गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ - 14) (सांख्यिकी)
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 14.1

प्रश्न 1:

विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण संचेतना अभियान के अंतर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए। प्रति घर माध्य पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

पौधों की संख्या	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	12 – 14
घरों की संख्या	1	2	1	5	6	2	3

माध्य ज्ञात करने के लिए आपने किस विधि का प्रयोग किया और क्यों?

उत्तर 1:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे: वर्ग चिन्ह $x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा} + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$

x_i तथा f_ix_i की गणना निम्नलिखित है:

पौधों की संख्या	घरों की संख्या (f_i)	x_i	f_ix_i
0 – 2	1	1	$1 \times 1 = 1$
2 – 4	2	3	$2 \times 3 = 6$
4 – 6	1	5	$1 \times 5 = 5$
6 – 8	5	7	$5 \times 7 = 35$
8 – 10	6	9	$6 \times 9 = 54$
10 – 12	2	11	$2 \times 11 = 22$
12 – 14	3	13	$3 \times 13 = 39$
योग	**20**		**162**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 20$ और $\sum f_i x_i = 162$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{162}{20} = 8.1$$

अतः, प्रति घर माध्य पौधों की संख्या 8.1 है।

यहाँ, माध्य ज्ञात करने के लिए प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग किया है क्योंकि (x_i) और f_i के मान छोटे हैं।

प्रश्न 2:

किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिए:

दैनिक मजदूरी (₹ में)	100 –120	120 –140	140 –160	160 –180	180 –200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे: वर्ग चिन्ह $x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा} + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$

बंटन का वर्गमाप $(h) = 20$ है। 150 को कल्पित माध्य (a), d_i, u_i और f_iu_i का मान निम्नलिखित सरणी से प्राप्त कर सकते हैं:

दैनिक मजदूरी (₹ में)	श्रमिकों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - 150$	$u_i = \frac{d_i}{20}$	f_iu_i
100 –120	12	110	– 40	– 2	– 24
120 – 140	14	130	– 20	– 1	– 14
140 – 160	8	150	0	0	0
160 –180	6	170	20	1	6
180 – 200	10	190	40	2	20
योग	**50**				**– 12**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 50, \sum f_i u_i = -12, a = 150$ और $h = 20$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 150 + \left(\frac{-12}{50}\right) \times 20 = 150 - \frac{24}{5} = 150 - 4.8 = 145.2$$

अतः, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ₹145.20 है।

प्रश्न 3:

निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेबखर्च दर्शाता है। माध्य जेबखर्च ₹18 है। लुप्त बारंबारता f ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	11 – 13	13 – 15	15 –17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

उत्तर 3:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

दिया हैं कि माध्य जेबखर्च ₹18 है। 18 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i और $f_i d_i$ का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	**बच्चों की संख्या (f_i)**	**वर्गचिन्ह (x_i)**	$d_i = x_i - 18$	$f_i d_i$
11 –13	7	12	– 6	– 42
13 – 15	6	14	– 4	– 24
15 – 17	9	16	– 2	– 18
17 –19	13	18	0	0
19 – 21	f	20	2	$2f$
21 – 23	5	22	4	20
23 – 25	4	24	6	24
योग	$\sum f_i = 44 + f$			**2f – 40**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 44 + f, \sum f_i d_i = 2f - 40$ और $a = 18$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \Rightarrow 18 = 18 + \left(\frac{2f - 40}{44 + f}\right) \Rightarrow 0 = \frac{2f - 40}{44 + f} \Rightarrow 2f - 40 = 0 \Rightarrow f = 20$$

अतः, लुप्त बारंबारता f का मान 20 है।

प्रश्न 4:

किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पंदन (beats) की प्रति मिनिट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई। एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनिट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए:

हृदय स्पंदन की प्रति मिनिट संख्या	65 – 68	68 – 71	71 –74	74 – 77	77 – 80	80 – 83	83 –86
महिलाओं की संख्या	2	4	3	8	7	4	2

उत्तर 4:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

बंटन का वर्गमाप 'h' = 3

75.5 को कल्पित मान (a) लेते हुए, di, u_i और $f_i u_i$ का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

प्रति मिनिट हृदय स्पंदनों की संख्या	महिलाओं की संख्या f_i	x_i	$d_i = x_i - 75.5$	$u_i = \frac{d_i}{3}$	f_iu_i
65 – 68	2	66.5	– 9	– 3	– 6
68 – 71	4	69.5	– 6	– 2	– 8
71 – 74	3	72.5	– 3	– 1	– 3
74 – 77	8	75.5	0	0	0
77 – 80	7	78.5	3	1	7
80 – 83	4	81.5	6	2	8
83 – 86	2	84.5	9	3	6
Total	**30**				**4**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 30, \sum f_i u_i = 4, a = 75.5$ और $h = 3$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 75.5 + \left(\frac{4}{30}\right) \times 3 = 75.5 + \frac{4}{10} = 75.5 + 0.4 = 75.9$$

अतः, इन महिलाओं के हृदय स्पंदन की प्रति मिनिट माध्य संख्या 75.9 है।

प्रश्न 5:

किसी फुटकर बाजार में, फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहे थे। एन पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न – भिन्न थीं। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का बंटन निम्नलिखित था:

आमों की संख्या	50 – 52	53 – 55	56 – 58	59 – 61	62 – 64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है?

उत्तर 5:

आमों की संख्या	पेटियों की संख्या f_i
50 – 52	15
53 – 55	110
56 – 58	135
59 – 61	115
62 – 64	25

यहाँ वर्ग संतत नहीं हैं। दो क्रमागत वर्गों उपरि और निम्न सीमाओं में 1 का अंतर है। अतः, वर्गों को संतत बनाने के लिए ½ (=0.5) उपरि सीमा में जोड़ देते हैं तथा निम्न सीमा से ½ (=0.5) घटा देते हैं।

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

बंटन का वर्ग माप $(h) = 3$ है। 57 को कल्पित माध्य (a) लेते हुए, $d_i, u_i,$ और f_iu_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

Class interval	f_i	x_i	$d_i = x_i - 57$	$u_i = \frac{di}{3}$	f_iu_i
49.5 – 52.5	15	51	– 6	– 2	– 30
52.5 – 55.5	110	54	– 3	– 1	– 110
55.5 – 58.5	135	57	0	0	0
58.5 – 61.5	115	60	3	1	115
61.5 – 64.5	25	63	6	2	50
Total	400				25

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 400, \sum f_i u_i = 25, a = 57$ और $h = 3$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 57 + \left(\frac{25}{400}\right) \times 3 = 57 + \frac{3}{16} = 57 + 0.1875 = 57.1875 = 57.19$$

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या 57.19 है।
यहाँ, पग-विचलन विधि का प्रयोग किया गया है क्योंकि $f_i d_i$ के मान बड़े हैं और d_i के सभी मानों में एक उभयनिष्ठ भाजक है।

प्रश्न 6:

निम्नलिखित सरणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है:

दैनिक व्यय (₹ में)	100 – 150	150 – 200	200 – 250	250 – 300	300 – 350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

यहाँ, वर्गमाप = 50 है। 225 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i, u_i और $f_i u_i$ का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

दैनिक व्यय (₹ में)	f_i	x_i	$d_i = x_i - 225$	$u_i = \frac{di}{50}$	$f_i u_i$
100 – 150	4	125	– 100	– 2	– 8
150 – 200	5	175	– 50	– 1	– 5
200 – 250	12	225	0	0	0
250 – 300	2	275	50	1	2
300 – 350	2	325	100	2	4
Total	25				– 7

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 25, \sum f_i u_i = -7, a = 225$ और $h = 50$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) h = 225 + \left(\frac{-7}{25}\right) \times 50 = 225 - 14 = 211$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है।

प्रश्न 7:

वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड (SO_2) की सांद्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए, एक नगर के 30 मोहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गए, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है:

SO_2 की सांद्रता	बारंबारता
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2

वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

यहाँ, वर्गमाप = 0.04 है। 0.14 को कल्पित माध्य (a), d_i, u_i और f_iu_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

SO_2 की सांद्रता (भाग प्रति मिलियन में)	बारंबारता f_i	वर्गचिन्ह x_i	$d_i = x_i - 0.14$	$u_i = \frac{d_i}{0.04}$	f_iu_i
0.00 – 0.04	4	0.02	– 0.12	– 3	– 12
0.04 – 0.08	9	0.06	– 0.08	– 2	– 18
0.08 – 0.12	9	0.10	– 0.04	– 1	– 9
0.12 – 0.16	2	0.14	0	0	0
0.16 – 0.20	4	0.18	0.04	1	4
0.20 – 0.24	2	0.22	0.08	2	4
Total	**30**				**–31**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 30, \sum f_iu_i = -31, a = 0.14$ और $h = 0.04$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}\right)h = 0.14 + \left(\frac{-31}{30}\right) \times (0.04) = 0.14 - 0.04133 = 0.09867 = 0.099$$

अतः, वायु में SO_2 की सांद्रता का माध्य 0.099 भाग प्रति मिलियन है।

प्रश्न 8:

किसी कक्षा अध्यापिका ने पुरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विद्यार्थियों की अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकार्ड की। एक विद्यार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए:

दिनों की संख्या	0 – 6	6 – 10	10 – 14	14 – 20	20 – 28	28 – 38	38 – 40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

उत्तर 8:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

यहाँ, 17 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i और f_id_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

Number of days	Number of students (f_i)	x_i	$d_i = x_i - 17$	f_id_i
0 – 6	11	3	– 14	– 154
6 – 10	10	8	– 9	– 90
10 – 14	7	12	– 5	– 35
14 – 20	4	17	0	0
20 – 28	4	24	7	28
28 – 38	3	33	16	48
38 – 40	1	39	22	22
Total	**40**			**– 181**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 40 + f, \sum f_id_i = -181$ और $a = 17$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_id_i}{\sum f_i} = 17 + \left(\frac{-181}{40}\right) = 17 - 4.525 = 12.475 = 12.48$$

अतः, एक विद्यार्थी के अनुपस्थित रहने का माध्य 12.48 दिन है।

प्रश्न 9:

निम्नलिखित सरणी 35 नगरों की साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है। माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए:

साक्षरता दर (% में)	45 – 55	55 – 65	65 – 75	75 – 85	85 – 95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

उत्तर 9:

प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह (x_i) ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करेंगे:

$$\text{वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा } + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

बंटन का वर्गमाप $(h) = 10$ है। 70 को कल्पित माध्य (a) लेकर, d_i, u_i और f_iu_i का मान निम्नलिखित से प्राप्त कर सकते हैं:

Literacy rate (in %)	Number of cities f_i	x_i	$d_i = x_i - 70$	$u_i = \frac{d_i}{10}$	f_iu_i
45 – 55	3	50	– 20	– 2	– 6
55 – 65	10	60	– 10	– 1	– 10
65 – 75	11	70	0	0	0
75 – 85	8	80	10	1	8
85 – 95	3	90	20	2	6
Total	**35**				**– 2**

यहाँ, सारणी से हमें निम्नलिखित मान प्राप्त होते हैं:

$\sum f_i = 35, \sum f_iu_i = -2, a = 70$ और $h = 10$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = a + \left(\frac{\sum f_iu_i}{\sum f_i}\right)h = 70 + \left(\frac{-2}{35}\right) \times 10 = 70 - \frac{4}{7} = 70 - 0.57 = 69.43$$

अतः, नगर की माध्य साक्षरता दर 69.43% है।