गणित

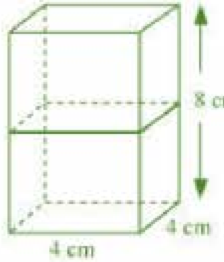
(www.tiwariacademy.com)
(पाठ – 13) (पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन)
(कक्षा 10)

प्रश्नावली 13.1

प्रश्न 1:

दो घनों, जिसमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:

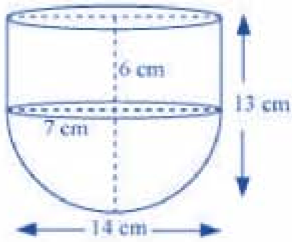


दिया है: घन का आयतन = 64 cm^3
⇒ (भुजा) ^{3} = 64 cm^3 ⇒ भुजा = 4 cm
यदि घनों के संलग्न फलकों को मिलाया जाता है तो प्राप्त घनाभ की भुजाएँ 4 cm, 4 cm, 8 cm होंगी।
घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2(lb + bh + hl)
= 2(4×4 + 4×8 + 4×8) cm^2
= 2(16 + 32 + 32) cm^2
= 2(80) cm^2
= 160 cm^2
अतः, इसप्रकार इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल 160 cm^2 है।

प्रश्न 2:

कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास है14 cm और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

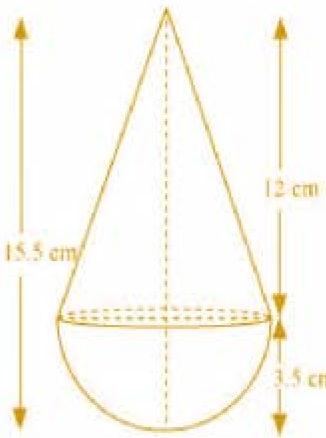


बेलन की त्रिज्या = 7 cm
बेलन की ऊँचाई = 13 – 7 = 6 cm
अर्धगोले की त्रिज्या = 7 cm
बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का CSA + अर्धगोले का CSA
$= 2\pi rh + 2\pi r^2$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 6 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 44(6+7) = 44 \times 13 = 572$ cm^2
अतः, इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 572 cm^2 है।

प्रश्न 3:

एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 3:

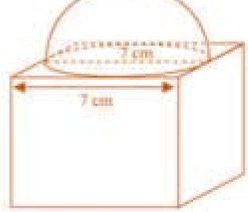


शंकु की त्रिज्या = 3.5 cm
शंकु की ऊँचाई = 15.5 – 3.5 = 12 cm
अर्धगोले की त्रिज्या = 3.5 cm
शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l)
$= \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(3.5)^2 + (12)^2} = \sqrt{12.25 + 144} = \sqrt{156.25} = 12.5$
खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का CSA + अर्धगोले का CSA
$= \pi rl + 2\pi r^2$
$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 + 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5^2$
$= 137.5 + 77$
= 214.5 cm^2
अतः, इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 572 cm^2 है।

प्रश्न 4:

भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 4:



अर्धगोले का अधिकतम व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा (a) = 7 cm

अर्धगोले की त्रिज्या = $a/2$ = 3.5 cm

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= घनाकार ब्लॉक का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्धगोले का CSA – अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल

$= 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$

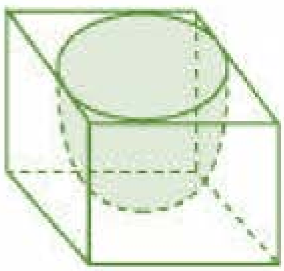
$= 6a^2 + \pi r^2 \quad = 6 \times 7^2 + \frac{22}{7} \times 3.5^2 \quad = 294 + 38.5 \quad = 332.5 \text{ cm}^2$

अतः, इस ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल 332.5 cm^2 है।

प्रश्न 5:

एक घनाकार ब्लॉक के एक फलक को अंदर की ओर से काट कर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्धगोले का व्यास l घन के एक किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:



अर्धगोले का अधिकतम व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा = l

अर्धगोले की त्रिज्या $(r) = l/2$

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= घनाकार ब्लॉक का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्धगोले का CSA – अर्धगोले के आधार का क्षेत्रफल

$= 6l^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$

$= 6l^2 + \pi r^2 \quad = 6l^2 + \pi\left(\frac{l}{2}\right)^2 \quad = (6 + \pi/4)l^2$

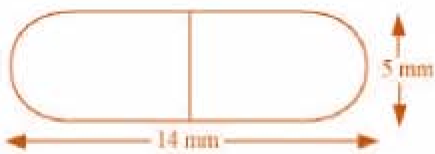
अतः, इस ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल $(6 + \pi/4)l^2$ है।

TIWARI ACADEMY

प्रश्न 6:

दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक - एक अर्धगोला लगा हुआ है । पूरे कैप्सूल की लंबाई 14 cm है और उसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:



बेलन की त्रिज्या = 5/2 = 2.5 mm

बेलनाकार भाग की लंबाई = 14 – (2.5 + 2.5) = 9 mm

अर्धगोले की त्रिज्या = 5/2 = 2.5 mm

कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= बेलनाकार भाग का CSA + 2×अर्धगोले का CSA

$= 2\pi rh + 2(2\pi r^2)$

$= 2\pi rh + 4\pi r^2$

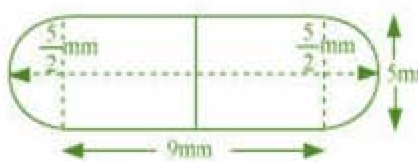
$= 2\pi(2.5)(9) + 4\pi(2.5)^2$

$= 45\pi + 25\pi$

$= 70\pi$

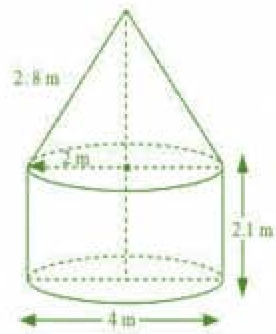
$= 70 \times \frac{22}{7}$

$= 220 \text{ mm}^2$



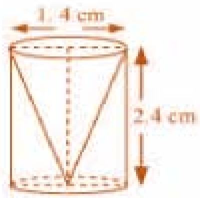
अतः, इस कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल 220 mm^2 है।

प्रश्न 7:
कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु अध्यारोपित है। यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और व्यास क्रमशः 2.1 m और 4 m है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 m है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही, ₹500 प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:


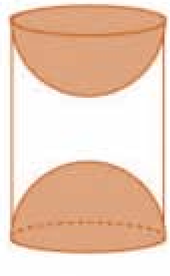
दिया है: बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h) = 2.1 m
बेलनाकार भाग का व्यास = 4 m
बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 2 m
शंकाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई (l) = 2.8 m
कैनवस का क्षेत्रफल = शंकाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल
$= \pi r l + 2\pi r h$
$= \pi \times 2 \times 2.8 + 2\pi \times 2 \times 2.1 = 2\pi(2.8 + 4.2) = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44\ m^2$
1 m^2 कैनवस की लागत = ₹500
इसलिए, 44 m^2 कैनवस की लागत = 44 × ₹500 = ₹22000

प्रश्न 8:
ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm वाले एक ठोस बेलन में से ऐसी ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंक्काकार खोल (cavity) काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:


दिया है: शंकाकार भाग की ऊँचाई = बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h) = 2.4 cm
बेलनाकार भाग का व्यास = 1.4 m, बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 0.7 m
शंकाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई (l) = $\sqrt{r^2 + h^2}$
$= \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2} = \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25} = 2.5$
शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल
= बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल + शंकाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलनाकार भाग के आधार का क्षेत्रफल
$= 2\pi r h + \pi r l + \pi r^2$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 2.4 + \frac{22}{7} \times 0.7 \times 2.5 + \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7$
$= 4.4 \times 2.4 + 2.2 \times 2.5 + 2.2 \times 0.7 = 10.56 + 5.50 + 1.56 = 17.60\ cm^2$

प्रश्न 9:
लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकलते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसाकि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:


दिया है: अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या = बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 3.5 cm
बेलनाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई (h) = 10 m
वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों अर्धगोलाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल
$= 2\pi r h + 2 \times 2\pi r^2$
$= 2\pi \times 3.5 \times 10 + 2 \times 2\pi \times 3.5 \times 3.5 = 70\pi + 49\pi = 119\pi$
$= 119 \times \frac{22}{7} = 17 \times 22 = 374\ cm^2$