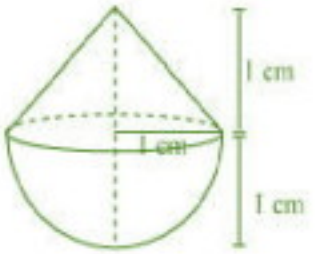
गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 13.2

प्रश्न 1:

एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु के ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।



उत्तर 1:

दिया है,

शंक्वाकार भाग की ऊँचाई (h) = शंक्वाकार भाग की त्रिज्या (r) = 1 cm

शंक्वाकार भाग की त्रिज्या (r) = अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या (r) = 1 cm

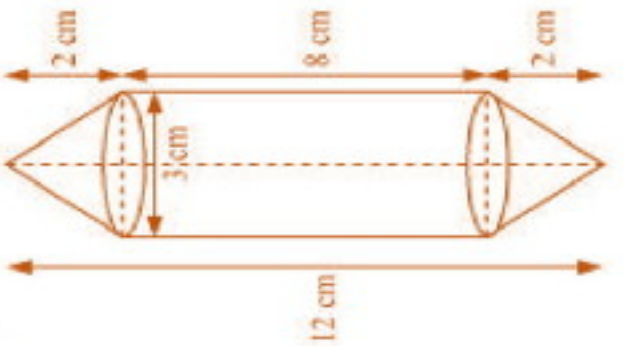
ठोस का आयतन = शंक्वाकार भाग का आयतन + अर्धगोलाकार भाग का आयतन

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{3}\pi.1^2.1 + \frac{2}{3}\pi.1^3 = \pi\ cm^3$$

प्रश्न 2:

एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए। (यह मान लीजिए कि मॉडल की आंतरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं।)



उत्तर 2:

शंक्वाकार भाग की ऊँचाई (h_1) = 2 cm

शंक्वाकार भाग की त्रिज्या (r) = बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 3/2 cm

बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h_2) = 12 – 2 × शंक्वाकार भाग की ऊँचाई

= 12 – 2 × 2 = 8 cm

मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन

= बेलनाकार भाग का आयतन + 2 × शंक्वाकार भाग का आयतन

$$= \pi r^2 h_2 + 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 \quad = \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2.8 + 2 \times \frac{1}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2.2$$

$$= 18\pi + 3\pi = 21\pi = 21 \times \frac{22}{7} = 66\ cm^3$$

प्रश्न 3:

एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकर का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है (देखिए आकृति)।

उत्तर 3:

अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या (r) = बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 2.8/2 = 1.4 cm

अर्धगोलाकार भाग की ऊँचाई = अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या = 1.4 cm

बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h_2) = 5 – 2 × अर्धगोलाकार भाग की ऊँचाई = 5 – 2 × 1.4 = 2.2 cm

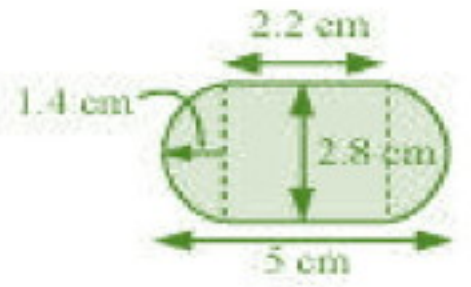
एक गुलाबजामुन का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + 2 × अर्धगोलाकार भाग का आयतन

$$= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \pi(1.4)^2(2.2) + \frac{4}{3}\pi(1.4)^3$$

$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 2.2 + \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 1.4$

$= 13.552 + 11.498 = 25.05\ cm^3$



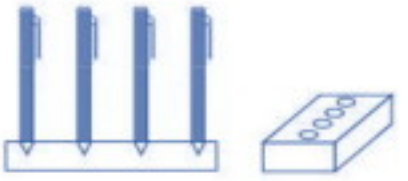
45 गुलाबजामुनों का आयतन = 45 × 25.05 = 1,127.25 cm³

चीनी की चाशनी का आयतन = 45 गुलाबजामुनों के आयतन का 30%

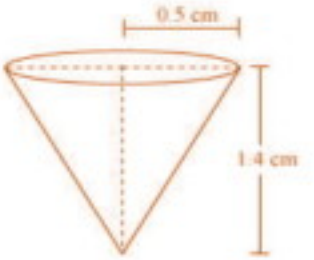
$= \frac{30}{100} \times 1127.25 = 338.17\ cm^3$

प्रश्न 4:

एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × 10 cm × 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)।



उत्तर 4:



गड्ढे की गहराई (h) = 1.4 cm

गड्ढे की त्रिज्या (r) = 0.5 cm

पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन = घनाभ का आयतन – 4 × गड्ढे का आयतन

$= lbh - 4 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$

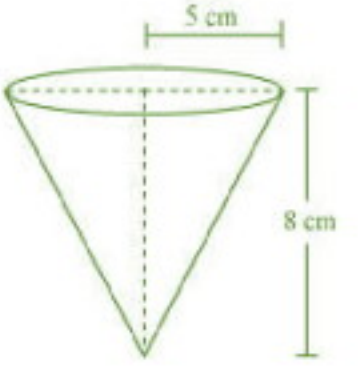
$= 15 \times 10 \times 3.5 - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1.4$

$= 525 - 1.47 = 523.53\ cm^3$

प्रश्न 5:

एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8 cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5 cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे के गोलिओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:



शंक्वाकार बर्तन की ऊँचाई (h) = 8 cm

शंक्वाकार बर्तन की त्रिज्या (r_1) = 5 cm

सीसे की गोली की त्रिज्या (r_2) = 0.5 cm

माना बर्तन में डाली गई सीसे के गोलिओं की संख्या = n

इसलिए, बाहर निकले पानी का आयतन $= n \times$ सीसे की गोली का आयतन

$\frac{1}{4} \times$ शंक्वाकार बर्तन का आयतन $= n \times$ सीसे की गोली का आयतन

$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\pi r_1^2 h = n \times \frac{4}{3}\pi r_2^3$

$\Rightarrow r_1^2 h = n \times 16 r_2^3$

$\Rightarrow 5^2 \times 8 = n \times 16 \times (0.5)^3$

$\Rightarrow n = \frac{25 \times 8}{16 \times (0.5)^3} = 100$

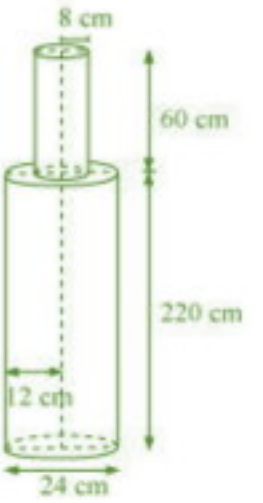
इसलिए, बर्तन में डाली गई सीसे के गोलिओं की संख्या 100 है।

गणित

(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)
(कक्षा 10)

प्रश्न 6:

ऊँचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तंभ बना है। इस स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 g होता है। ($\pi = 3.14$ लीजिए)



उत्तर 6:

बड़े बेलन की त्रिज्या (r_1) = 12 cm
बड़े बेलन की ऊँचाई (h_1) = 220 cm
छोटे बेलन की त्रिज्या (r_2) = 8 cm
छोटे बेलन की ऊँचाई (h_2) = 60 cm
स्तंभ का आयतन = बड़े बेलन का आयतन + छोटे बेलन का आयतन

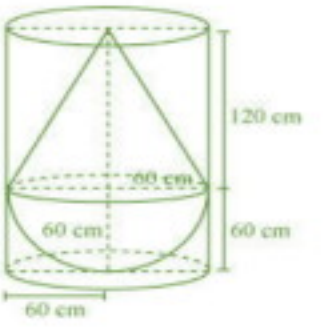
$= \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi(12)^2 \times 220 + \pi(8)^2 \times 60$

$= \pi[144 \times 220 + 64 \times 60] = 3.14 \times 35520 = 111532.8\ cm^3$

1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान = 8g
इसलिए, 111532.8 cm^3 लोहे का द्रव्यमान = 111532.8×8g = 892262.4g = 892.262 Kg

प्रश्न 7:

एक ठोस में, ऊँचाई 120 cm और त्रिज्या 60 cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60 cm है और ऊँचाई 180 cm है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।



उत्तर 7:

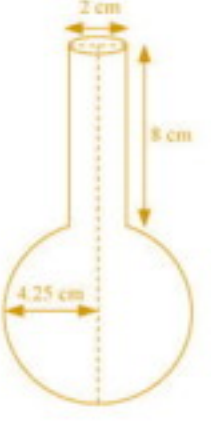
अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या = शंक्वाकार भाग की त्रिज्या = बेलनाकार भाग की त्रिज्या = 60 cm
बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h_1) = 180 cm, शंक्वाकार भाग की ऊँचाई (h_2) = 120 cm
बेलन में शेष बचे पानी का आयतन
= बेलन का आयतन – (अर्धगोलाकार भाग का आयतन + शंक्वाकार भाग का आयतन)

$= \pi r^2 h_1 - \left(\frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2\right) = \pi(60)^2 \times 180 - \left[\frac{2}{3}\pi(60)^3 + \frac{1}{3}\pi(60)^2 \times 120\right]$

$= \pi(60)^2[180 - (40 + 40)] = \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 100 = 1131428.57\ cm^3 = 1.131\ m^3$

प्रश्न 8:

एक गोलाकार काँच के बर्तन की एक बेलन के आधार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8 cm है और व्यास 2 cm है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5 cm है। इसमें भरे जा सकने वाली पानी की मात्रा माप कर, एक बच्चे ने यह ज्ञात किया कि इस बर्तन का आयतन 345 cm^3 है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते हुए कि उपरोक्त मापन आंतरिक मापन है और $\pi = 3.14$ ।



उत्तर 8:

गोलाकार भाग की त्रिज्या (r_1) = 4.25 cm
बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h) = 8 cm
बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r_2) = 1 cm
बर्तन का आयतन = गोलाकार भाग का आयतन + बेलनाकार भाग का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \pi r_2^2 h \quad = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{8.5}{2}\right)^2 + \pi(1)^2(8)$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 76.77 + 8 \times 3.14 = 321.392 + 25.12 = 346.51\ cm^3$

अतः, उस बच्चे का उत्तर सही नहीं है।