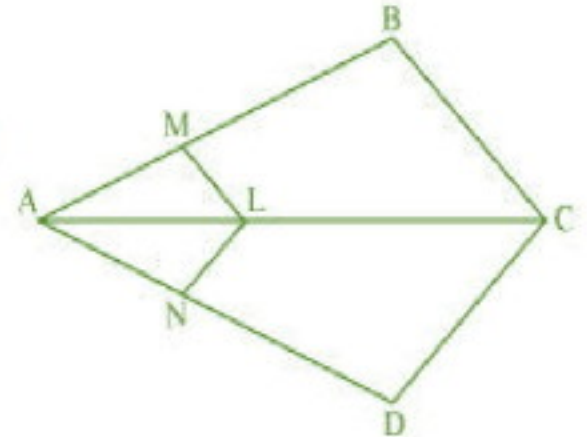
$$\frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC}$$

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$$

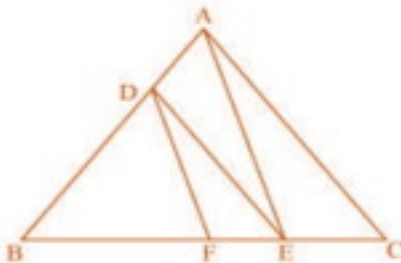
... (1)

... (2)



प्रश्न 4:

आकृति में, DE || AC और DF || AE है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 6) (त्रिभुज)

(कक्षा 10)

उत्तर 4:

दिया है, $\triangle ABC$ में, $DE \parallel AC$, इसलिए
आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \quad \dots (1)$$

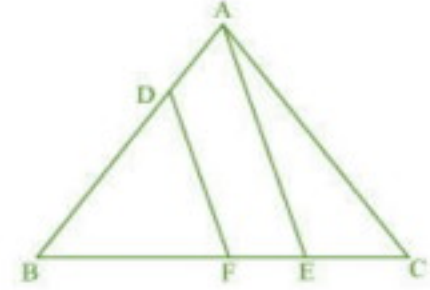
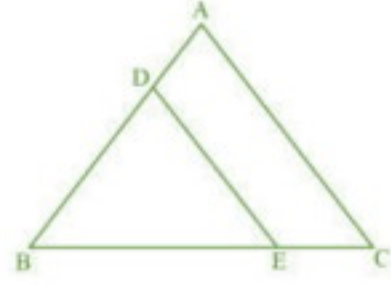
इसीप्रकार

$\triangle ABC$ में, $DF \parallel AE$, इसलिए
आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE} \quad \dots (2)$$

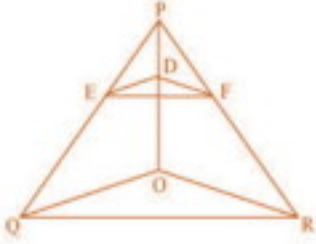
समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$$



प्रश्न 5:

आकृति में, $DE \parallel OQ$ और $DF \parallel OR$ है। दर्शाइए कि $EF \parallel QR$ है।



उत्तर 5:

दिया है, $\triangle POQ$ में, $DE \parallel OQ$,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PD}{DO} \quad \dots (1)$$

इसीप्रकार

$\triangle POR$ में, $DF \parallel OR$,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{PF}{FR} = \frac{PD}{DO} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$$

अब,

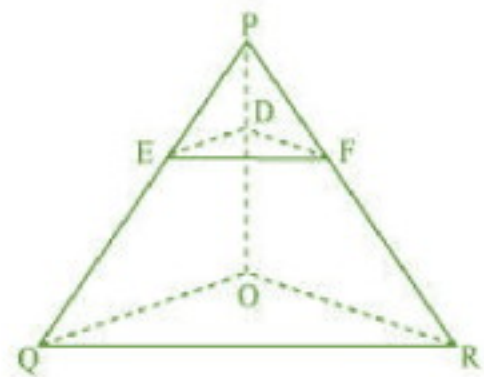
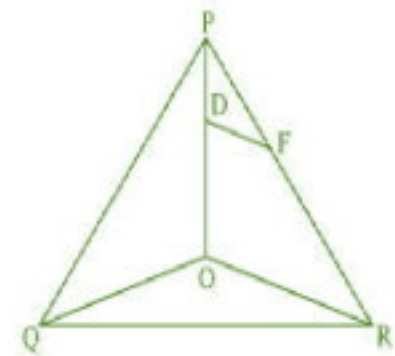
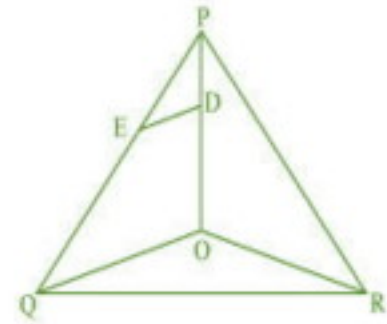
त्रिभुज PQR में,

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR} \quad [\text{ऊपर सिद्ध किया गया है}]$$

इसलिए,

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से

$EF \parallel OR$



गणित

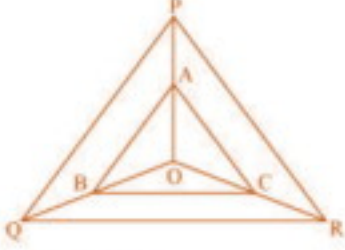
(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 6) (त्रिभुज)

(कक्षा 10)

प्रश्न 6:

आकृति में, क्रमशः OP, OQ और OR पर स्थित बिंदु A, B और C इस प्रकार हैं कि AB || PQ और AC || PR है। दर्शाइए कि BC || QR है।



उत्तर 6:

दिया है, ΔPOQ में, AB || PQ,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \quad \dots (1)$$

इसीप्रकार

ΔPOR में, AC || PR,

इसलिए

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से

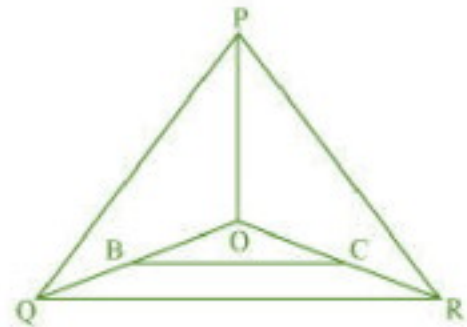
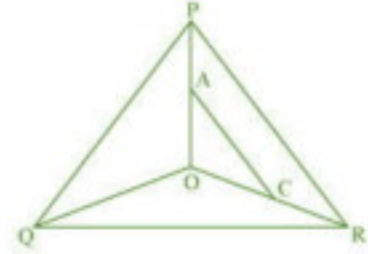
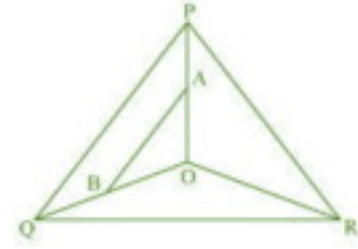
$$\frac{OB}{OQ} = \frac{OC}{OR}$$

अब, त्रिभुज OQR में,

$$\frac{OB}{OQ} = \frac{OC}{OR} \quad [\text{ऊपर सिद्ध किया गया है}]$$

इसलिए, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से

BC || QR



प्रश्न 7:

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (प्रमेय 6.1) का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिंदु से होकर दूसरी भुजा के समांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

उत्तर 7:

माना PQ, त्रिभुज ABC की भुजा AB के मध्य-बिंदु P से होकर, दूसरी भुजा BC के समांतर खींची गई रेखा है। अर्थात् PQ || BC, इसलिए

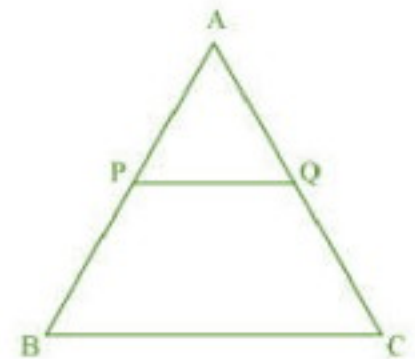
त्रिभुज ABC में, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$$1 = \frac{AQ}{QC} \quad [\text{क्योंकि AP = PB}]$$

$$\Rightarrow AQ = QC,$$

अर्थात् Q, भुजा AC का मध्य बिंदु है।



गणित

(www.tiwariacademy.com)

(पाठ - 6) (त्रिभुज)

(कक्षा 10)

प्रश्न 8:

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम (प्रमेय 6.2) का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।

उत्तर 8:

माना PQ, त्रिभुज ABC की भुजा AB के मध्य-बिंदु P तथा दूसरी भुजा AC के मध्य-बिंदु Q से होकर जाने वाली रेखा है। इसलिए, AP = PB और AQ = QC

$$\Rightarrow \frac{AP}{PB} = 1 \text{ और } \frac{AQ}{QC} = 1$$

अर्थात्

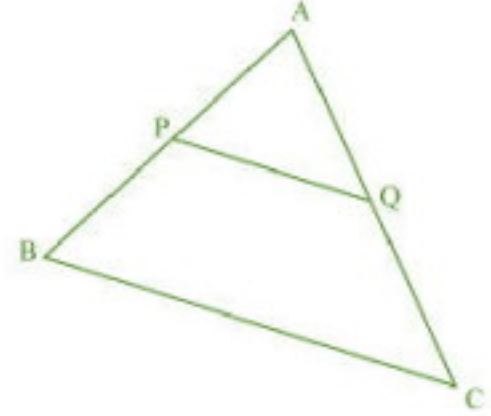
$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} = 1$$

अब, त्रिभुज ABC में,

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

[ऊपर सिद्ध किया गया है]

इसलिए, आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से, PQ || BC



प्रश्न 9:

ABCD एक समलंब है जिसमें AB || DC है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।

उत्तर 9:

O से होती हुई तथा CD के समांतर एक रेखा EF खींची। ताकि EF || CD हो।

ΔADC में, EO || CD

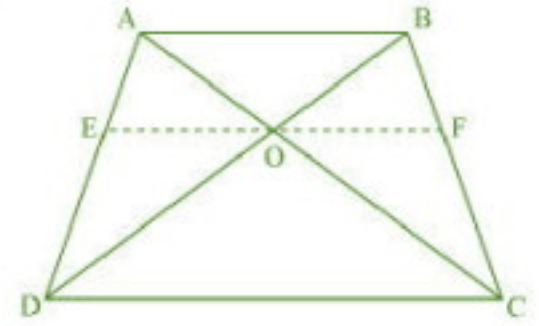
आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से, $\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$... (1)

इसीप्रकार, ΔABD में, EO || AB

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से, $\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD}$... (2)

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} \Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$



प्रश्न 10:

एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। दर्शाइए कि ABCD एक समलंब है।

उत्तर 10:

चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

O से होती हुई तथा AB के समांतर एक रेखा EO खींची। ताकि EO || AB हो।

ΔABD में, EO || AB

आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD} \quad \dots (1)$$

परन्तु दिया है

$$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO} \Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) और (2) से

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$$

$$\Rightarrow EO \parallel DC$$

[आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से]

$$\Rightarrow AB \parallel OE \parallel DC \Rightarrow AB \parallel CD$$

∴ ABCD एक समलंब है।

