गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 4) (द्विघात समीकरण)
(कक्षा 10)
प्रश्नावली 4.2

प्रश्न 1:
गुणनखंड विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए:
(i). $x^2 - 3x - 10 = 0$ **(ii).** $2x^2 + x - 6 = 0$ **(iii).** $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$
(iv). $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$ **(v).** $100x^2 - 20x + 1 = 0$

उत्तर 1:
(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर
$x^2 - 3x - 10 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x + 10 = 0$
$\Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) = 0$
$\Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$
$\Rightarrow (x-5) = 0$ या $(x+2) = 0$
अर्थात $x = 5$ या $x = -2$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 5 और – 2 हैं।

(ii) $2x^2 + x - 6 = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर
$2x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 0$
$\Rightarrow 2x(x-2) + 3(x-2) = 0$
$\Rightarrow (x-2)(2x+3) = 0$
$\Rightarrow (x-2) = 0$ या $(2x+3) = 0$
अर्थात $x = 2$ या $x = -\frac{3}{2}$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 2 और $-\frac{3}{2}$ हैं।

(iii) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर
$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$
$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$
$\Rightarrow x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$
$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$
$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5) = 0$ या $(x + \sqrt{2}) = 0$
अर्थात $x = -\frac{5}{\sqrt{2}}$ या $x = -\sqrt{2}$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $-\frac{5}{\sqrt{2}}$ और $-\sqrt{2}$ हैं।

(iv) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर
$16x^2 - 8x + 1 = 0$
$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$
$\Rightarrow 4x(4x-1) - 1(4x-1) = 0$
$\Rightarrow (4x-1)(4x-1) = 0$
$\Rightarrow (4x-1) = 0$ या $(4x-1) = 0$
अर्थात $x = \frac{1}{4}$ या $x = \frac{1}{4}$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{4}$ हैं।

(v) $100x^2 - 20x + 1 = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर, $100x^2 - 20x + 1 = 0$
$\Rightarrow 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$
$\Rightarrow 10x(10x - 1) - 10(10x - 1) = 0$
$\Rightarrow (10x - 1)(10x - 1) = 0$
$\Rightarrow (10x - 1) = 0$ या $(10x - 1) = 0$
अर्थात $x = \frac{1}{10}$ या $x = \frac{1}{10}$
अतः दिए गए द्विघात समीकरण के मूल $\frac{1}{10}$ और $\frac{1}{10}$ हैं।

प्रश्न 2:

उदाहरण 1 में दी गई समस्याओं को हल कीजिए।
[उदाहरण में दी गई समस्याएं $x^2 - 45x + 324 = 0$ और $x^2 - 55x + 750 = 0$ हैं।]

उत्तर 2:

$x^2 - 45x + 324 = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर, $x^2 - 45x + 324 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$
$\Rightarrow x(x - 36) - 9(x - 36) = 0$
$\Rightarrow (x - 36)(x - 9) = 0$
$\Rightarrow (x - 36) = 0$ या $(x - 9) = 0$
अर्थात $x = 36$ या $x = 9$
अतः जॉन और जीवंती के पास आरम्भ में 36 और 9 कंचे थे।
$x^2 - 55x + 750 = 0$
द्विघात समीकरण को सरल करने पर
$x^2 - 55x + 750 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 30x - 25x + 750 = 0$
$\Rightarrow x(x - 30) - 25(x - 30) = 0$
$\Rightarrow (x - 30)(x - 25) = 0$
$\Rightarrow (x - 30) = 0$ या $(x - 25) = 0$
अर्थात $x = 30$ या $x = 25$
अतः उस दिन निर्मित किये गए खिलौनों की संख्या 30 या 25 है।

प्रश्न 3:

ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो।

उत्तर 3:

माना पहली संख्या = x
इसलिए, दूसरी संख्या = 27 – x
प्रश्नानुसार, गुणनफल = $x(27 - x) = 182$
$\Rightarrow 27x - x^2 = 182$
$\Rightarrow x^2 - 27x + 182 = 0$
$\Rightarrow x^2 - 13x - 14x + 182 = 0$
$\Rightarrow x(x - 13) - 14(x - 13) = 0$
$\Rightarrow (x - 13)(x - 14) = 0$
$\Rightarrow (x - 13) = 0$ या $(x - 14) = 0$ अर्थात $x = 13$ या $x = 14$
अतः 13 और 14 अभीष्ट दो संख्याएँ हैं।

प्रश्न 4:

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो।

उत्तर 4:

माना पहली संख्या = x, इसलिए, दूसरी संख्या = $x + 1$

प्रश्नानुसार, गुणनफल = $x^2 + (x+1)^2 = 365$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$ $\Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 13x + 14x + 182 = 0$

$\Rightarrow x(x-13) + 14(x-13) = 0$ $\Rightarrow (x-13)(x+14) = 0$

$\Rightarrow (x-13) = 0$ या $(x+14) = 0$ अर्थात $x = 13$ या $x = -14$

अतः, 13 और 14 दो अभीष्ठ क्रमागत धनात्मक पूर्णांक हैं।

प्रश्न 5:

एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7 cm कम है। यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

माना आधार = x cm इसलिए, ऊँचाई = x – 7 cm

दिया है, कर्ण = 13 cm

पाइथागोरस प्रमेय से, $x^2 + (x-7)^2 = 13^2$

$\Rightarrow x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169$ $\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

$\Rightarrow x(x-12) + 5(x-12) = 0$ $\Rightarrow (x-12)(x+5) = 0$

$\Rightarrow (x-12) = 0$ या $(x+5) = 0$ अर्थात $x = 12$ या $x = -5$

लेकिन $x \neq -5$, क्योंकि x त्रिभुज की भुजा है।

इसलिए, $x = 12$ और दूसरी भुजा $x - 7 = 12 - 7 = 5$

अतः, अन्य दो भुजाएँ 12 cm और 5 cm हैं।

प्रश्न 6:

एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया की प्रत्येक नग की निर्माण लागत (₹ में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

माना बर्तनों की संख्या = x

इसलिए, एक नग की लागत = $2x + 3$

प्रश्नानुसार, कुल निर्माण लागत = $x(2x+3) = 90$

$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 90$ $\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$ $\Rightarrow x(2x+15) - 6(2x+15) = 0$

$\Rightarrow (2x+15)(x-6) = 0$ $\Rightarrow (2x+15) = 0$ या $(x-6) = 0$

अर्थात $x = -\frac{15}{2}$ या $x = 6$

लेकिन $x \neq -\frac{15}{2}$, क्योंकि x बर्तनों की संख्या है।

इसलिए $x = 6$ और प्रत्येक नग की लागत = $2x + 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$

अतः, बर्तनों की संख्या = 6 और प्रत्येक नग की लागत ₹15 है।